CAPITOLO 5

CORRENTE ELETTRICA

5.1 Introduzione

In questo capitolo abbandoniamo la statica per parlare di cariche in movimento.

In un conduttore gli elettroni sono le cariche mobili e in condizioni normali e a temperatura ambiente hanno velocità tipiche di 10^6 m/s. Tuttavia la casualità delle loro direzioni non dà luogo a movimenti o flussi netti di carica.

I conduttori sono costituiti da un reticolo spaziale ai cui vertici vi sono gli ioni positivi del conduttore e al cui interno si muovono quasi liberamente gli elettroni. Nei metalli gli elettroni sono gli unici portatori mobili di carica.

Il parametro caratteristico è quindi rappresentato dal numero di portatori di carica per unità di volume **n** che tipicamente nei conduttori è dell'ordine di:

$$\boldsymbol{n = 10^{28}\ elettroni/m^3}$$

Il moto degli elettroni normalmente è completamente disordinato e casuale per cui si ha che la loro **velocità media** è

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\sum_i \vec{v_i}}{N} = 0$$

5.1 Introduzione

Gli elettroni del conduttore sotto l'azione del campo elettrico, però non si muovono di moto accelerato (perché urtano continuamente contro il reticolo del conduttore stesso e la situazione che si realizza è simile al moto con attrito viscoso) ma mediamente si muovono con una velocità costante detta **velocità di deriva** (molto più piccola di quella propria degli elettroni) e diretta come il campo elettrico.

Applicando un campo elettrico, quindi, gli elettroni si muovono secondo una direzione netta dando luogo ad un flusso di cariche. In questa situazione con campo elettrico, le cariche si muovono tutte nella stessa direzione e danno luogo ad una **corrente elettrica** ed il fenomeno è quello della **conduzione elettrica**.

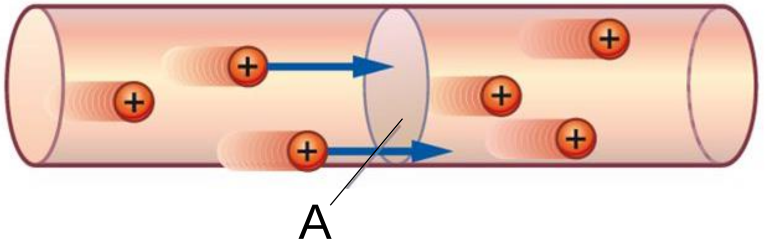
Per realizzare una corrente in un conduttore occorre applicare un campo elettrico (non conservativo) all'interno del conduttore. Per avere un campo elettrico occorre **creare un d.d.p. ai capi del conduttore** (ricorda che $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$).

Un qualsiasi dispositivo che sia in gradi di mantenere una d.d.p. ai capi di un conduttore, ovvero capace di mantenere un campo elettrico dentro il conduttore viene detto **generatore di forza elettromotrice** o **f.e.m.** il cui esempio più noto è la pila.

5.2 Corrente elettrica e densità di corrente

Supponiamo che in una porzione di un conduttore vi sia un campo elettrico sotto la cui azione si muovono gli elettroni. Se **n** sono i portatori per unità di volume, essi acquistano una velocità pari alla velocità di deriva $\vec{v}_d$ nella direzione del campo elettrico. Se individuiamo all'interno del conduttore una superficie **A**, la carica che transita nell'unità di tempo attraverso la superfice **A** è definita **come intensità di corrente media**

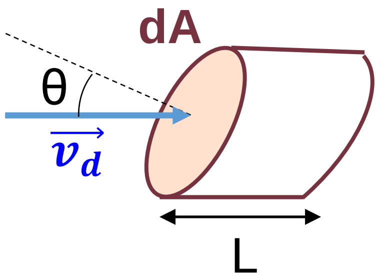
$$i_m = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$



e la **corrente istantanea**

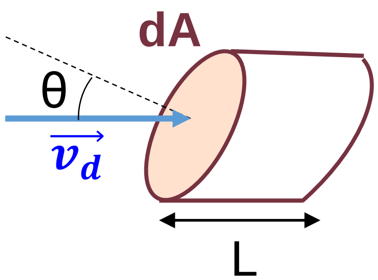
$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Vediamo adesso quanta carica è passata attraverso un elemento di conduttore infinitesimo generico di sezione infinitesima **dA** e lunghezza **L**, inclinato di un angolo **θ** rispetto alla velocità di deriva $\vec{v}_d$ (o campo elettrico):



5.2 Corrente elettrica e densità di corrente

Il volume del cilindro descritto dalle cariche in moto è



$$d\tau = L dA \cos\theta = v_d \Delta t dA \cos\theta$$

La carica che si è spostata è invece

$$\Delta q = n_+ e d\tau = n_+ e v_d \Delta t dA \cos\theta$$

Quindi la corrente infinitesima sarà:

$$di = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n_+ e v_d dA \cos\theta$$

