



CAPITOLO 1

ELETTROSTATICA

1.1 Introduzione

Nell'elettromagnetismo studieremo fenomeni elettrici e magnetici che rappresentano un'altra interazione fondamentale della natura (dopo quella gravitazionale che abbiamo visto in precedenza): l'**interazione elettromagnetica**.

La carica elettrica

La carica elettrica è una proprietà della materia: le cariche sono già presenti nella materia.

Ci sono **due** tipi di carica che convenzionalmente indichiamo come **positive** e **negative**.

La materia normalmente è neutra perché il numero di cariche è esattamente uguale a quelle negative.

Dalle osservazione troviamo inoltre che **cariche di segno uguale si respingono e di segno opposto si attraggono**.



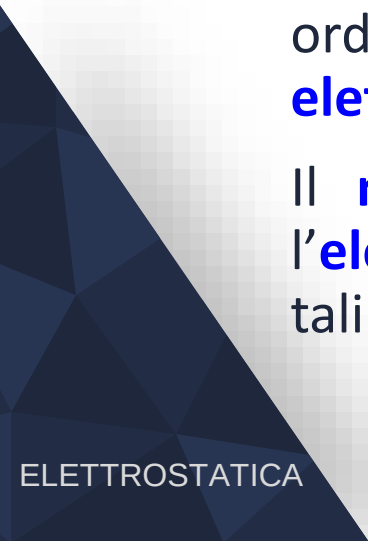
1.1 Introduzione

Conduttori e isolanti

Distinguiamo le sostanze nelle quali le cariche **si possono facilmente muovere** che chiameremo **conduttori** da quelle invece che non hanno tale proprietà che chiameremo **non conduttori o isolanti**. La differenza di comportamento è legata alla struttura atomica o molecolare del materiale.

I costituenti fondamentali per quello che riguarda la materia ordinaria stabile, dell'atomo sono: **protone**, **neutrone** ed **elettrone**.

Il **neutrone** ha carica nulla, **protone** ha carica positiva e l'**elettrone** negativa (ma valore uguale a quella del protone) e tali cariche sono anche le minime possibili.



1.1 Introduzione

Ne consegue che la carica è una **grandezza fisica quantizzata**.

Un gran numero di cariche tuttavia si può sempre trattare come una **distribuzione continua** e usare le tecniche differenziali (derivate, integrali) per risolvere problemi pratici.

Sperimentalmente si osserva che la **carica si conserva** (**principio di conservazione della carica**) e in un sistema isolato la somma delle cariche non varia nel tempo.

Inoltre se avviciniamo una carica ad un conduttore, grazie alla **mobilità** delle sue cariche avviene un avvicinamento di cariche di segno opposto a quella avvicinata, pur rimanendo la somma totale inalterata.

Questo fenomeno che studieremo meglio più avanti è detto **induzione elettrostatica**

1.2 Legge di Coulomb

La forza che agisce tra due cariche segue una legge che è simile all'interazione gravitazionale ed è data dalla **Legge di Coulomb**.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

dove q_1 e q_2 sono i valori delle due cariche che interagiscono e la forza è diretta lungo la **congiungente** le due cariche.

La forza di Coulomb è una forza centrale quindi è **conservativa**.

L'unità di misura della carica è il Coulomb (C).

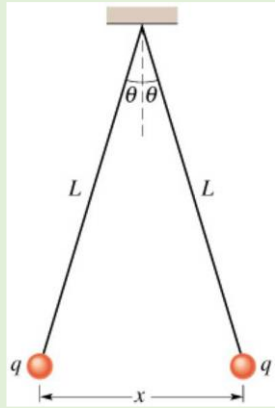
Il valore della costante è $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

costante dielettrica del vuoto

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$$

L'unità di carica è la carica dell'elettrone (e del protone) ed ha valore pari a **$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$**

Esercizio 1.1



Due palline di egual massa sono appese con dei fili di lunghezza L e hanno la stessa carica q . Si assuma θ piccolo e trovare la x all'equilibrio. Si assuma $L = 1\text{m}$, $q = 2\text{ nC}$ e $m = 2 \cdot 10^{-3}\text{ kg}$.

Esercizio 1.2

Una carica Q è distribuita uniformemente nel volume di una sfera di raggio R secondo la legge $\rho = Ar$ essendo r la distanza dal centro. Determinare la carica totale Q .

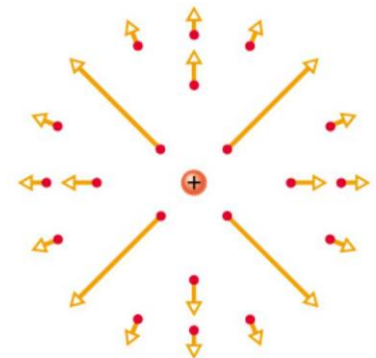
1.3 Campo Elettrostatico

Se mettiamo una carica in una regione dove c'è un'altra carica essa risentirà della sua presenza manifestando la forza di Coulomb.

