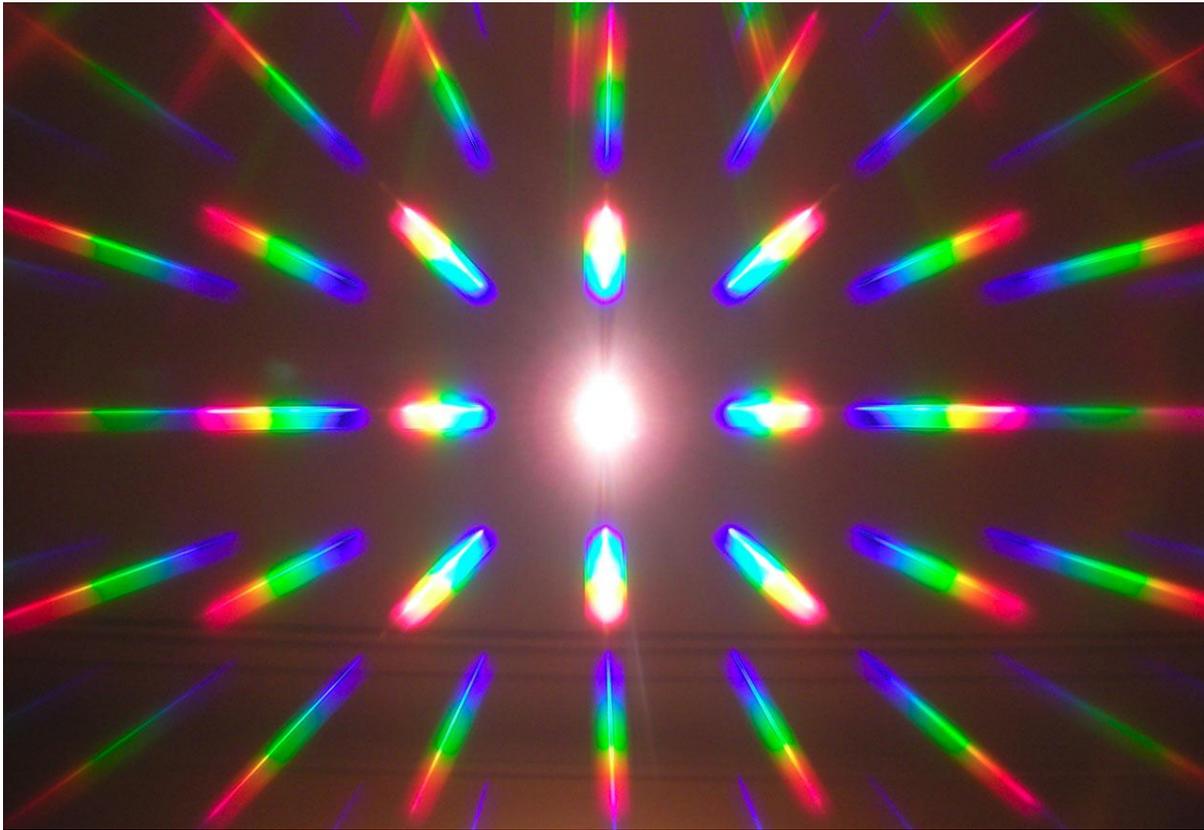


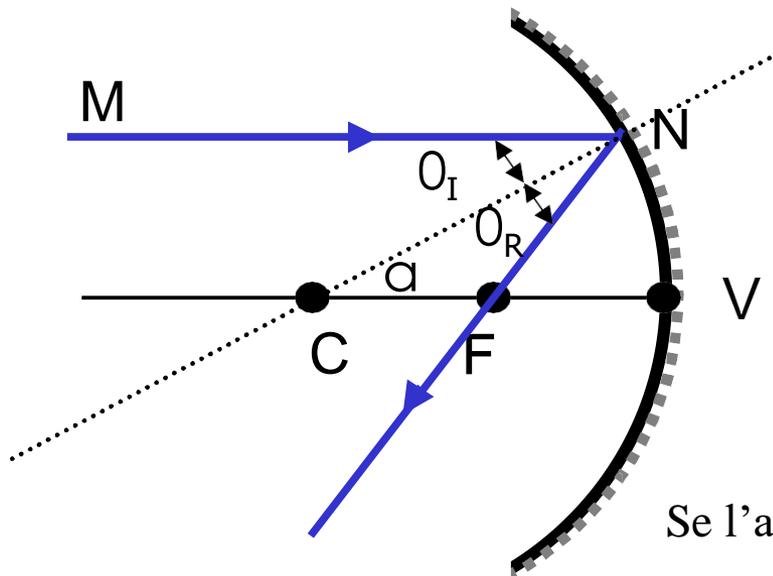
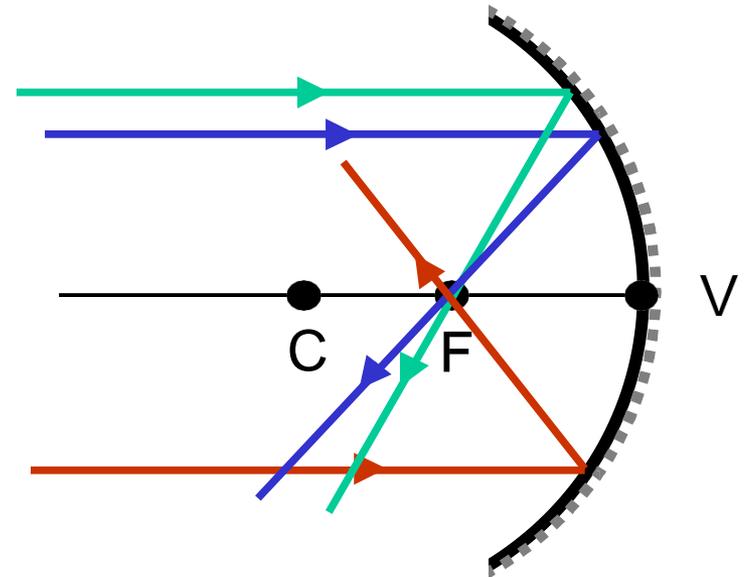
# CAPITOLO 7

## Diffrazione



# Specchi concavi

Tutti i raggi paralleli all'asse ottico passano per un punto F detto **FUOCO**



Il raggio CN e' normale alla superficie  
 $\theta_I = \theta_R$  per le leggi della riflessione  
 $\theta_I = \alpha$  perche' alterni interni  
 $\theta_R = \alpha$   
 $\overline{CF} = \overline{FN}$

Se l'apertura dello specchio è piccola

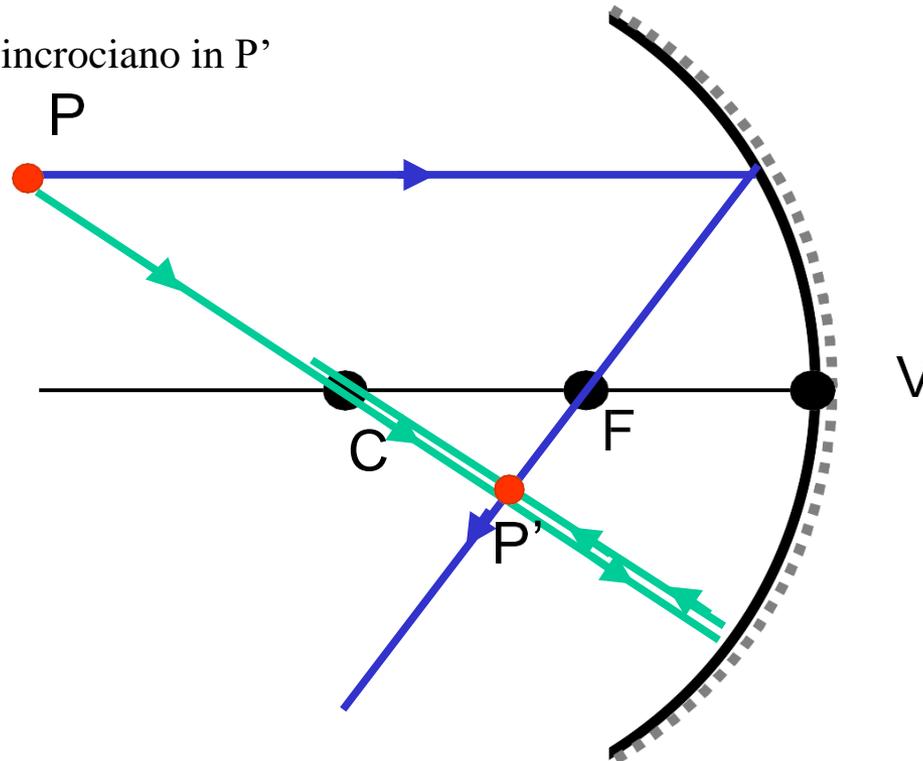
$$\overline{FN} = \overline{FV},$$

$$\overline{CF} = \overline{FV}$$

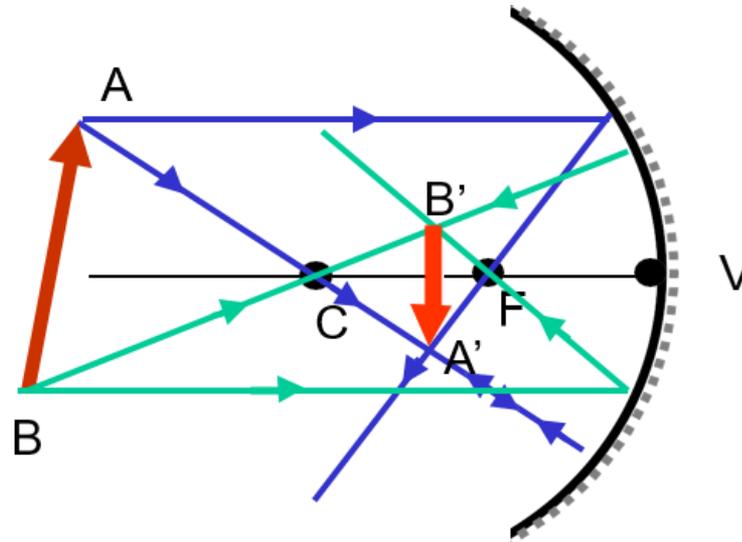


## Immagine da uno specchio concavo

- Voglio costruire l'immagine  $P'$  di  $P$
- Considero il raggio parallelo all'asse ottico e quello che passa per il centro
  - Il primo, dopo la riflessione passa per il fuoco
  - Il secondo forma un angolo di incidenza nullo e dunque si riflette nella stessa direzione del raggio incidente
  - I due raggi riflessi si incrociano in  $P'$



Nel caso di oggetti estesi:



- Se l'oggetto si trova (come in figura) tra l'infinito e il centro dello specchio l'immagine risulta **REALE CAPOVOLTA E RIMPICCIOLITA**
- L'ingrandimento e' definito come il rapporto tra la lunghezza dell'immagine e quella dell'oggetto

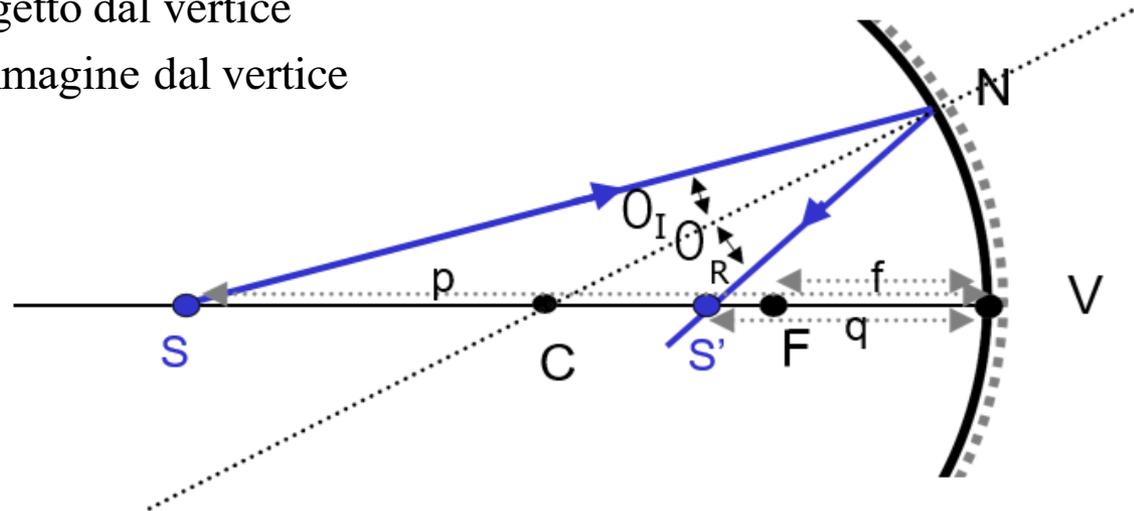
$$G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Se l'oggetto e' ingrandito  $G > 1$ , altrimenti  $G < 1$

## Formula degli specchi sferici

Indichiamo con:

- $p = SV$  distanza dell'oggetto dal vertice
- $q = S'V$  distanza dell'immagine dal vertice
- $f = FV$  distanza focale



Si puo' dimostrare che per specchi di piccola apertura vale la relazione

Formula degli  
specchi sferici

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

<https://ophysics.com/110.html>

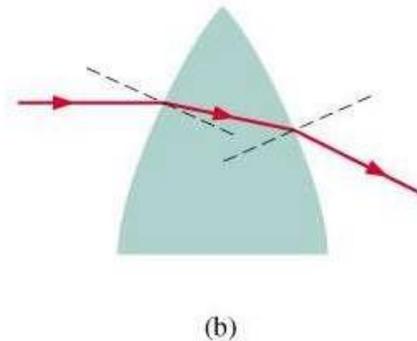
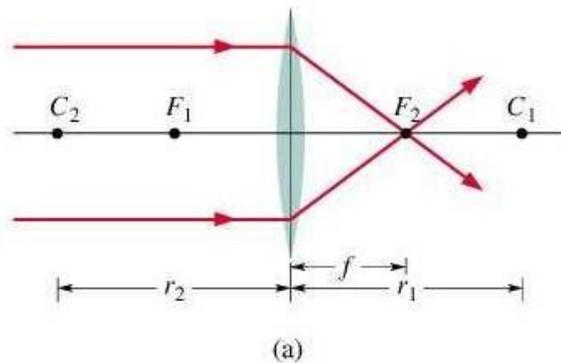
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$p \rightarrow \infty$	$q = f$	Se l'oggetto si trova all'infinito, l'immagine si forma sul fuoco
$p$ diminuisce	$q$ aumenta	
$p = r$	$q = r$	Se l'oggetto si trova al centro della sfera, l'immagine si forma nello stesso punto
$p = f$	$q \rightarrow \infty$	Se l'oggetto si trova sul fuoco, l'immagine si forma all'infinito
$p < f$	$q < 0$	Se l'oggetto si trova tra il fuoco e il vertice, l'immagine si forma oltre lo specchio. $q$ in questo caso risulta $< 0$

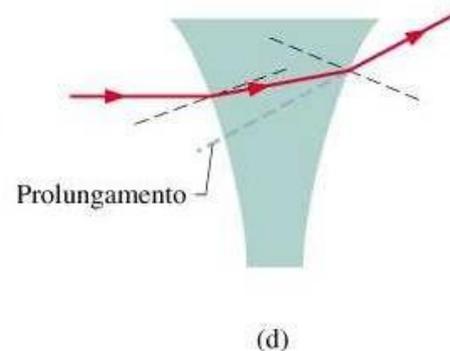
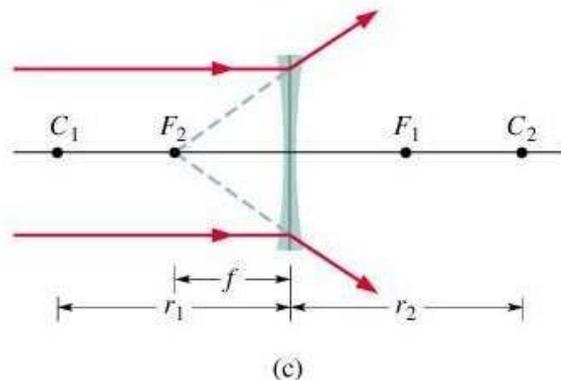
Per convenzione si assume che siano positive le distanze dal vertice dei punti che si trovano dinanzi allo specchio negative le distanze dei punti che si trovano oltre lo specchio

## Lenti sferiche

**Lenti convergenti:** fanno convergere in un punto ( $F_2$  in figura), detto **fuoco**, un fascio di raggi paralleli all'asse ottico. Sono spesse al centro, sottili ai bordi



↑  
rappresentazione schematica delle lenti sferiche sottili convergenti



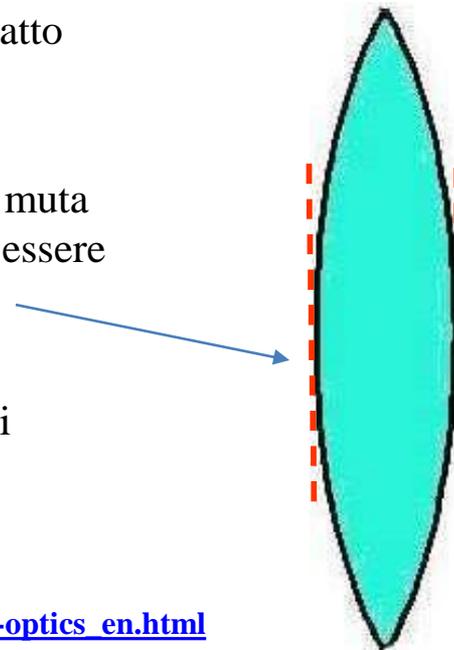
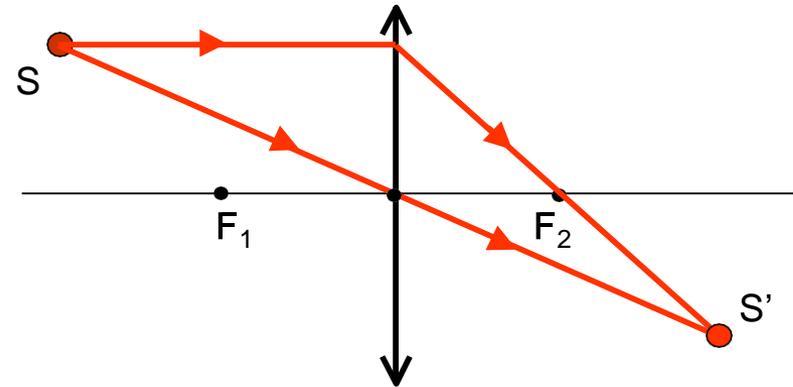
↑  
rappresentazione schematica delle lenti sferiche sottili divergenti

**Lenti divergenti:** fanno divergere un fascio di raggi paralleli all'asse ottico. I raggi appaiono all'osservatore oltre la lente come se provenissero da un punto ( $F_2$  in figura) detto **fuoco**. Sono sottili al centro e spesse ai bordi

## Lenti sferiche (sottili) convergenti

Metodo grafico per costruire l'immagine  $S'$  della sorgente  $S$ :

- considero il raggio parallelo all'asse ottico: questo rifratto dalla lente passerà per il fuoco
- considero il raggio che passa per il centro: questo non muta direzione perché la lente in prossimità del centro può essere approssimata ad una lamina a facce piane e parallele
- Il punto di intersezione tra i due raggi è quello dove si forma l'immagine



[https://phet.colorado.edu/sims/geometric-optics/geometric-optics\\_en.html](https://phet.colorado.edu/sims/geometric-optics/geometric-optics_en.html)



## Formula delle lenti

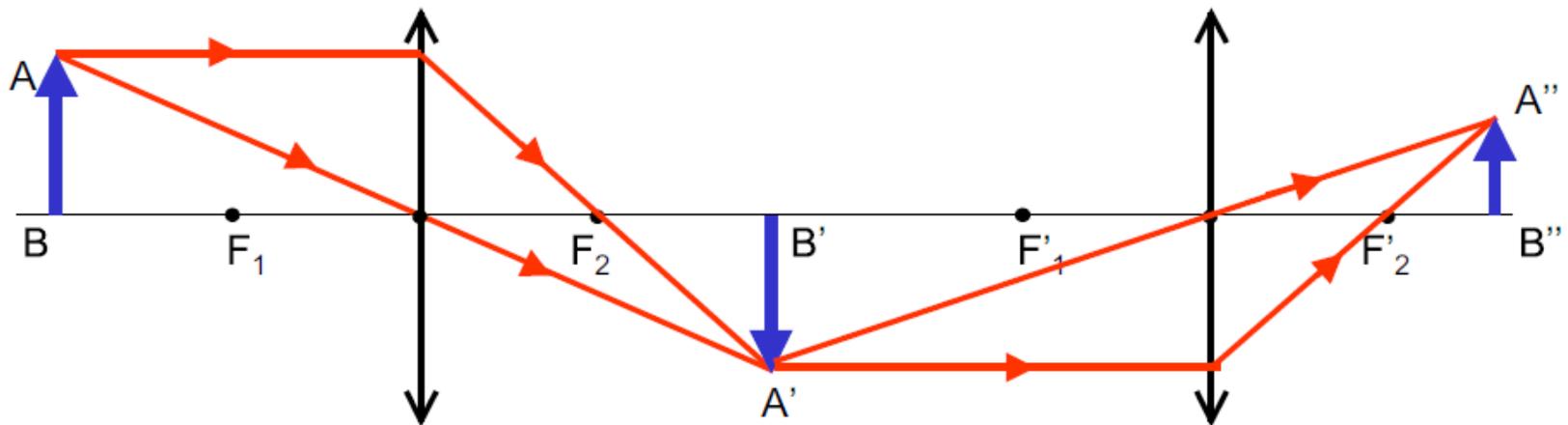
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$p \rightarrow \infty$	$q = f$	Se l'oggetto si trova all'infinito, l'immagine si forma sul fuoco
$p$ diminuisce	$q$ aumenta	
$p = f$	$q \rightarrow \infty$	Se l'oggetto si trova sul fuoco l'immagine si forma all'infinito
$p < f$	$q < 0$	Se l'oggetto si trova tra il fuoco e il centro l'immagine (virtuale) si forma dalla stessa parte dell'oggetto. $q$ in questo caso risulta $< 0$

L'inverso della distanza focale si chiama potere diottrico e si misura in **diottrie**: 1 diottria = 1 m<sup>-1</sup>

## Sistemi ottici

- Un sistema ottico è una qualunque successione di superfici riflettenti o rifrangenti
- Un sistema ottico è centrato quando gli assi ottici dei suoi elementi sono sovrapposti
- In un sistema ottico l'immagine formata da ogni superficie (lente o specchio) serve come oggetto per la successiva

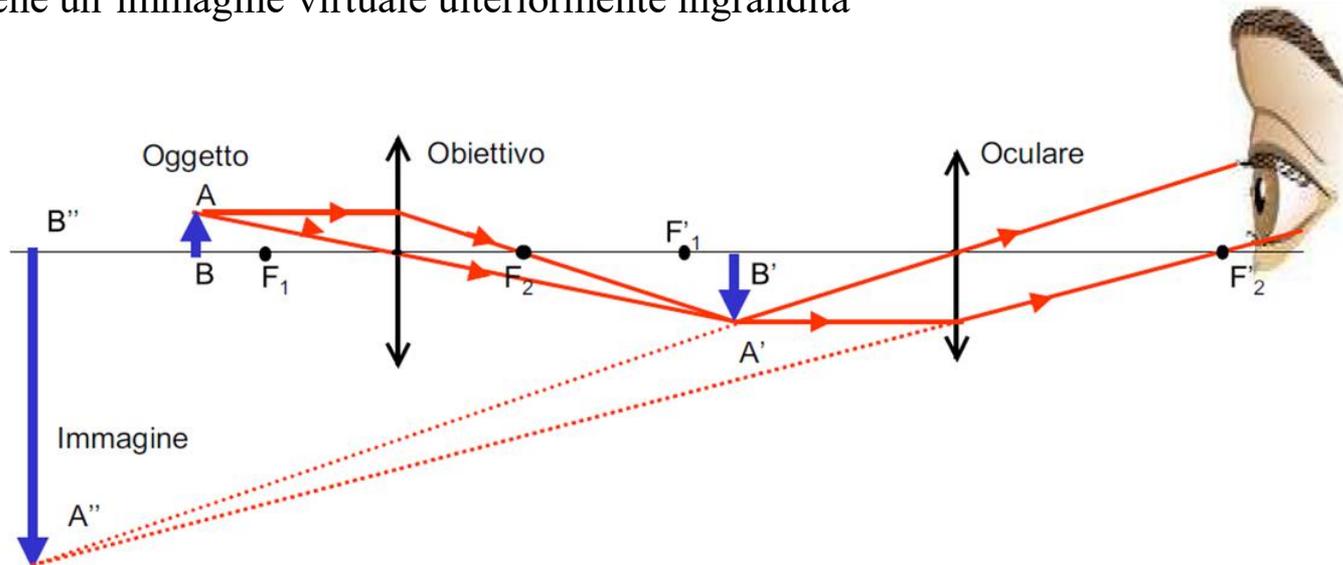


La prima lente forma l'immagine  $A'B'$  di  $AB$ .