Definiamo il **vettore densità di corrente** come:

$$\vec{j} = n_+ e \overrightarrow{v_d}$$

che ci permette di scrivere la corrente infinitesima che attraversa la sezione infinitesima **dA** come:

$$di = \vec{j} \cdot \widehat{u_n} dA$$

avendo definito $\widehat{u_n}$ versore normale alla superficie **dA**

5.2 Corrente elettrica e densità di corrente

Per una superficie **A** finita:

$$\boldsymbol{i = \int_A \vec{j} \cdot \widehat{u_n} dA}$$

relazione che mette in relazione il flusso di $\vec{j}$ attraverso la superficie con **i**.
Nel caso comune in cui $\vec{j}$ sia uniforme e perpendicolare alla superficie si ottiene semplicemente:

$$\boldsymbol{i = jA}$$

Da notare che nel conto abbiamo supposto implicitamente che si muovessero delle cariche positive. Se, come nei conduttori, sono cariche negative a muoversi generale

$$\boldsymbol{\vec{j} = -n_- e \overrightarrow{v_d}}$$

ed in generale quando vi sono cariche positive e negative a muoversi:

$$\boldsymbol{\vec{j} = n_+ e \overrightarrow{v_{d,+}} - n_- e \overrightarrow{v_{d,-}}}$$

L'unità di misura della corrente elettrica nel SI è l' **Ampere (A)** per cui

$$\boldsymbol{1\ A = \frac{1\ coulomb}{1\ secondo}}$$

5.2 Corrente elettrica e densità di corrente

Per una superficie **A** finita:

$$\boldsymbol{i = \int_A \vec{j} \cdot \widehat{u_n} dA}$$

relazione che mette in relazione il flusso di $\vec{j}$ attraverso la superficie con **i**.
Nel caso comune in cui $\vec{j}$ sia uniforme e perpendicolare alla superficie si ottiene semplicemente:

$$\boldsymbol{i = jA}$$

Da notare che nel conto abbiamo supposto implicitamente che si muovessero delle cariche positive. Se, come nei conduttori, sono cariche negative a muoversi generale

$$\boldsymbol{\vec{j} = -n_- e \overrightarrow{v_d}}$$

ed in generale quando vi sono cariche positive e negative a muoversi:

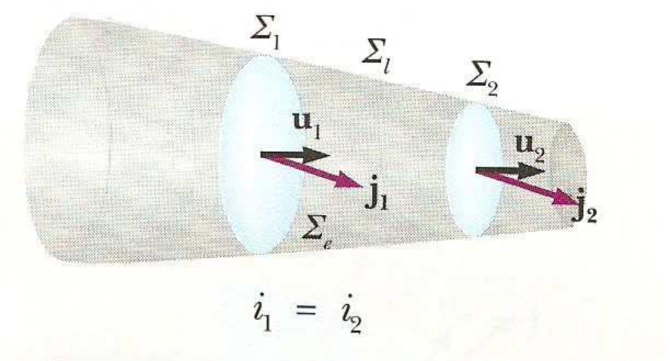
$$\boldsymbol{\vec{j} = n_+ e \overrightarrow{v_{d,+}} - n_- e \overrightarrow{v_{d,-}}}$$

L'unità di misura della corrente elettrica nel SI è l' **Ampere (A)** per cui

$$\boldsymbol{1\ A = \frac{1\ coulomb}{1\ secondo}}$$

5.3 Corrente stazionaria

Consideriamo un conduttore percorso da corrente di densità $\vec{j}$ e supponiamo di considerare due diverse sezioni del conduttore. Le correnti che passano attraverso le due sezioni sono :



$$i_1 = \int_{\Sigma_1} \vec{j}_1 \cdot \widehat{u_1} d\Sigma_1 \qquad\qquad i_2 = \int_{\Sigma_2} \vec{j}_2 \cdot \widehat{u_2} d\Sigma_2$$

se consideriamo la porzione di volume delimitato da Σ_1 e Σ_2 avremo che nell'ipotesi che la quantità di carica nel volume non cambi, e che tanta carica entra ed altrettanto ne esce, allora è evidente che si deve avere

$$i_1 = i_2$$

che si riassume dicendo che in **condizione stazionarie l'intensità di corrente è costante attraverso ogni sezione del conduttore**. Notare che la stazionarietà della corrente non significa che la corrente non varia con il tempo, può variare purché la quantità di carica che entra corrisponde a quella che esce.