Per spiegare questa interazione a distanza possiamo ricorrere al concetto di **campo**: diremo che una carica genera attorno a se un campo elettrico che permea tutta la regione dello spazio.

Se a questo punto introduciamo una seconda carica essa interagirà con il campo elettrico manifestando una forza. In questo modo le due cariche non interagiscono **direttamente** ma tramite l'azione di un campo.

Qualunque regione di spazio avente una qualche proprietà definita da una opportuna grandezza è detta avere un campo.



1.3 Campo Elettrostatico

Il campo elettrico

Assumiamo di avere a disposizione una carica positiva di test e la collochiamo nello spazio a piacimento. In ogni punto dello spazio se c'è un campo troveremo una forza elettrica.

Definiamo come campo elettrico il vettore

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

e di conseguenza noto il campo elettrico, la forza su una particella carica sarà data da $\vec{F} = q_0 \vec{E}$, direzione e verso del campo sono quelli della forza agente sulla carica di prova (positiva).

Il campo comunque esiste indipendentemente dalla carica di prova

⇒ e l'espressione di $\vec{E}$ non deve dipendere da q_0

NOTA: poiché $\vec{F}$ è un vettore, anche $\vec{E}$ è un vettore

1.3 Campo Elettrostatico

Campo elettrico di una carica puntiforme

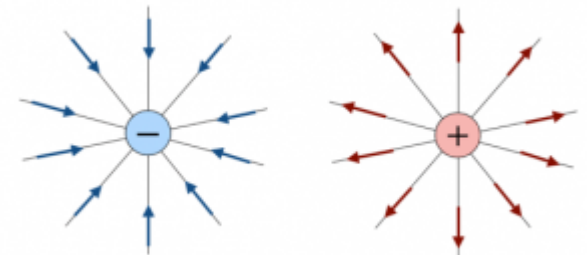
Nel caso vi sia un' unica carica l'espressione del campo elettrico generato da una carica puntiforme si ottiene direttamente dall'espressione della forza di Coulomb :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{q_1 \cancel{q_0}}{\cancel{q_0} 4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{u}_r$$

Il campo elettrico di una carica puntiforme

$$\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{u}_r$$

Questa espressione comporta che il campo elettrostatico di una carica positiva è uscente, mentre quello di una carica negativa è entrante



1.3 Campo Elettrostatico

Campo elettrico di un sistema di cariche

Se in una regione di spazio sono presenti più cariche contemporaneamente possiamo applicare il **principio di sovrapposizione** e sommare i campi delle varie cariche. Di conseguenza se agiscono n cariche $(q_1, \dots, q_i, \dots, q_n)$ su una carica q_0 avremo:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \hat{u}_i = q_0 \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \hat{u}_i$$

Il campo elettrico di un sistema di cariche

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \hat{u}_i$$

Il campo elettrostatico in un punto P prodotto da un sistema di cariche puntiformi è dato dalla somma **vettoriale** dei campi elettrostatici di ciascuna carica singolarmente presa

Esercizio 1.3

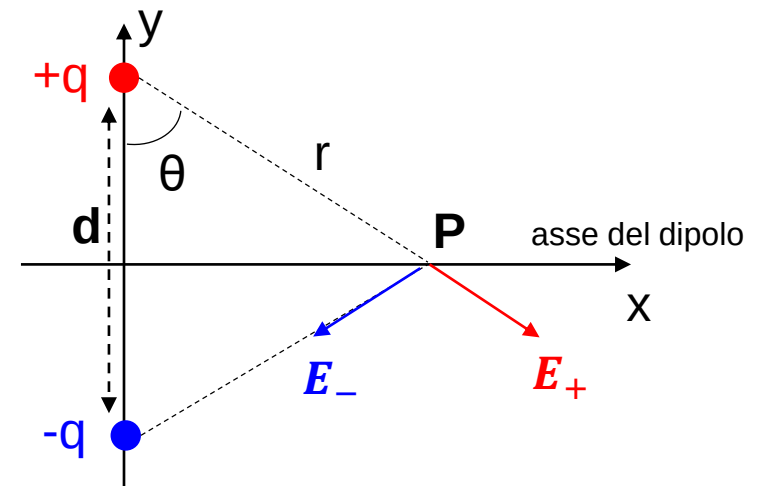
Due cariche $q_1 = 8q$ e $q_2 = -2q$ si trovano a distanza L l'una dall'altra. In che punto possiamo collocare una carica positiva qualunque in modo che resti in equilibrio?