La seconda lente forma l'immagine  $A''B''$  di  $A'B'$

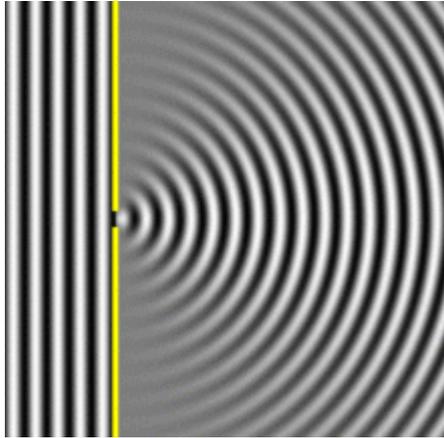
## Microscopio composto

- E' costituito da un obiettivo di piccola distanza focale e un oculare
  - Un obiettivo è un sistema di lenti adatto a formare immagini reali
  - Un oculare è un sistema di lenti che forma di un oggetto un'immagine virtuale nella posizione piu' adatta per l'osservazione
- L'oggetto viene posto a una distanza  $p$  tale che  $f < p < 2f$ 
  - L'obiettivo fornisce un'immagine  $A'B'$  reale e ingrandita di  $AB$
- Il microscopio è regolato in modo che  $A'B'$  si formi poco dopo il fuoco  $F'_1$  dell'oculare.
  - Si ottiene un'immagine virtuale ulteriormente ingrandita

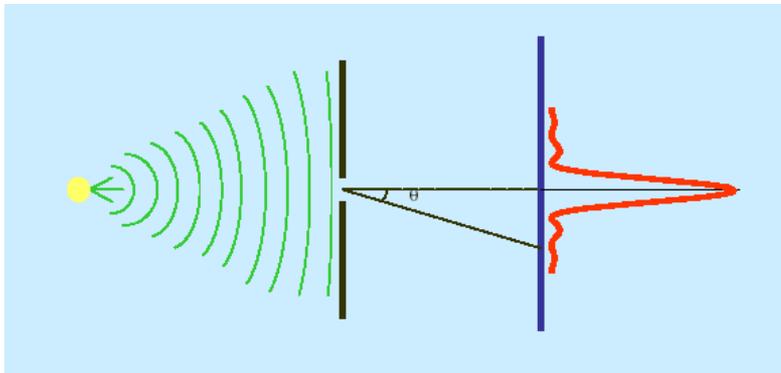


## Potere risolutivo

- Una caratteristica dei sistemi ottici (microscopio telescopico ad esempio) è la capacità di distinguere due oggetti (due stelle ad esempio) la cui separazione angolare è molto piccola
- Possiamo definire il potere risolutivo come il reciproco della minima distanza tra i due punti per cui essi sono ancora visti distinti attraverso il sistema ottico
- Secondo l'ottica geometrica, i due punti sarebbero sempre separabili e l'unico limite sarebbe nell'acuita' visiva dell'osservatore...
- **La natura ondulatoria della luce non influenza affatto il potere risolutivo???**

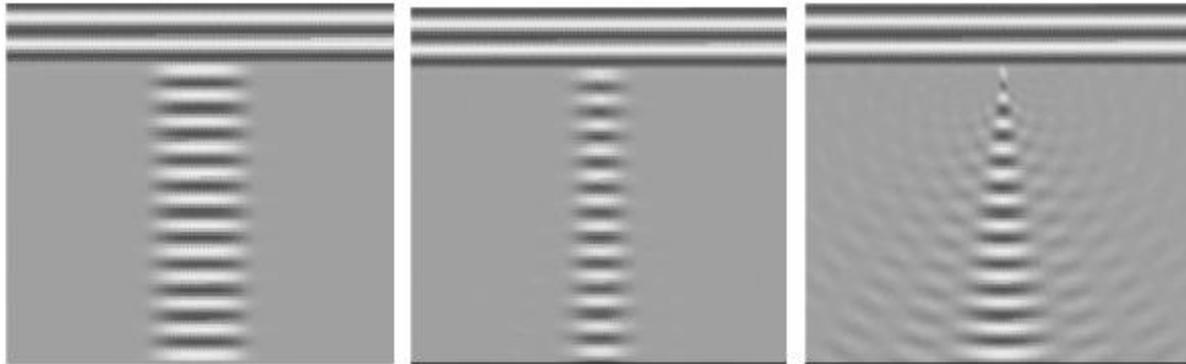


La diffrazione è un fenomeno che avviene tutte le volte che si ostacola un fronte d'onda e le dimensioni dell'ostacolo su uno schermo opaco sono confrontabili con le lunghezze d'onda della radiazione



Il fenomeno della diffrazione avviene con qualunque tipo di onda ma può essere più interessante lo studio della diffrazione delle onde luminose in quanto ne risulta più difficile l'osservazione a causa della piccola lunghezza d'onda.

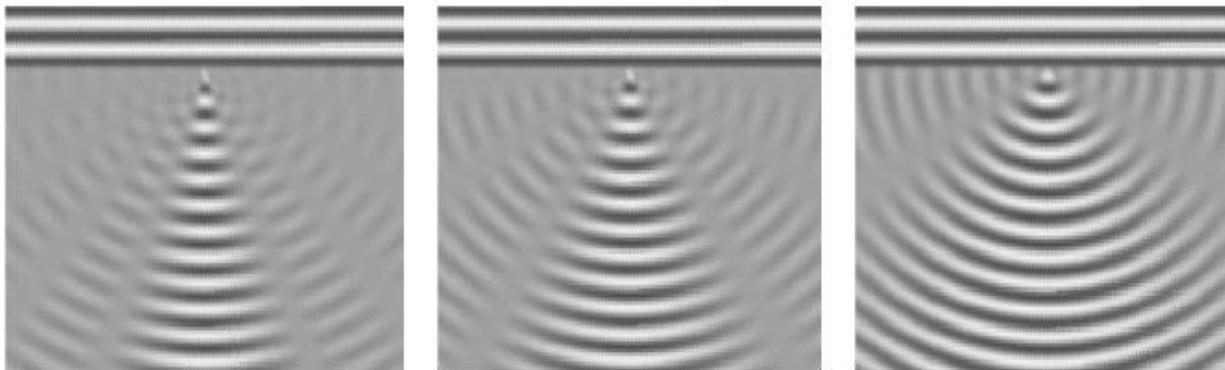
Cosa succede se facciamo passare un'onda attraverso fori di diametro  $a$



$$a \gg \lambda$$

$$a \gg \lambda$$

$$a > \lambda$$

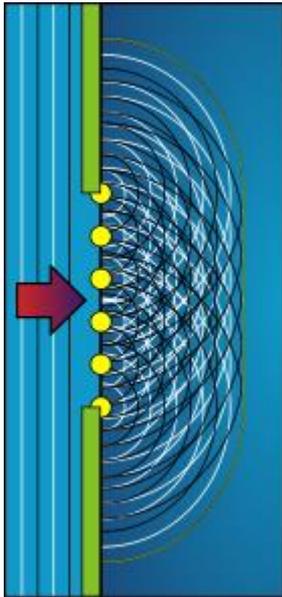


$$a \sim \lambda$$

$$a = \lambda$$

$$a < \lambda$$





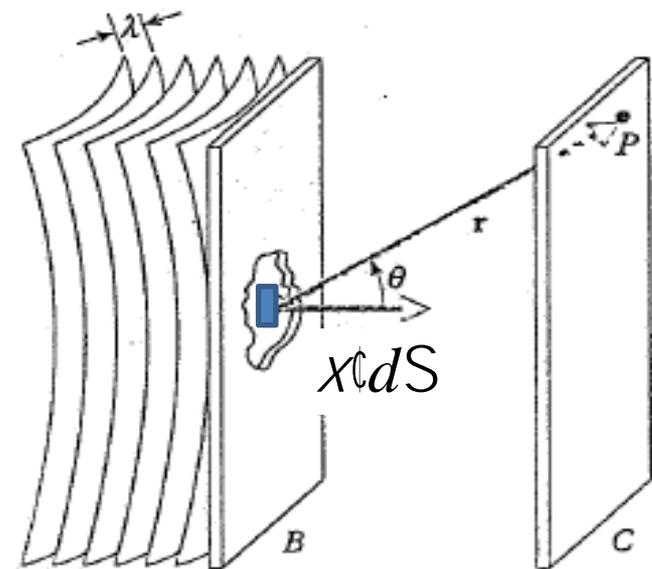
Un'onda piana  $X$  incide su uno schermo opaco nel quale è praticato un foro di dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda della luce incidente

La superficie dell'apertura viene suddivisa in infiniti elementi d'area  $d\Sigma$ , ciascuno dei quali rappresenta una sorgente elementare di onde sferiche  $\xi' d\Sigma$

Nel punto P

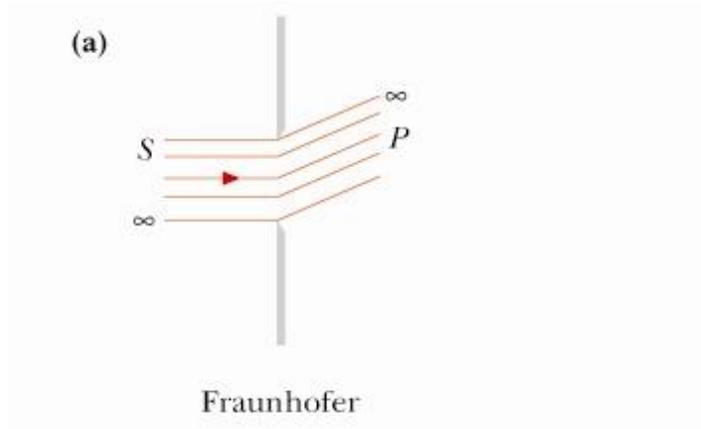
$$\xi_p(r) = \int_{\Sigma} f(\theta) \xi' d\Sigma$$

se  $f(\theta) = 1$        $\xi_p(r) \propto \int_{\Sigma} \xi' d\Sigma$



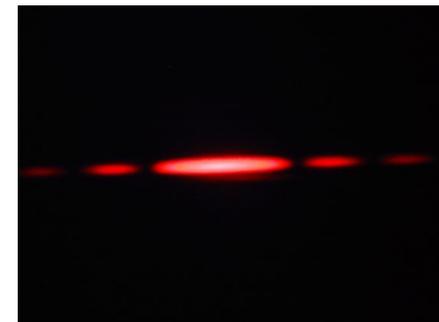
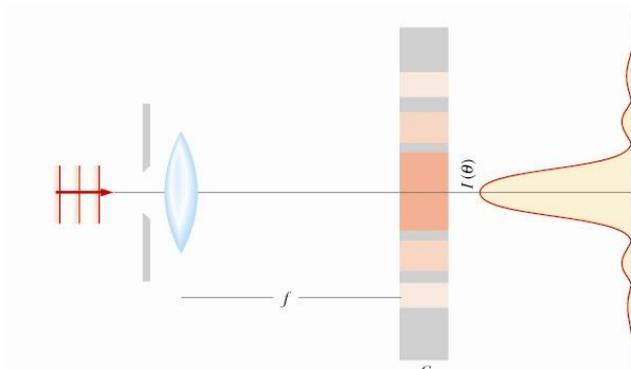
Le sorgenti sono coerenti se la superficie del foro coincide con una parte del fronte d'onda incidente

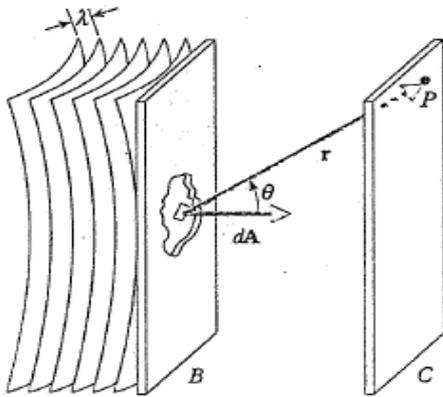
## Diffrazione di Fraunhofer



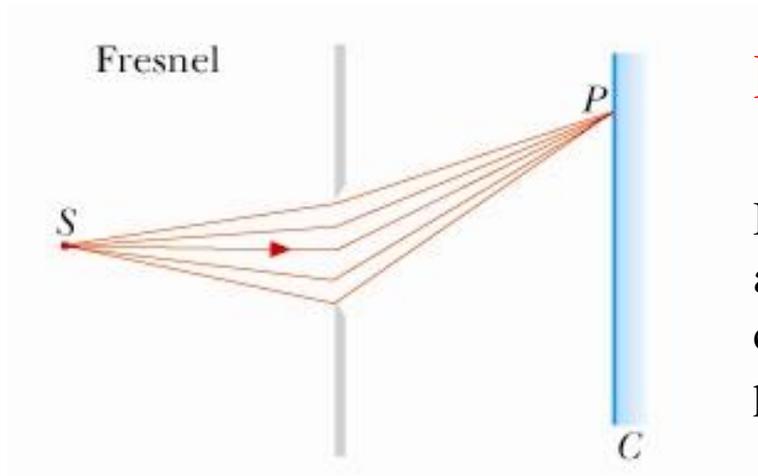
Lo schermo si trova lontano dall'apertura ed i raggi si possono considerare paralleli

Sullo schermo si forma una figura di interferenza



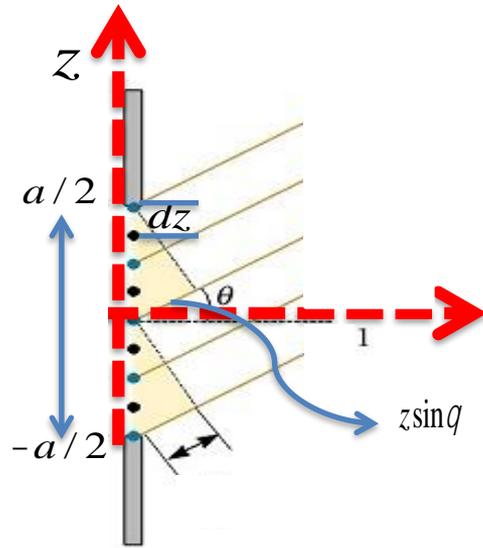


Distanza molto piccola. Quando lo schermo è molto vicino, le onde percorrono una piccola distanza dopo aver attraversato l'apertura. Gli effetti di diffrazione sono trascurabili e la figura sullo schermo corrisponde all'ombra proiettata dall'apertura.