5.4 Legge di Ohm

In un conduttore sottoposto ad una d.d.p., in regime stazionario, il legame tra la $\vec{j}$ che si stabilisce nel conduttore ed il campo $\vec{E}$ nel conduttore è:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

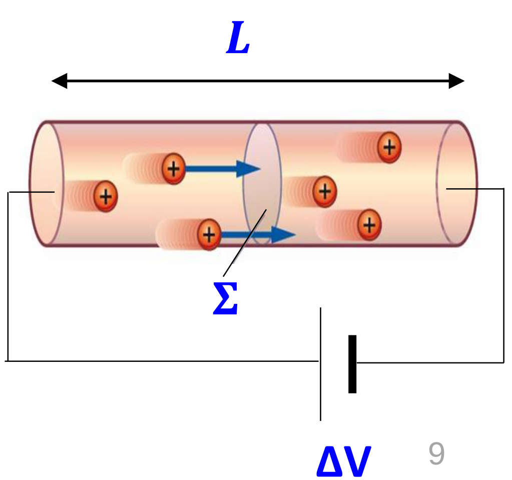
con σ grandezza caratteristica del conduttore detta **conducibilità elettrica**. Questa relazione è detta **legge di Ohm della conducibilità elettrica**.

Spesso la legge di Ohm è piuttosto indicata nell'altra forma:

$$\vec{E} = \rho \vec{j}$$

con $\rho = \frac{1}{\sigma}$ detta **resistività del conduttore**.

Applichiamo ora questa legge al caso di un conduttore metallico cilindrico di lunghezza **L** e sezione **Σ**. Supponiamo che ai capi di questo tratto di conduttore vi sia una d.d.p. pari a **ΔV** e consideriamo il regime stazionario, nel quale la corrente è la medesima attraverso ogni sezione del conduttore.



5.4 Legge di Ohm

Applicando la legge di Ohm: $\boldsymbol{E = \rho J = \rho \frac{i}{\Sigma}}$

e dalla definizione di potenziale elettrico: $\boldsymbol{\Delta V = \int \vec{E} \cdot \vec{ds} = EL}$

Combinando le due equazioni si ottiene: $\boldsymbol{\Delta V = \frac{\rho L}{\Sigma} i}$

La quantità $\boldsymbol{R = \frac{\rho L}{\Sigma}}$ prende il nome di **Resistenza elettrica**, e dipende dalle dimensioni del conduttore elettrico ($\boldsymbol{\Sigma}$ e $\boldsymbol{L}$) e dal materiale di cui è fatto ($\boldsymbol{\rho}$).

Legge di Ohm per i conduttori metallici

$$\boldsymbol{\Delta V = Ri}$$

L'unità di misura della resistenza elettrica nel SI è l' **Ohm (Ω)** per cui

$$\boldsymbol{1\Omega = \frac{1\, Volt}{1\, Ampere}}$$

5.5 Potenza elettrica

Qualunque dispositivo ai cui capi sia mantenuta una d.d.p. pari a **V** ed assorba una corrente **i** necessita di una potenza per mantenere inalterata la d.d.p.
Se consideriamo una carica **dq** che si muova tra i morsetti del dispositivo abbiamo che questa carica vede una caduta di potenziale **V** per cui la sua energia potenziale è pari a:

$$dU = Vdq = Vidt$$

che corrisponde al lavoro dW compiuto dal campo elettrico per questo spostamento. Dividendo tutto per **dt** si ottiene che la potenza trasferita è pari:

$$P = \frac{dW}{dt} = Vi$$

Se il dispositivo è un conduttore, valendo la legge di Ohm, si ha:

$$P = Ri^2 = \frac{V^2}{R}$$

questa potenza è trasferita al conduttore il quale si scalda (**effetto Joule**) per effetto dell'ingresso di tale energia (microscopicamente è dovuto agli urti che gli elettroni trasferiscono al reticolo del conduttore).

5.6 Modello classico della conduzione

Il modello classico di conduzione elettrica dei metalli dimostra con un semplice modello le ragioni che portano alla legge di Ohm. Si ipotizza che gli elettroni si muovano attraverso un reticolo cristallino, in cui gli ioni del metallo sono sostanzialmente fissi e nei vertici del reticolo, e gli elettroni si muovono con un moto disordinato.

Consideriamo inizialmente il caso in cui non ci sono campi elettrici applicati nel conduttore. Le interazioni degli elettroni con il reticolo sono assimilabili ad una serie di urti tra essi e il reticolo, tra un urto e l'altro il moto degli elettroni è libero con traiettorie rettilinee (moto rettilineo uniforme). Le direzioni delle traiettorie dopo gli urti sono completamente casuali (discorso simile alla trattazione fatta come teoria cinetica dei gas) per cui nessuna direzione `e privilegiata e non si hanno flussi netti di carica.

Possiamo stabilire il tempo medio **τ** tra due urti consecutivi ed il cammino libero medio **l** che saranno legati dalla relazione

$$\boldsymbol{\tau = \frac{l}{v}}$$

con **v** la velocità degli elettroni nel metallo.