1.4 Campo di un dipolo elettrico

Un **dipolo elettrico** è costituito da due cariche di uguale intensità q ma segno opposto e collocate ad una certa distanza d tra loro. Possiamo calcolare il campo del dipolo (nei punti **sull'asse del dipolo**) sommando (vettorialmente) ciascuno dei campi delle due cariche.

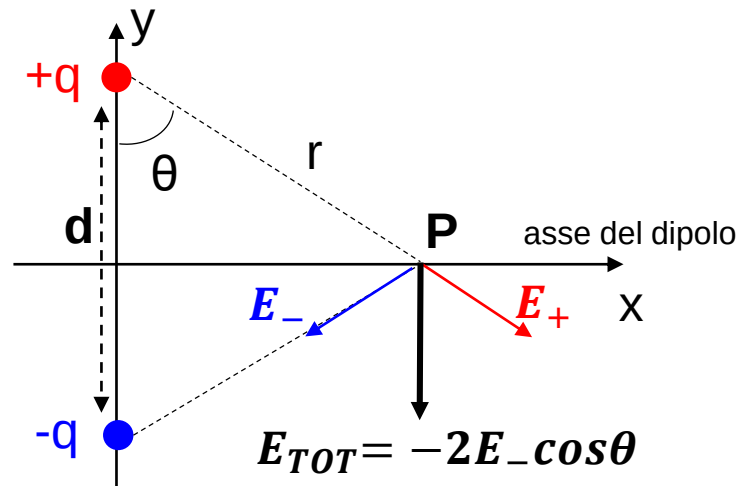
Indichiamo $\vec{E}_+$ ed $\vec{E}_-$ i due campi dovuti alla carica positiva e alla carica negativa, rispettivamente, che avendo le stesse distanze avranno modulo uguale ($|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-|$)



$$\begin{cases} E_x = \vec{E}_+ \sin\theta - \vec{E}_- \sin\theta = 0 \\ E_y = -\vec{E}_+ \cos\theta - \vec{E}_- \cos\theta = -2 \vec{E}_- \cos\theta \end{cases}$$

Il campo complessivo è diretto lungo la direzione y

1.4 Campo di un dipolo elettrico



Poiché: $r \cos \theta = \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos \theta = \frac{d}{2r}$

$$|\vec{E}_{TOT}| = 2E_- \frac{d}{2r} = \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ è il **momento di dipolo elettrico** ed il vettore $\vec{p} = q\vec{d}$ è un vettore che ha direzione data dalla congiungente le due cariche e verso che va dalla carica **negativa** alla **positiva**

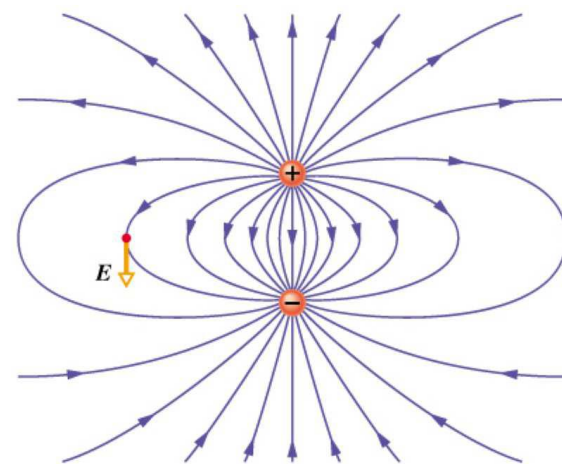
1.5 Campo di un dipolo elettrico

Il campo elettrico di un dipolo

$$\vec{E} = \frac{\vec{p}}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

In altri punti del piano l'espressione del campo è più complicata da trovare e la rappresentazione del campo avviene tramite il concetto di **linea di forza**

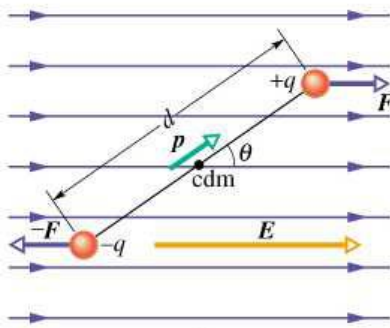
Partendo da una generica posizione nello spazio in cui è presente un campo, muovendosi di un tratto infinitesimo lungo la direzione iniziale del campo elettrico, troviamo la nuova direzione del campo elettrostatico e la tracciamo. Si ottiene quindi una **linea detta linea di forza o linea del campo**. Data la procedura seguita in **ogni punto della linea il campo elettrostatico è tangente alla linea di campo**.



1.5 Moto di un dipolo in un campo

Dalla definizione di campo $\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$. Quindi per una carica di massa nota, quando il campo è uniforme la carica risente di una forza costante ed è quindi accelerata con $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$. Se la carica è positiva la forza ed il campo hanno lo stesso verso (altrimenti è opposto).