## Diffrazione di Fresnel

Distanza intermedia. Lo schermo si può trovare ad una qualunque distanza dall'apertura e i raggi che raggiungono e lasciano l'apertura non sono paralleli.



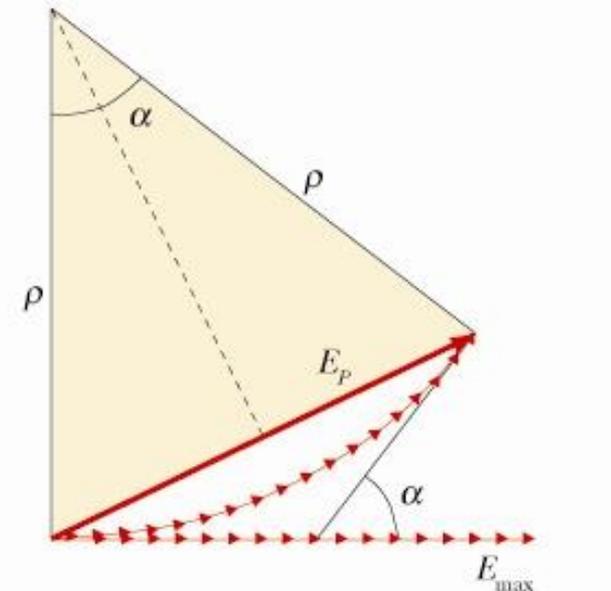
Si può pensare la fenditura come formata da un grande numero di sorgente di onde secondarie, di larghezza  $dz$ , ciascuna posto alla distanza  $z$  dal centro.

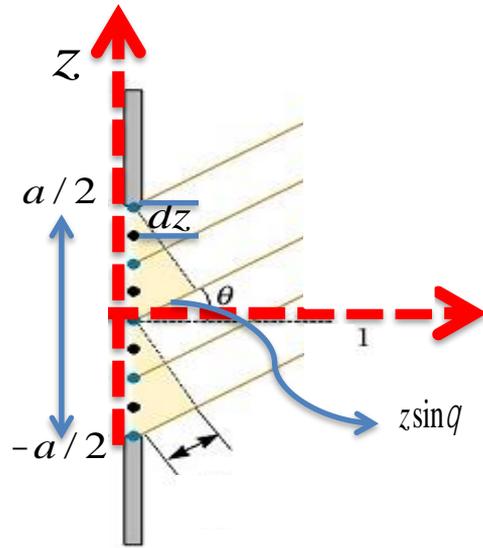
La fase delle onde di ciascuna striscia  $dz$  è

$$\alpha_z = \frac{2\pi}{\lambda} z \sin \theta = k z \sin \theta$$

La differenza di fase totale fra le onde emesse dagli estremi della fenditura è:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$





Per una generica sorgente di larghezza  $dz$

$$dE \propto e^{i[k(r+z\sin\theta)-\omega t]} dz$$

Quindi l'ampiezza totale si calcola come

$$E \propto \int_{-a/2}^{+a/2} e^{i[k(r+z\sin\theta)-\omega t]} dz$$

Da cui

$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2$$

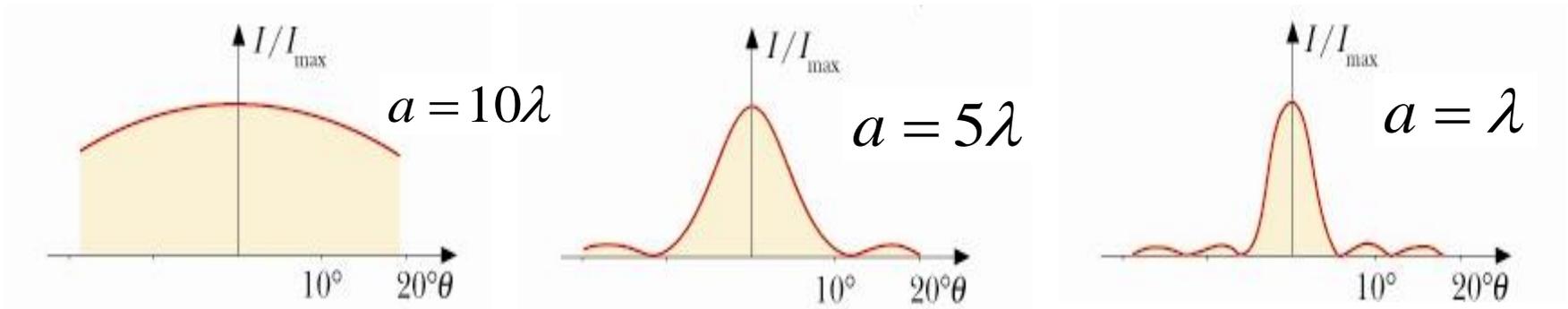
$$\alpha = \frac{2\rho}{l} a \sin \theta$$



$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

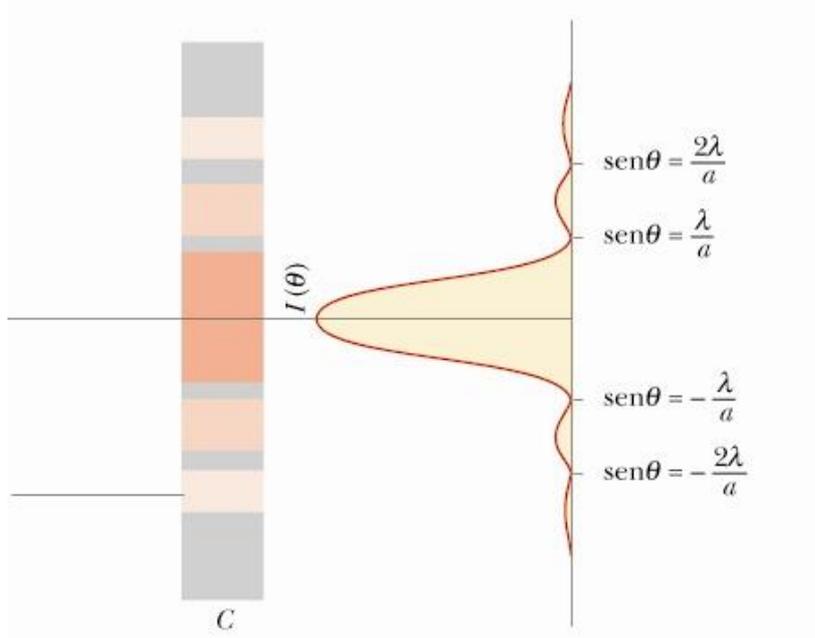
$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2$$

$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right)^2$$



**Circa 80% dell'intensità nel massimo centrale**

### Determinazione dei minimi di diffrazione



$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \quad \frac{\alpha}{2} = m\pi$$

$$\sin\theta = m \frac{\lambda}{a}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

Larghezza del  
massimo centrale

$$\Delta(\sin\theta) = \frac{2\lambda}{a}$$

Se  $\theta$  piccolo  $\Delta\theta = \frac{2\lambda}{a}$

## Determinazione dei massimi di diffrazione

Oltre al massimo centrale, i massimi secondari si possono determinare da :

$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right)^2$$

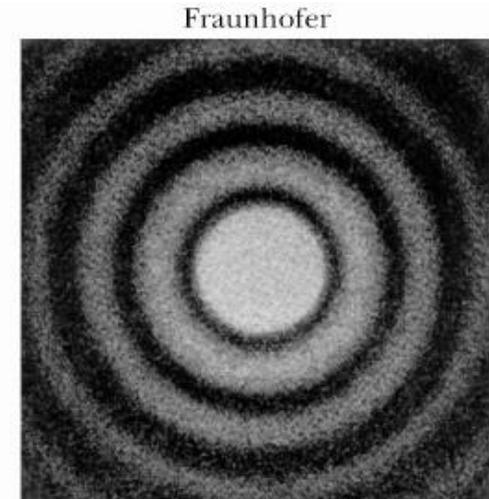
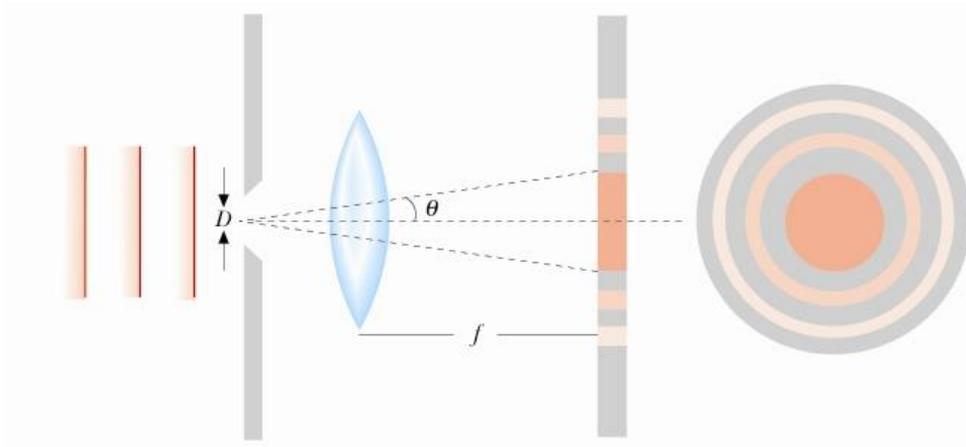
$$\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = 1$$

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = (2m' + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\text{sen} \vartheta = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2a} \quad m' = 1, 2, 3, \dots$$

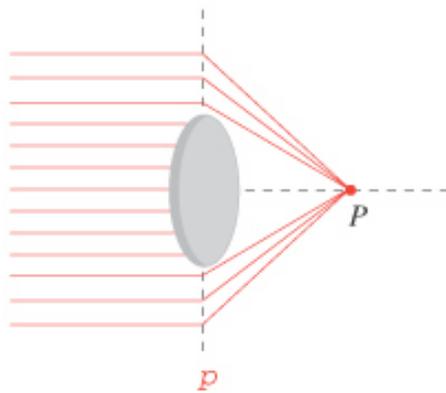
E l'intensità dei massimi secondari risulta:

$$I_{m'} \approx I_{Max} \frac{0.4}{(2m' + 1)^2}$$

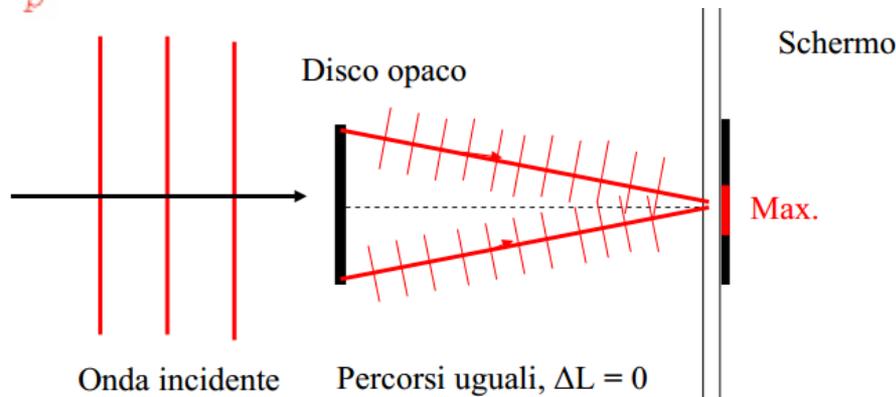
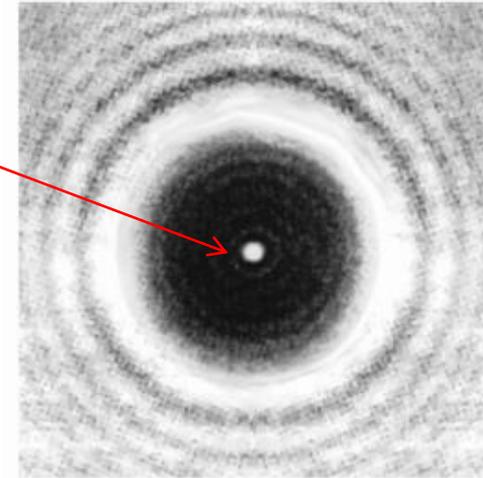