5.6 Modello classico della conduzione

Se applichiamo un campo elettrico allora ogni elettrone viene accelerato con accelerazione.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

Quindi alle velocità casuali proprie degli elettroni si sovrappone una componente di velocità guadagnata che è nella direzione del campo elettrico, ma il cui valore è tuttavia in modulo molto più piccolo della tipica velocità degli elettroni.

Ne consegue che in modulo la velocità cambia poco e anche il tempo medio tra due urti calcolato prima non si modifica. Possiamo adesso vedere cosa succede alle velocità tra due urti successivi. Se ci riferiamo all'urto i-simo e vogliamo vedere qual è la velocità giusto prima l'urto successivo si ha:

$$\overrightarrow{v_{i+1}} = \vec{v_i} - \frac{e\vec{E}}{m}\tau$$

5.6 Modello classico della conduzione

Per cui facendo la media di questa espressione su un gran numero di urti si ottiene di fatto la definizione della **velocità di deriva**:

$$\vec{v_d} = \langle\vec{v}\rangle = \frac{1}{N}\sum_i \overrightarrow{v_{i+1}} = \frac{1}{N}\sum_i \left(\vec{v_i} - \frac{e\vec{E}}{m}\tau\right) = \frac{1}{N}\sum_i \vec{v_i} - \frac{1}{N}\sum_i \frac{e\vec{E}}{m}\tau$$

$$\sum_i \vec{v_i} = 0$$ in quanto le direzioni dopo gli urti sono **casuali**

ed essendo costante il secondo termine si ottiene immediatamente:

$$\vec{v_d} = -\frac{e\tau}{m}\vec{E}$$

gli elettroni acquistano **una velocità di deriva diretta come il campo elettrico e proporzionale al campo elettrico stesso**

5.6 Modello classico della conduzione

La densità di corrente acquisita da questo spostamento di cariche sarà:

$$\vec{j} = -ne\overrightarrow{v_d}$$

e sostituendo l'espressione appena trovata per la velocità di deriva:

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

Allora possiamo identificare :

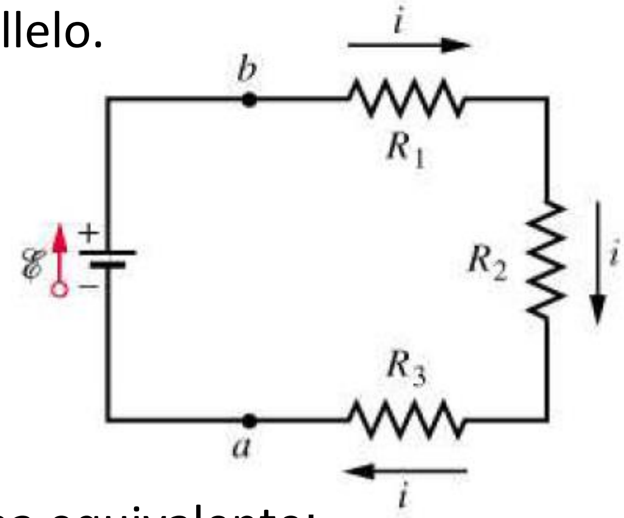
$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

otteniamo la definizione di **conducibilità** e il suo collegamento alle caratteristiche del metallo ritrovando la **legge di Ohm**:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

5.7 Resistori in serie

I conduttori ohmici sono caratterizzati da un determinato valore di resistenza. I dispositivi inseriti come elementi circuitali aventi un determinato valore di resistenza sono detti **resistori** e hanno il simbolo in figura. I collegamenti di base tra questi elementi, come per i condensatori, sono quello in serie e quello in parallelo.



I resistori sono in serie se attraversati dalla stessa corrente. La somma delle d.d.p. ai capi di ognuna di esse è la d.d.p. di tutta la catena.

$$\Delta V_1 = R_1 i \qquad \Delta V_2 = R_2 i \qquad \Delta V_3 = R_3 i$$

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$$

Le resistenze in serie possono essere sostituite da una equivalente:

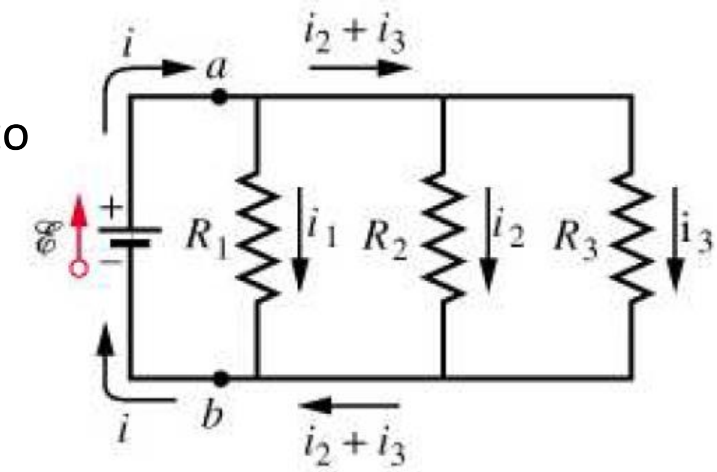
$$\Delta V = R_{eq} i \qquad \text{con} \qquad R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Resistenza equivalente di n resistori in serie

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

5.8 Resistori in parallelo

I resistori sono in **parallelo** se hanno la stessa d.d.p.