Dipolo immerso in un campo elettrico esterno



Dalla definizione di dipolo e dalla precedente osservazione discende che un dipolo in un campo elettrico uniforme esterno risente di 2 forze uguali e opposte che producono un momento di forze agenti.

Il momento risultante

$$\tau = F \frac{d}{2} \sin\theta + F \frac{d}{2} \sin\theta = F d \sin\theta = (qE) d \sin\theta = P E \sin\theta$$

Vettorialmente $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

$\vec{\tau}$ rappresenta il **momento torcente** sul dipolo elettrico immerso in un campo (elettrico) esterno ad esso.

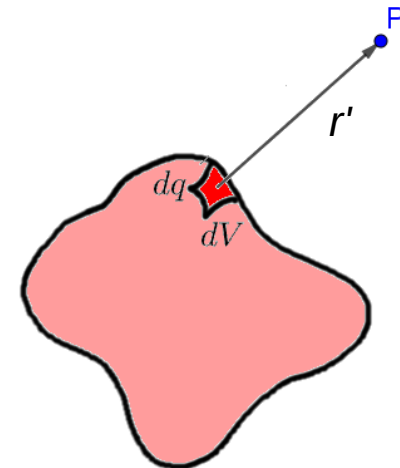
Il dipolo tende quindi ad allinearsi al campo elettrico.

1.6 Campo di distribuzioni continue

Se le distribuzioni di carica sono continue ovvero uniformemente distribuite su di un corpo, allora si introduce la **densità media di carica** del corpo (densità lineare, superficiale o volumetrica secondo i casi), come se la carica fosse una **distribuzione continua** invece che discreta, e si “somma” vettorialmente il contributo di un elemento infinitesimo del corpo.

Il campo dell'elemento infinitesimo è considerato come puntiforme:

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \hat{u}'$$

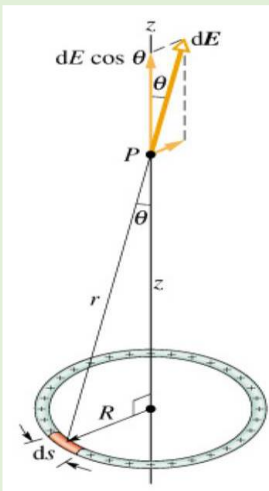


E il campo complessivo si ottiene integrando sulla distribuzione continua

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r'^2} \hat{u}'$$

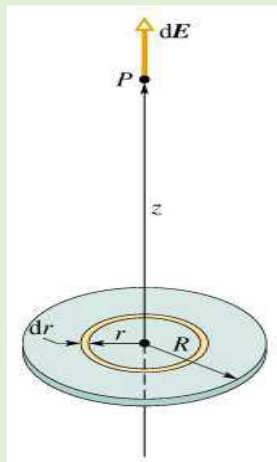


Esercizio 1.4



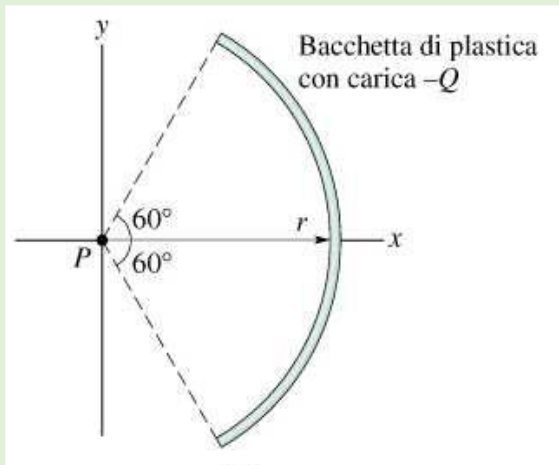
Un anello di raggio R ha una densità lineare di carica positiva uniforme λ , con carica totale Q . Calcolare il campo elettrico lungo l'asse dell'anello, in un punto P posto a distanza z dal centro dell'anello stesso.

Esercizio 1.5



Un disco di raggio R ha una densità superficiale di carica positiva uniforme, con carica totale Q . Calcolare il campo elettrico lungo l'asse del disco, in un punto P posto a distanza z dal centro dell'anello stesso.

Esercizio 1.6



Trovare nel punto **P** il campo elettrico della bacchetta di plastica incurvata ed avente una carica **-Q** distribuita uniformemente.

Esercizio 1.7

Una bacchetta isolante di lunghezza **L** possiede una carica **-q** uniformemente distribuita sulla sua lunghezza. Determinare il campo su un punto **P** posto sullo stesso asse della bacchetta e a distanza **a** da uno degli estremi