Primo minimo di intensità  $\text{sen}\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

Se  $\theta$  piccolo  $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$



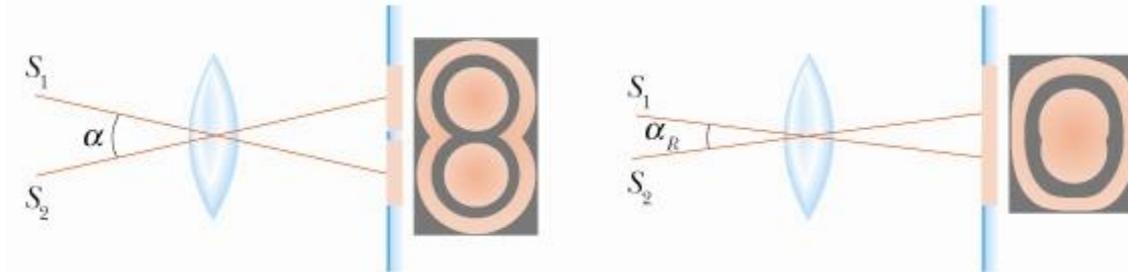
Punto luminoso di Poisson



**Principio di Babinet**

La figura di diffrazione prodotta da un corpo opaco è identica a quella di Fraunhofer prodotta da un'apertura "complementare" con la stessa forma e dimensione ad eccezione della direzione  $\theta = 0$

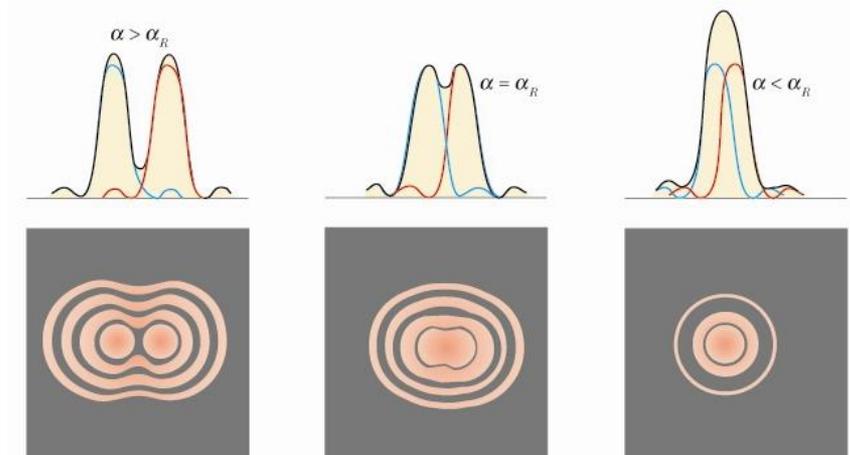
Il potere risolutivo è definito come il minimo angolo di separazione tra due onde piane le cui figure di diffrazione sono ancora visivamente separabili su uno schermo.



Il criterio di Rayleigh

Due figure di diffrazione sono risolvibili se come situazione limite il massimo centrale di una delle due cade sul primo zero dell'altra.

$$\alpha_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



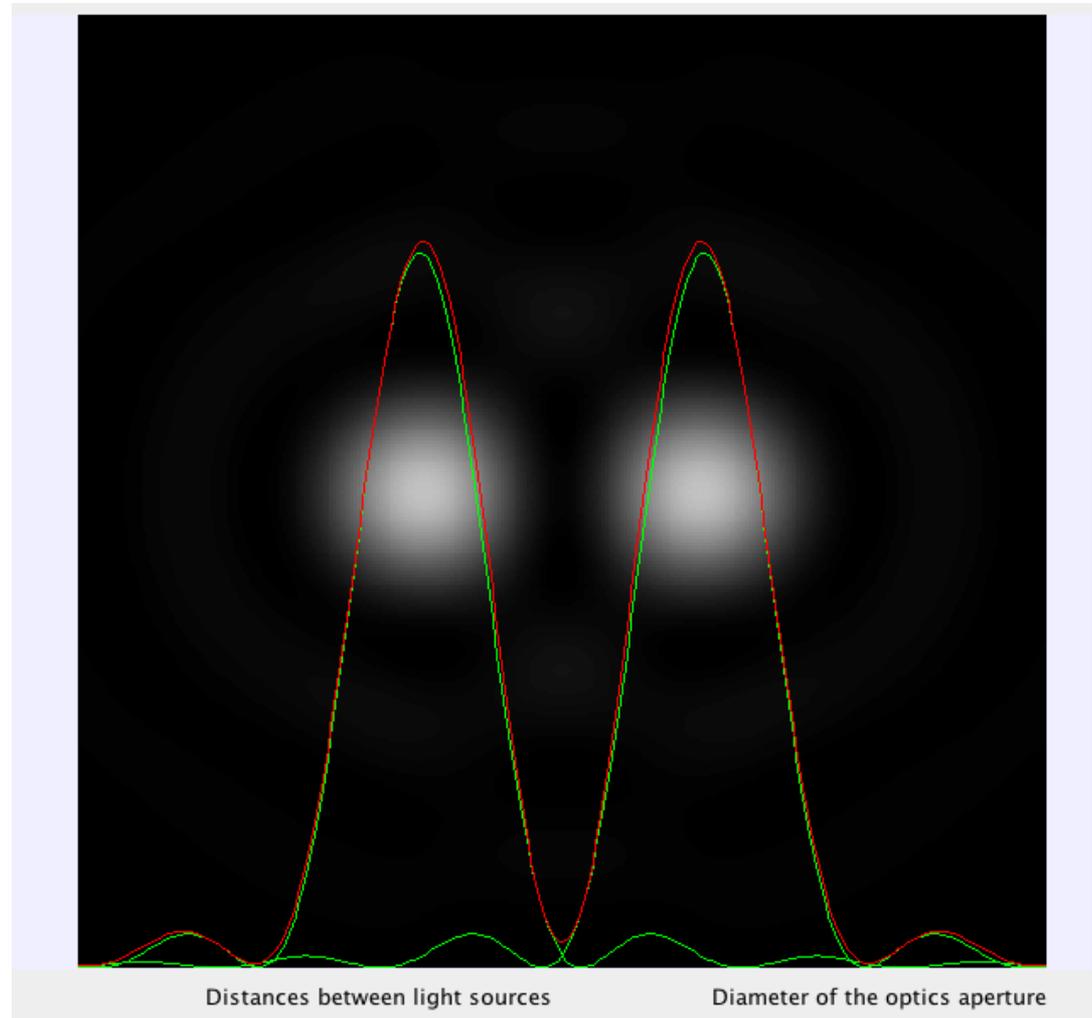
Potere risolutivo

$$\rho = 1 / \alpha_R$$

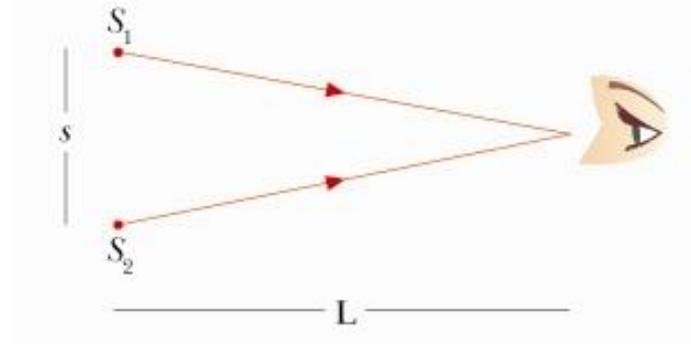
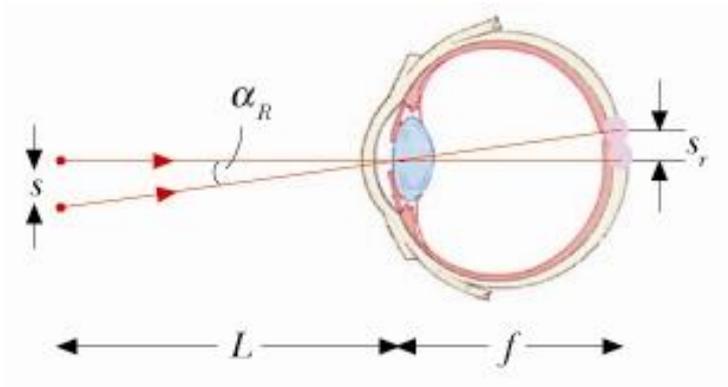
$$\alpha_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Potere risolutivo

$$\rho = 1 / \alpha_R$$



## Potere risolutivo dell'occhio



$$\alpha_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Dimensione minima pupilla:  $D = 0.2 \text{ mm}$

Ad una lunghezza d'onda:  $\lambda = 0.55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Separazione minima fra due punti distinguibili  
su uno schermo a distanza  $L = 25 \text{ cm}$

$$s = L\alpha_R = 84 \text{ } \mu\text{m}$$

## Potere risolutivo del microscopio

$$s = f \alpha_R = 1.22 \lambda \frac{f}{D} = 0.61 \lambda \frac{f}{R}$$

angolo di accettazione obiettivo  $\text{sen} \phi = \frac{R}{f}$

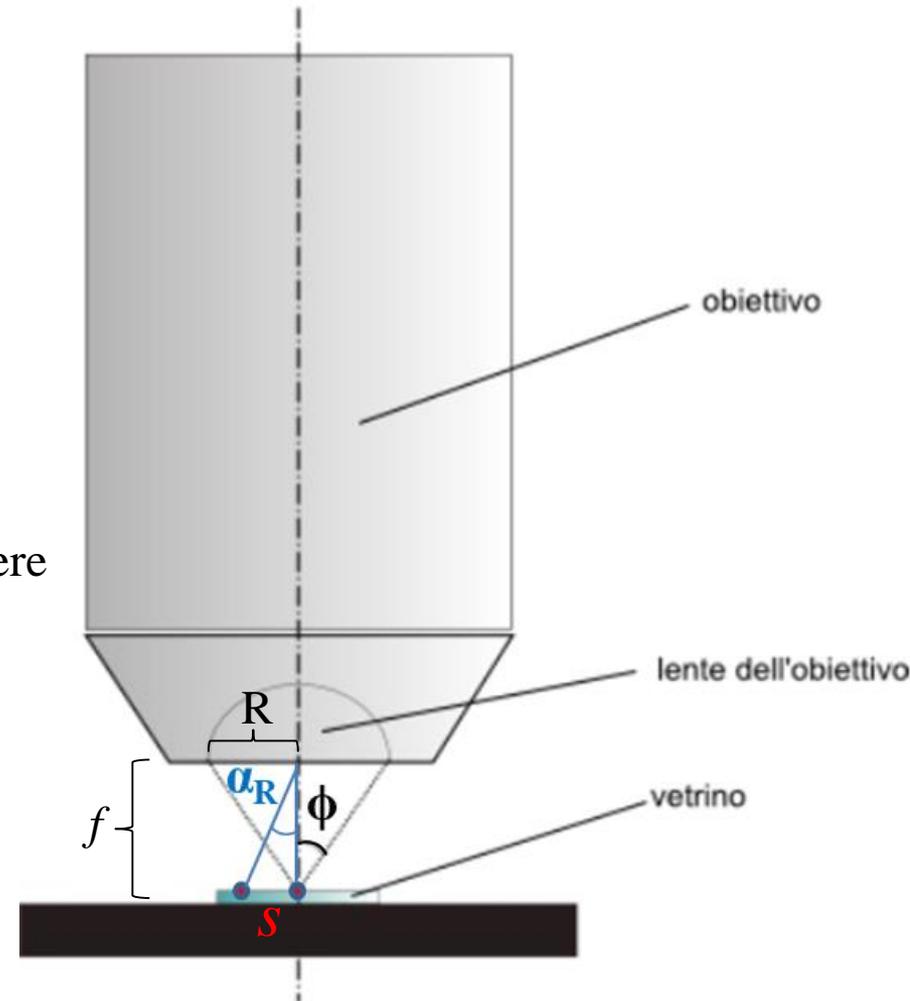
$$s = \frac{0.61 \lambda}{\text{sen} \phi} = \frac{0.61 \lambda_0}{n \text{sen} \phi} = \frac{0.61 \lambda_0}{A_n}$$

Con  $A_n$  apertura numerica del microscopio. Il potere risolutivo lineare è dunque

$$\rho_l = \frac{1}{s} = \frac{A_n}{0.61 \lambda_0}$$

Valori tipici sono:  $A_n = 1.4$ ,  $\lambda_0 = 0.55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$$s = 0.24 \mu\text{m}, \rho_l = 4.2 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$



Una fenditura di larghezza  $a$  è illuminata con luce bianca. Per quale valore di  $a$  il primo minimo relativo alla luce rossa ( $\lambda = 650 \text{ nm}$ ) si ottiene in corrispondenza di un angolo  $\theta = 15^\circ$ ?