Vogliamo trovare la resistenza che sostituita al posto dell'intero collegamento presente caratteristiche elettriche equivalenti.
Ogni resistore è attraversato da una corrente:

$$i_1 = \frac{V}{R_1} \qquad i_2 = \frac{V}{R_2} \qquad i_3 = \frac{V}{R_3}$$

Per il principio di conservazione della carica, la corrente totale **i** erogata dalla pila deve essere pari alle correnti che attraversano le singole resistenze:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{V}{R_{eq}}$$

ovvero

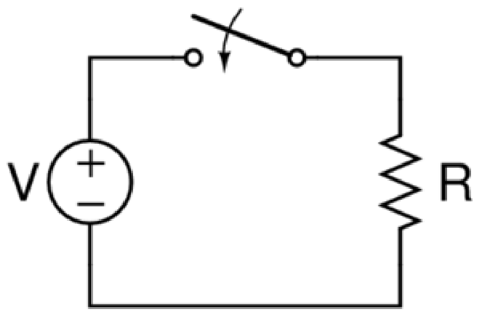
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Resistenza equivalente di n resistori in parallelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

5.9 Forza elettromotrice

Un **generatore di f.e.m.** (una batteria) produce e mantiene una d.d.p. tra i suoi poli.



Se la batteria `e staccata non c’`e alcun flusso di cariche internamente alla batteria. Nel momento in cui vi è un collegamento esterno invece si ha un flusso di cariche interne (per effetto di reazioni chimiche nelle pile o con altri processi in altri dispositivi) verso il polo positivo e all’esterno nel circuito dal polo + verso il -.

Consideriamo ora il più semplice circuito che si ottiene collegando i poli del generatore con un resistore. Avremo ai capi del resistore la legge di Ohm:

$$\boldsymbol{\Delta V = \int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = Ri}$$

e calcolando la circuitazione del campo elettrico sull’intero circuito si ha

$$\boldsymbol{\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = Ri}$$

5.9 Forza elettromotrice

Avevamo definito f.e.m. come:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = Ri$$

da cui segue che non è per opera di un campo elettrostatico che si può realizzare tale situazione ma occorre un processo di altra natura. Più precisamente nei conduttori del circuito si avrà un certo campo elettrico $\overrightarrow{E_{el}}$ dovuto alla presenza delle cariche sui poli del generatore ed un certo campo $\overrightarrow{E_*}$ all'interno del generatore. Pertanto otteniamo che:

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_A^B \overrightarrow{E_*} \cdot \overrightarrow{ds}$$

calcolata lungo un percorso entro il generatore tra i poli A e B.

Nei generatori di **f.e.m. ideali** non si hanno resistenze interne che ostacolano il movimento di carica da un polo all'altro. Nella realtà invece qualunque batteria ha una **resistenza interna** dovuta agli ostacoli interni alla batteria.

5.9 Forza elettromotrice

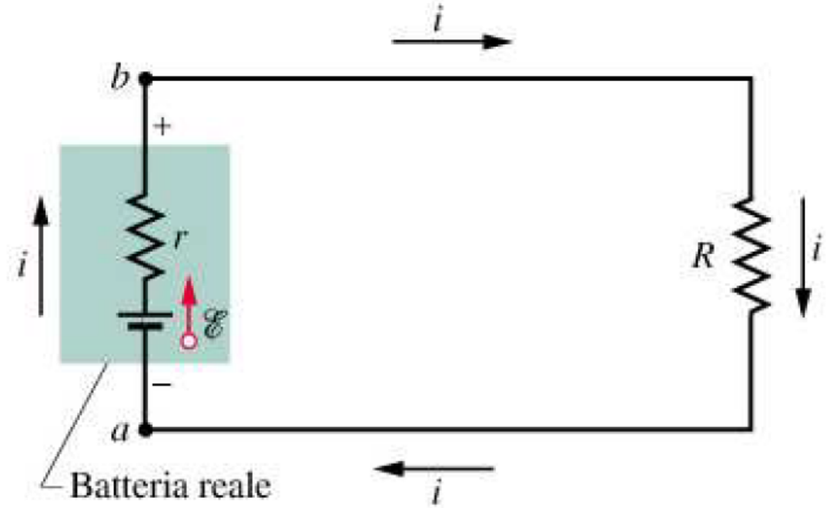
Indicheremo per questi generatori reali la presenza della resistenza interna evidenziando la resistenza e collocandola in serie ad un generatore ideale.