**Soluzione.** Per il primo minimo poniamo  $m=1$ , così, risolvendo rispetto ad  $a$ , abbiamo:

$$a = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{650 \text{ nm}}{\sin 15^\circ} = 2510 \text{ nm} = 2.51 \mu\text{m}$$

Per poter deviare la luce incidente di un angolo notevole ( $\pm 15^\circ$ ), la fenditura deve essere molto stretta, circa quattro volte la lunghezza d'onda (e più fine di un capello umano che può avere, nel migliore dei casi, un diametro di  $100 \mu\text{m}$ ).

Nell'esercizio precedente, qual è la lunghezza d'onda  $\lambda'$  della luce il cui primo massimo di diffrazione (escluso il massimo centrale) si ottiene per  $\theta = 15^\circ$ , coincidendo così con il primo minimo della luce rossa?

### Soluzione.

I massimi secondari si trovano per

$$\sin \theta = (2m' + 1) \frac{\lambda'}{2a}$$

Quindi 
$$\lambda' = \frac{2}{3} a \cdot \sin 15^\circ = 0.6 \cdot 2.51 \cdot 10^{-6} \cdot 0.26 = 390 \text{ nm}$$

il colore di questa luce è violetto. Il primo massimo (escluso il centrale) per la luce di lunghezza d'onda 390 nm coinciderà sempre con il primo minimo della luce di lunghezza d'onda 650 nm, qualunque sia la larghezza della fenditura. Se la fenditura è relativamente stretta, l'angolo  $\theta$  per il quale avviene questa sovrapposizione sarà relativamente grande

Un forellino di 32 mm di diametro viene attraversato dai raggi luminosi di due oggetti puntiformi. Si osserva la figura di diffrazione su uno schermo posto a distanza  $L = 34$  cm. Qual é la distanza angolare che devono avere i due oggetti perché sia soddisfatto il criterio di Rayleigh? Si supponga  $\lambda = 550$  nm. Quanto sono distanti sullo schermo i massimi di diffrazione?

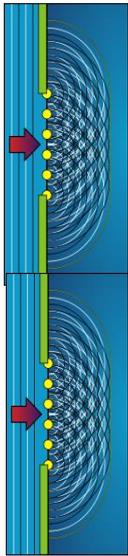
## Soluzione

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{D} = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{32 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 2,10 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

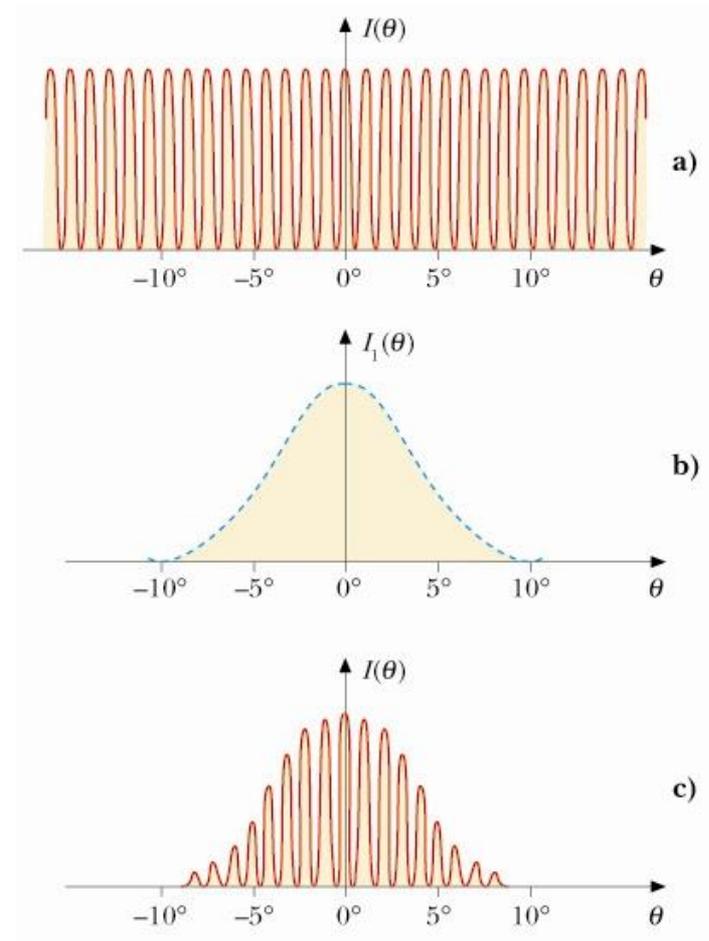
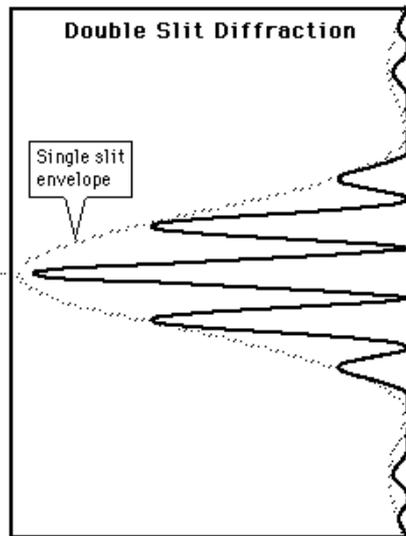
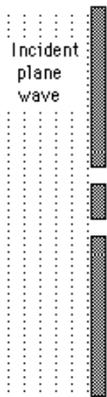
La distanza lineare è

$$Dx = Lq_R = 0,34 \cdot 2,10 \cdot 10^{-5} = 7,14 \text{ mm.}$$

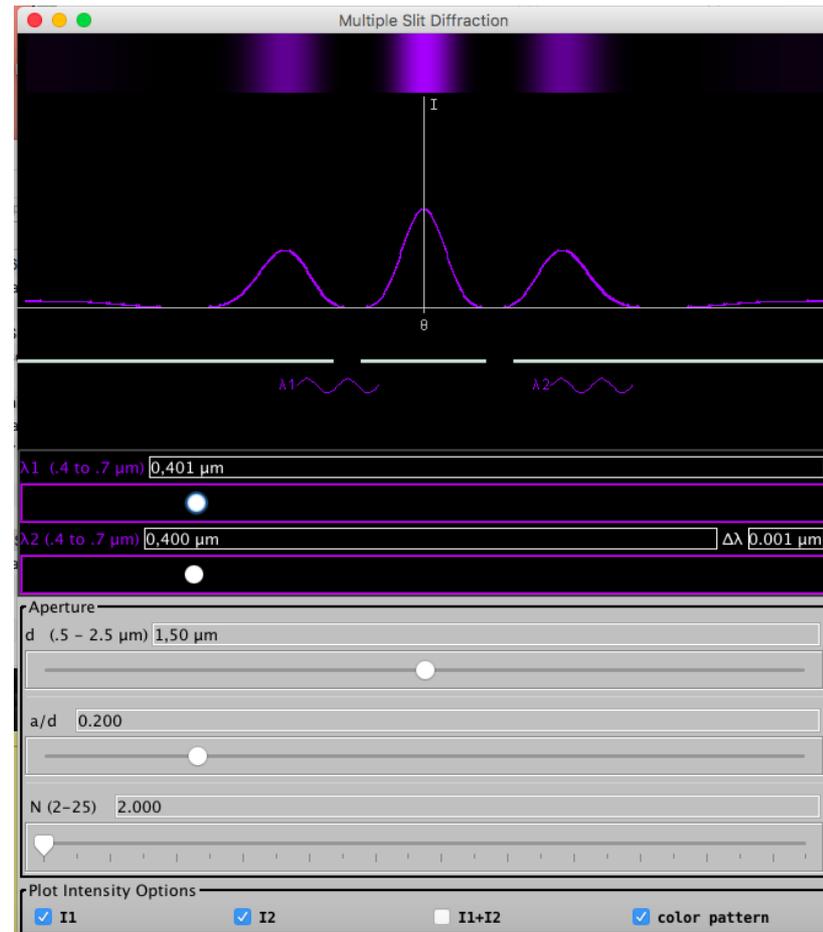
ovvero circa 9 volte la lunghezza d'onda della luce.



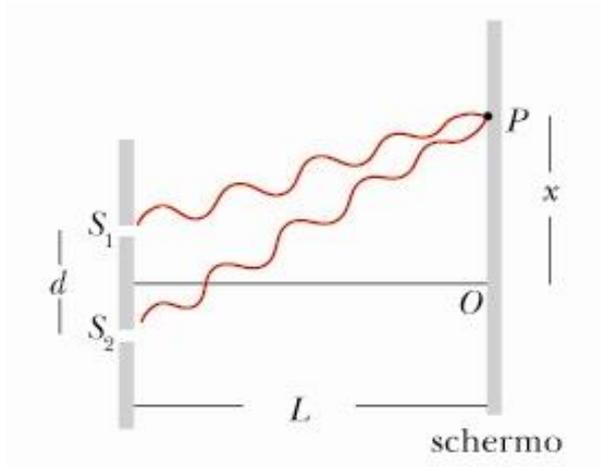
Larghezza della fenditura confrontabile con la lunghezza d'onda. Si sommano gli effetti dell'interferenza e della diffrazione



## Laboratorio virtuale



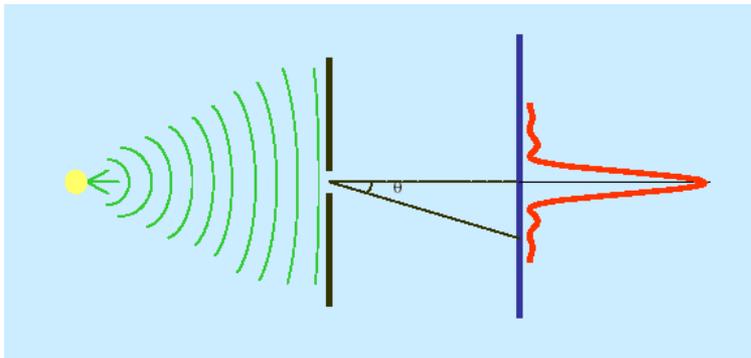
Ricordiamo che nel caso di interferenza da due fenditure



$$I_P = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

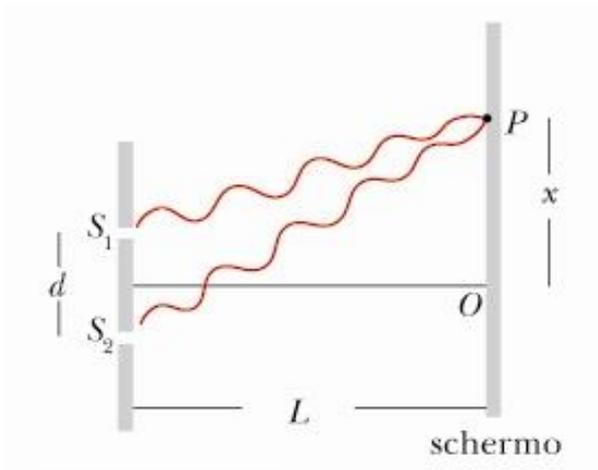
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

Mentre per la diffrazione

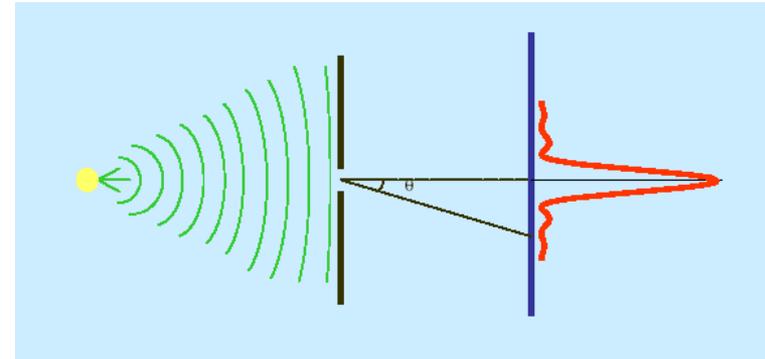


$$I_\theta = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$



+



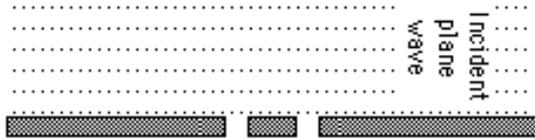
$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