Calcoliamo la circuitazione partendo
Dal generatore polo negativo andando
verso il polo positivo.

$$\boldsymbol{V_A} + \mathcal{E} - \boldsymbol{ri} - \boldsymbol{Ri} = \boldsymbol{V_A}$$

$$\mathcal{E} = (\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R})\boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{i} = \frac{\mathcal{E}}{\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}}$$



Per cui la d.d.p. ai capi del resistore esterno sarà:

$$\Delta \boldsymbol{V} = \boldsymbol{Ri} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{r} + \boldsymbol{R}}\mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathrm{ri}$$

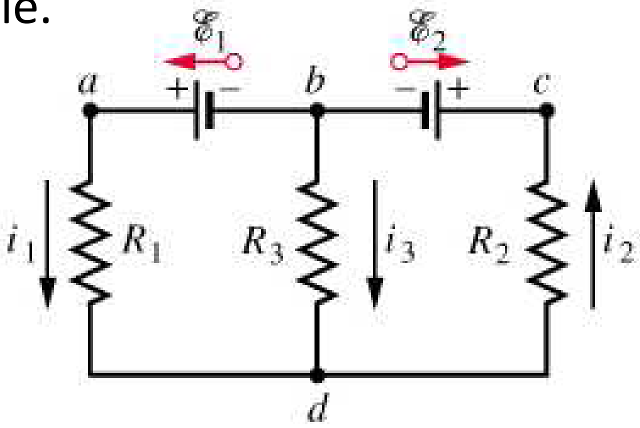
la d.d.p. ai capi di un resistore collegato ad un generatore reale è inferiore alla f.e.m. a causa della resistenza interna.

5.10 Leggi di Kirchhoff

Per circuiti complessi composti da diversi elementi circuitali, la semplificazione con elementi equivalenti può non essere sufficiente o fattibile.

Definiamo **maglia** un qualunque percorso chiuso all'interno del circuito (nel circuito in figura ci sono tre maglie)

Definiamo **nodo** punti del circuito nel quale convergono almeno 3 tratti di conduttore differenti (nel circuito in figura ci sono due nodi)



Legge dei nodi o prima legge di Kirchhoff

La somma delle correnti che entrano in un nodo deve essere uguale alla somma delle correnti che escono

$$\sum_k i_k = 0$$

Legge delle maglie o seconda legge di Kirchhoff

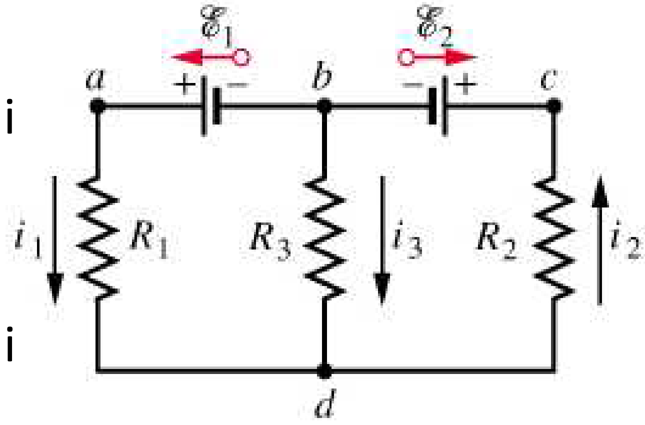
In una maglia la somma delle f.e.m. è uguale alla somma delle cadute di potenziale

$$\sum_k R_k i_k = \sum_j \varepsilon_j$$

5.10 Leggi di Kirchhoff

I criteri che si devono seguire per applicare le leggi sono:

- si sceglie arbitrariamente un verso per la maglia e per le correnti;
- se nel ramo k-simo la corrente è concorde al verso di percorrenza il termine $\boldsymbol{R_k i_k}$ha segno positivo altrimenti il contrario;
- se una f.e.m. viene percorsa dal - al + dal suo interno, la f.e.m. va considerata con il segno positivo altrimenti il contrario.