Fattore diffrattivo

Fattore di interferenza

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

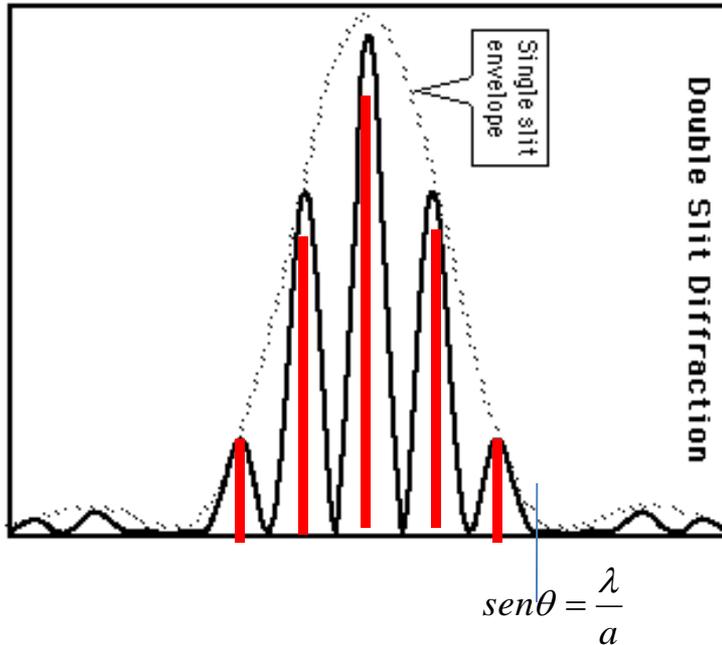


Primo minimo di diffrazione per

$$\text{sen}\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Quindi vediamo distintamente solo le frange di interferenza per

$$\text{sen}\theta < \frac{\lambda}{a}$$



I massimi di interferenza si hanno per

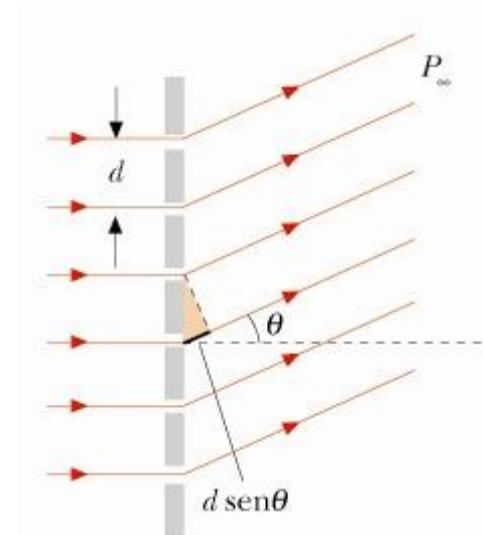
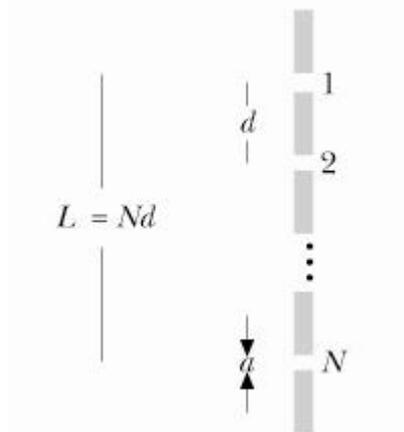
$$d \text{sen}\theta = m\lambda \quad \text{sen}\theta = \frac{m}{d} \lambda$$

$$\frac{m\lambda}{d} < \frac{\lambda}{a}$$

Quindi  $m < \frac{d}{a}$

Sono visibili chiaramente solo le linee di ordine  $m < d/a$

## Reticolo di diffrazione



Per  $\theta = 0$  tutte le onde emesse dalle  $N$  fenditure sono in fase

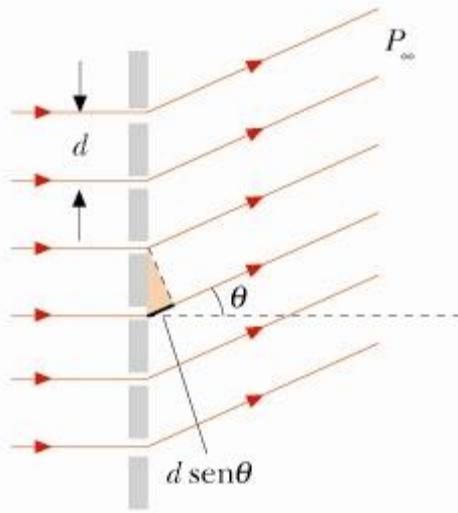
$$I_{\theta=0} = N^2 I_0$$

$I_{max}$  è l'intensità emessa dalla singola fenditura a  $\theta = 0$ .

Altri massimi

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 2\pi m$$

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{d}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$



Quanti massimi principali?

Solo interferenza	Interf. e diffrazione
$\text{sen}\theta < 1 \quad m \leq \frac{d}{\lambda}$	$m < \frac{d}{a}$

$$I_{\theta} = I_{Max} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \left( \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \right)^2$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \text{sen}\theta$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$

Fattore diffrattivo

Fattore di interferenza

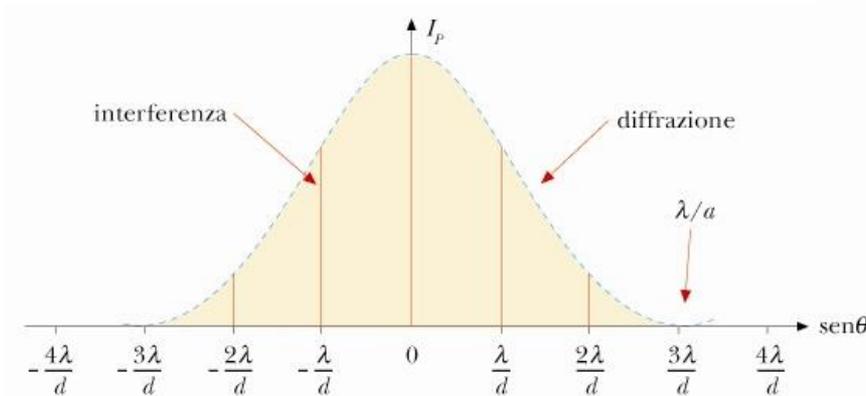
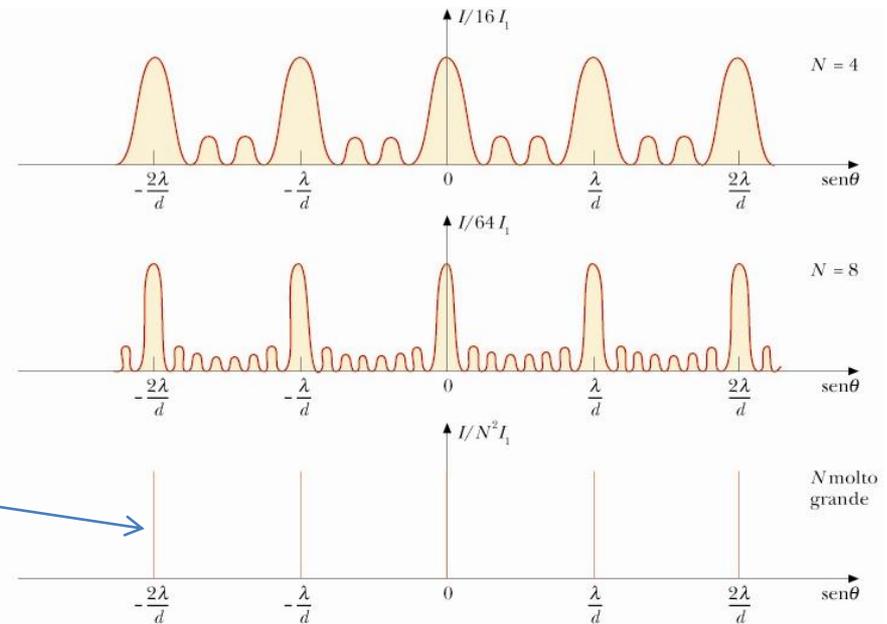
Larghezza angolare dei massimi principali

$$\Delta(\sin\theta) = \frac{2\lambda}{Nd}$$

Anche 
$$\Delta\theta(\text{rad}) = \frac{2\lambda}{Nd \cos\theta}$$

Per piccoli angoli 
$$\Delta\theta(\text{rad}) = \frac{2\lambda}{Nd}$$

Per N molto grande si hanno delle righe



Ma l'ampiezza delle righe è modulato dalla diffrazione. Il numero di massimi principali (oltre a quello centrale) effettivamente visibili è :

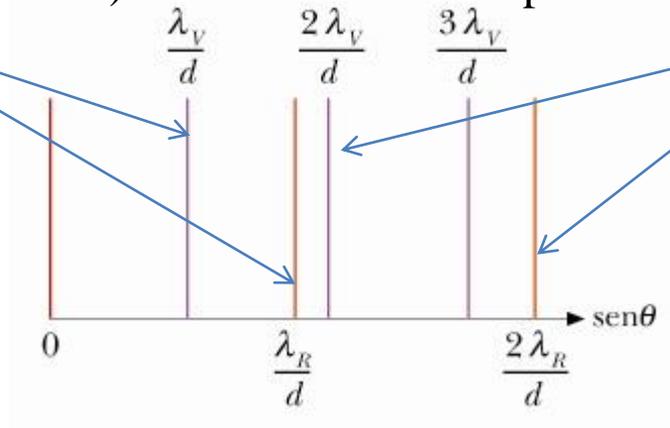
$$m' < d/a$$

## Per luce non monocromatica

Spettro del primo ordine ( $m = 1$ )

Spettro del secondo ordine ( $m = 2$ )

Massimi principali

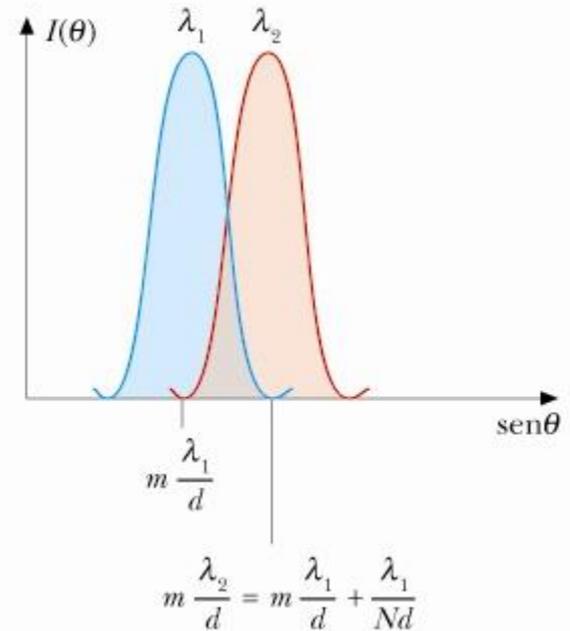


$$(\text{sen}\theta_{m,1})_{MAX} = m \frac{\lambda_1}{d}$$

$$(\text{sen}\theta'_{m,1})_{min} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd}$$

$$(\text{sen}\theta_{m,2})_{MAX} = m \frac{\lambda_2}{d}$$

$$(\text{sen}\theta'_{m,2})_{min} = m \frac{\lambda_2}{d} + \frac{\lambda_2}{Nd}$$



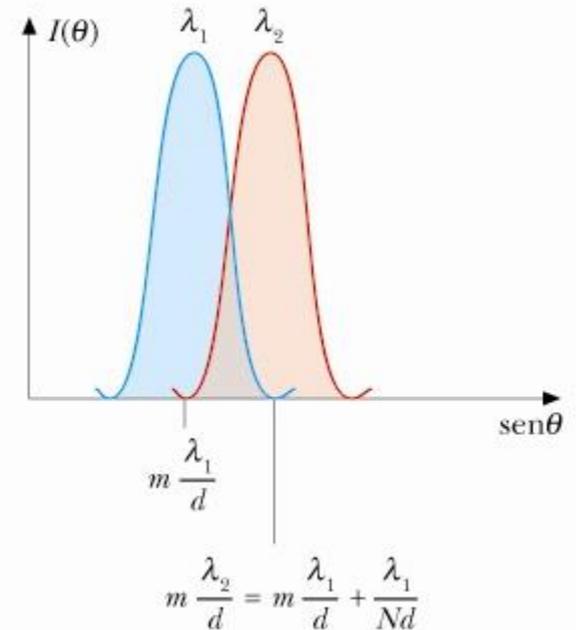
$$m \frac{\lambda_2}{d} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd}$$

Per poter distinguere due lunghezze d'onda, si utilizza il criterio di Reyleigh:

$$m \frac{\lambda_2}{d} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd}$$

Dato che  $\lambda_1 \sim \lambda_2 \sim \lambda$  e chiamando  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$

$$m \frac{\lambda_2}{d} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd} \quad \longrightarrow \quad m\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}$$



Si definisce *potere risolutivo* del reticolo all'ordine  $m$ :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

- **Proporzionale al numero totale delle fenditure**
- **Non dipende dal passo del reticolo!**

# Diffrazione

In un reticolo la capacità di distinguere due lunghezze d'onda molto vicine tra loro è una caratteristica fondamentale