Seconda legge di Kirchhoff applicata alla maglia di sinistra, in senso antiorario:

$$\mathcal{E}_1 = i_1 R_1 - i_3 R_3$$

Seconda legge di Kirchhoff applicata alla maglia di destra, in senso orario:

$$\mathcal{E}_2 = -i_3 R_3 - i_2 R_2$$

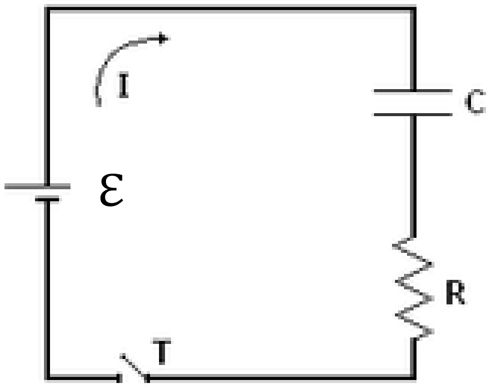
Prima legge di Kirchhoff applicata al nodo b

$$i_2 = i_1 + i_3$$

Mettendo a sistema le tre equazioni, possiamo determinare le tre correnti che attraversano le tre resistenze

5.11 Carica e scarica di un condensatore

Consideriamo la situazione di **carica di un condensatore**. Esso viene collegato ad un generatore di f.e.m., che lo carica, mediante il circuito in figura. Consideriamo la situazione all'istante generico nel quale il condensatore si trova con una certa carica **q**. Se applichiamo la legge delle maglie otteniamo



$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

che possiamo riscrivere nella forma:

$$\mathcal{E} - \frac{dq}{dt}R - \frac{q}{C} = 0$$

Questa è una equazione differenziale immediatamente integrabile, mediante metodo di separazione delle variabili.

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} = R\frac{dq}{dt}$$

5.11 Carica e scarica di un condensatore

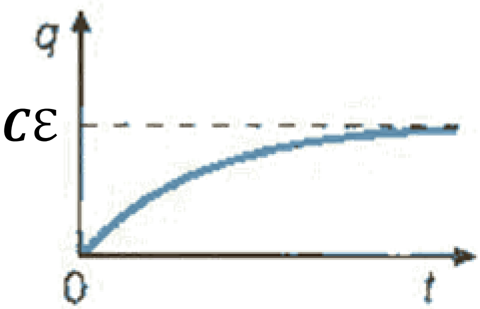
$$\frac{dq}{\mathcal{E}-\frac{q}{C}}=\frac{dt}{R} \Rightarrow \frac{dq}{q-C\mathcal{E}}=-\frac{dt}{RC}$$

Integrando con le giuste condizioni:

$$\int_0^q \frac{dq}{q-C\mathcal{E}}=-\int_0^t \frac{dt}{RC} \Rightarrow ln\left(\frac{q-C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right)=-\frac{t}{RC}$$

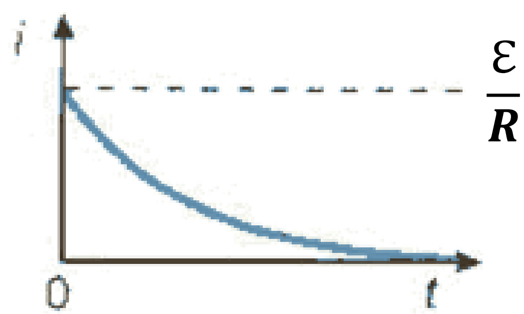
L’andamento della carica nel tempo:

$$q(t)=C\mathcal{E}\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



L’andamento della corrente che scorre nel circuito sarà:

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=\frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$



5.11 Carica e scarica di un condensatore

La costante $\tau = \boldsymbol{RC}$ è detta **costante di tempo capacitiva**: dall'andamento della corrente desumiamo che la corrente è massima a $t = 0$, dopo un tempo pari a **1τ** la corrente si riduce al 37% e dopo **3τ** si è ridotta al 5% proseguendo con andamento esponenziale. Analogamente l'operazione di carica si può ritenere virtualmente completata dopo **5τ** (99.3%) e la carica massima è $\boldsymbol{q_0} = \boldsymbol{C}\mathcal{E}$

Infine calcoliamo il lavoro compiuto dal generatore f.e.m. nel processo di carica:

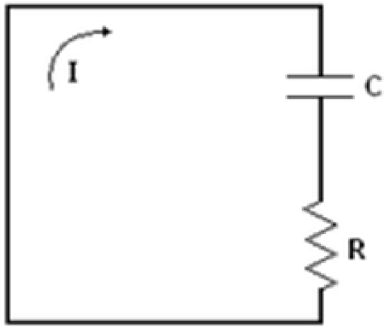
$$\boldsymbol{W_{gen}} = \int \mathcal{E}\boldsymbol{dq} = \mathcal{E}\int \boldsymbol{dq} = \mathcal{E}\boldsymbol{q_0} = \boldsymbol{C}\mathcal{E}^{\boldsymbol{2}}$$

Per la potenza complessivamente spesa, si può verificare che:

$$\boldsymbol{P_{gen}} = \boldsymbol{P_R(t)} + \boldsymbol{P_C(t)}$$

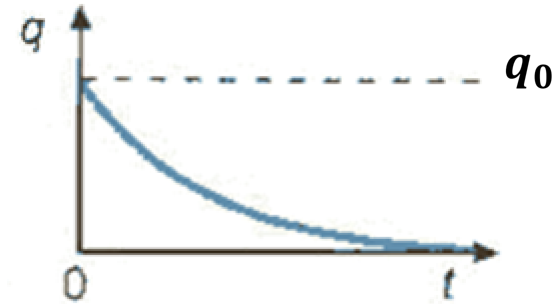
5.11 Carica e scarica di un condensatore

L'equazione della maglia nel caso in cui non ci sia più il generatore di f.e.m. descrive di fatto la **scarica del condensatore** su una resistenza.



$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{q}=-\frac{dt}{RC}$$

$$\int_{q_0}^{q}\frac{dq}{q}=-\int_0^t\frac{dt}{RC} \quad \Rightarrow \quad q(t)=q_0e^{-\frac{t}{RC}}$$



e derivando l'espressione si trova la corrente $i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$

La potenza complessivamente dissipata sulla resistenza sarà:

$$W_R=\int P_R(t)dt=\int Ri^2=R\frac{{q_0}^2}{R^2C^2}\int_0^{\infty}e^{-\frac{2t}{RC}}dt=\frac{(CV_0)^2}{RC^2}\frac{RC}{2}=\frac{1}{2}CV_0^2$$

L'energia immagazzinata nel condensatore è stata interamente dissipata sulla resistenza

5.12 Corrente di spostamento

Abbiamo finora associato le correnti agli spostamenti di cariche. Tuttavia se pensiamo alla situazione della carica/scarica del condensatore, processo nel quale la carica sta variando nel tempo, abbiamo che in tutto il circuito scorre una corrente **i(t)**. Ma tra le armature del condensatore non c’`e passaggio di carica eppure sull’altra armatura si manifesta la stessa corrente della prima armatura come se ci fosse una continuità di passaggio di corrente anche tra le armature.

Ipotizziamo quindi una corrente $\mathbf{i_s}$ non dovuta ad un moto di cariche che avviene tra le armature del condensatore. Il ragionamento da fare è quindi ipotizzare che questa corrente sia uguale a quella del resto del circuito e che sia dovuto al fatto che la carica (e quindi anche il campo elettrico) sia variabile nel tempo.

$$i_s = i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CV)}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\left(\frac{\Sigma}{h} V\right)}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d(E\Sigma)}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\phi(E)}{dt}$$

Questa equazione evidenzia l’origine della corrente $\mathbf{i_s}$ come dovuta alla **variazione nel tempo del flusso del campo elettrico**.

5.12 Corrente di spostamento

La corrente **i_s** fu introdotta da Maxwell e detta **corrente di spostamento** per risolvere alcune incongruenze delle equazione del campo elettromagnetico. Il termine corrente di spostamento non allude ad uno spostamento di cariche o materia ma allude, come accenneremo, alla variazione di campi elettromagnetici.

Infine possiamo indicare la **densità di corrente di spostamento** che sarà:

$$j_s = \frac{i_s}{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

in generale quindi potremo indicare

$$\vec{j} = \overrightarrow{j_c} + \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

Esercizio 5.1

Un partitore resistivo è costituito da tre resistori in serie collegati ad un generatore di f.e.m. pari a **100 V**, con resistenza interna $\mathbf{r = 10\ \Omega}$. I resistori hanno resistenze $\mathbf{R_1 = 40\ \Omega}$, $\mathbf{R_2 = 50\ \Omega}$, $\mathbf{R_3 = 100\ \Omega}$. Calcolare la d.d.p. ai capi di ogni resistore.

Esercizio 5.2

I fusibili dei circuiti sono costituiti da un filo metallico progettato in modo da fondere, interrompendo il circuito, se la corrente che lo attraversa supera un certo valore. Supponiamo che il materiale usato per il fusibile fonda quando la densità di corrente supera il valore di $\mathbf{440\ A/cm^2}$. Che diametro deve avere il filo, di forma cilindrica, affinché limiti la corrente a **0.5 A**?

Esercizio 5.3

Un filo di resistenza **6 Ω** viene stirato sino ad allungarsi di **3 volte**. Qual è la nuova resistenza del filo nell'ipotesi che resistività e massa volumetrica del filo non siano cambiate?

Esercizio 5.4

Un elemento riscaldante viene fatto funzionare mantenendo una d.d.p. di **75 V** su un filo conduttore di sezione $\mathbf{2.6 \cdot 10^{-6}\ m^2}$ e resistività di $\mathbf{5 \cdot 10^{-7}\ \Omega \cdot m}$. Se l'elemento dissipa **5000 W**, qual \`e la lunghezza del filo?