## Potere risolutivo

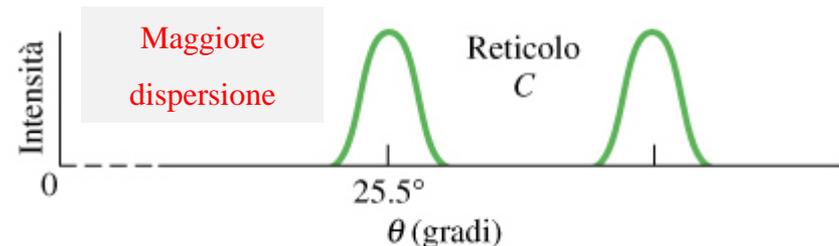
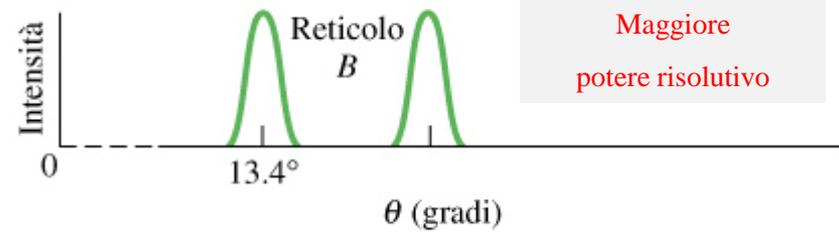
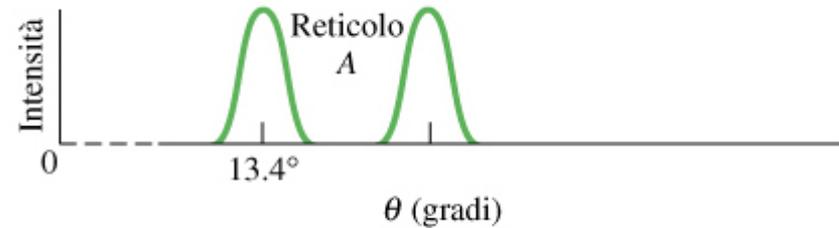
$$R = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} = Nm$$

Una grandezza fisica alternativa è la

## Dispersione

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}$$

# Reticolo

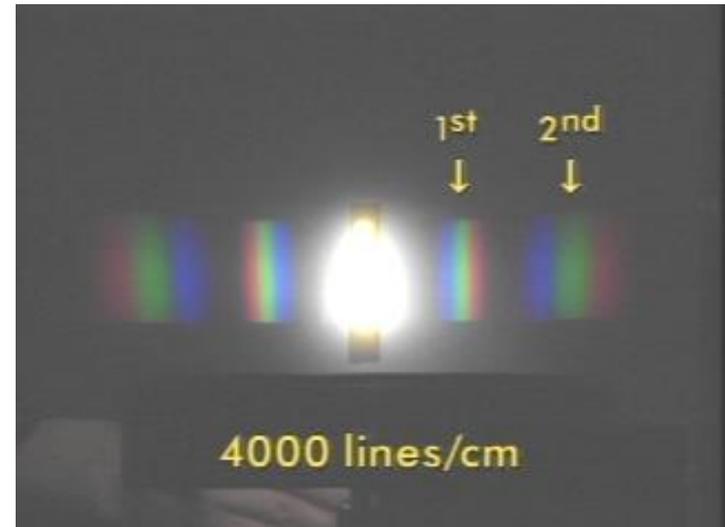
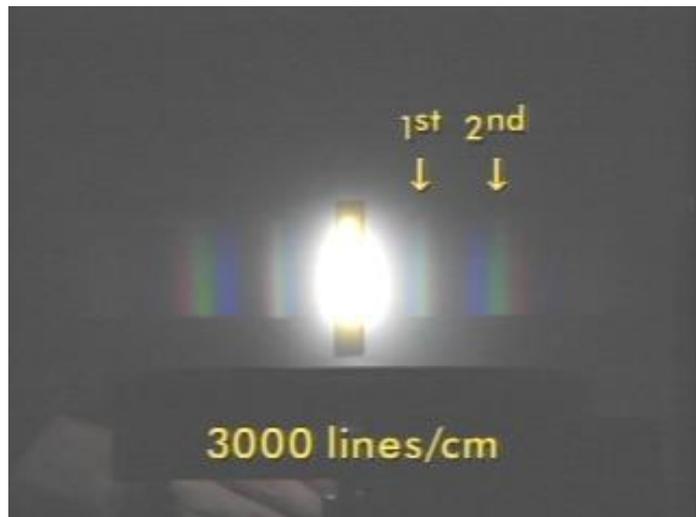


Tre reticoli a confronto<sup>a</sup>

Reticolo	$N$	$d$ (nm)	$\theta$	$D$ (gradi/ $\mu\text{m}$ )	$R$
A	10 000	2540	13.4°	23.2	10 000
B	20 000	2540	13.4°	23.2	20 000
C	10 000	1370	25.5°	46.3	10 000

<sup>a</sup>Valori per  $\lambda = 589 \text{ nm}$  e  $m = 1$ .





Un determinato reticolo possiede  $N = 104$  fenditure spaziate da una distanza  $d = 2.1 \mu\text{m}$ . Viene illuminato con luce gialla del sodio ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ). Si trovi la posizione angolare di tutti i massimi principali osservati e l'ampiezza angolare del massimo di ordine maggiore.

## Soluzione

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{m \cdot 589 \text{ nm}}{2100 \text{ nm}}$$

$\theta = 16.3^\circ$  per  $m = 1$ ,  $\theta = 34,1^\circ$  per  $m = 2$  e  $\theta = 57.3^\circ$  per  $m = 3$  con analoghi valori negativi di  $\theta$  per  $m < 0$ . Per  $m = 4$ ,  $\sin \theta > 1$  cosicché  $m = 3$  è il massimo ordine osservabile, da cui deduciamo che sono visibili solo 7 massimi principali (uno centrale e tre per ciascun lato).

Per il massimo di ordine  $m = 3$ , l'equazione dà:

$$\Delta \theta = \frac{2\lambda}{Nd \cos \theta} = \frac{2 \cdot 589 \text{ nm}}{104 \cdot 2100 \text{ nm} \cdot \cos 57.3^\circ} = 9.9 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

Un reticolo possiede  $N = 9600$  fenditure uniformemente distanziate su una lunghezza di  $L = 3$  cm ed è investito dalla luce di una lampada a vapori di mercurio. Qual è il potere risolutivo in corrispondenza del quinto ordine e che differenza minima di lunghezza d'onda può essere risolta in vicinanza della riga verde intenso ( $\lambda = 546$  nm)? Qual è l'angolo a cui si trova il quinto ordine?

## Soluzione

Il passo del reticolo è dato da

$$d = \frac{L}{N} = \frac{3.00 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{9600} = 3125 \text{ nm}$$

L'angolo  $\theta$ , in corrispondenza del quale compare la riga in questione è:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d}\right) = \arcsin\left[\frac{5 \cdot 546 \text{ nm}}{3125 \text{ nm}}\right] = 60.9^\circ$$

Il potere risolutivo è:

$$R = Nm = 9600 \cdot 5 = 4.80 \cdot 10^4$$

Pertanto nell'intorno di  $\lambda = 546 \text{ nm}$ , al quinto ordine, può essere risolta una differenza di lunghezza d'onda pari a:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{546 \text{ nm}}{4.80 \cdot 10^4} = 0.011 \text{ nm}$$

Un reticolo di diffrazione è costituito da  $N = 1.2 \cdot 10^4$  incisioni uniformemente distribuite su una lunghezza  $L = 2.5$  cm. Vi incide normalmente la luce di un lampada a vapori di sodio. Questa luce contiene due righe strettamente vicine di lunghezza d'onda 589.0 e 589.59 nm. A che angolo appare il massimo di primo ordine per la prima di queste lunghezze d'onda? Qual è la minima differenza di lunghezza d'onda tra due righe (al primo ordine) che questo reticolo è in grado di risolvere? Quante incisioni deve avere come minimo un reticolo per poter risolvere il doppietto del sodio?

## Soluzione

Il passo  $d$  del reticolo risulta

$$d = \frac{L}{N} = \frac{2.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{1.2 \cdot 10^4} = 2083 \text{ nm}$$

Il massimo di primo ordine corrisponde a  $m = 1$ . Si ha pertanto

$$\theta = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{d}\right) = \arcsin\left[\frac{1 \cdot 589.0 \text{ nm}}{2083 \text{ nm}}\right] = 16.4^\circ$$

Il potere risolutivo all'ordine  $m = 1$  è:

$$R = Nm = 1.2 \cdot 10^4$$

Dalla definizione del potere risolutivo, abbiamo:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{R} = \frac{589 \text{ nm}}{1.2 \cdot 10^4} = 0.049 \text{ nm}$$

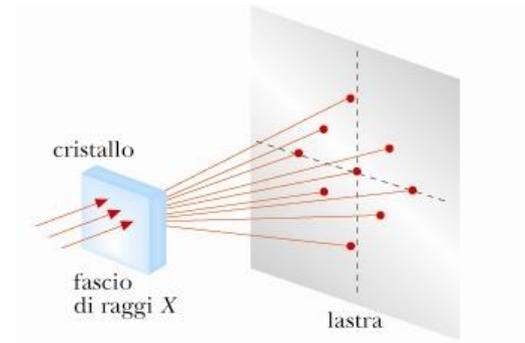
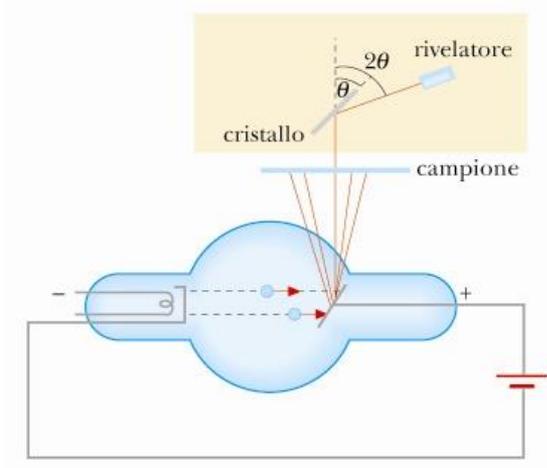
Questo reticolo può facilmente distinguere le due righe del sodio, che sono separate da un intervallo di lunghezza d'onda di 0.59 nm. Si noti che questo risultato dipende solo dal numero di incisioni nel reticolo e non dipende da  $d$ , la distanza tra due incisioni adiacenti.

Il potere risolutivo minimo deve essere:

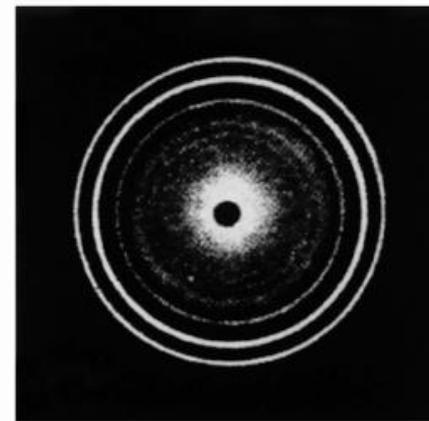
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{589 \text{ nm}}{0.59 \text{ nm}} = 998$$

E quindi al primo ordine:

$$N = \frac{R}{m} = \frac{998}{1} = 998 \text{ incisioni}$$

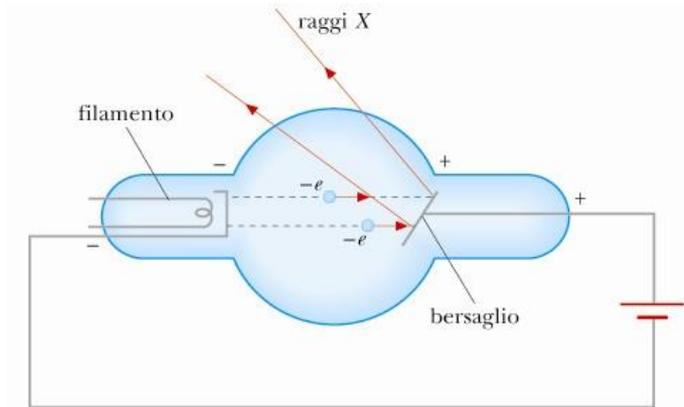


Diffrazione di Raggi X su cristallo di salgemma



Diffrazione di Raggi X su polvere cristallina

I raggi X vengono prodotti accelerando elettroni mediante una differenza di potenziale contro un bersaglio metallico

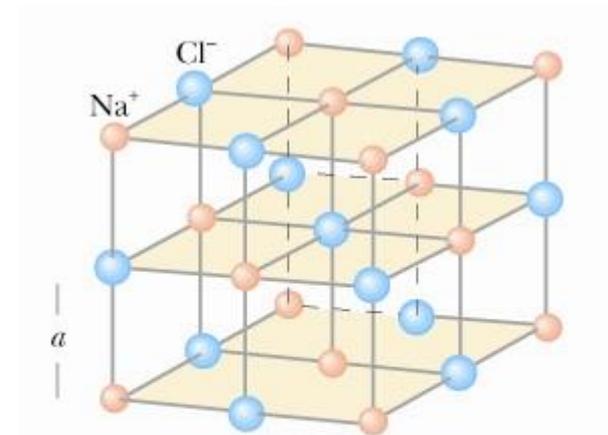


Un normale reticolo non riesce a discriminare le lunghezze d'onda dei raggi X ( $\approx 1 \text{ \AA}$ )

Se  $d = 3 \mu\text{m}$

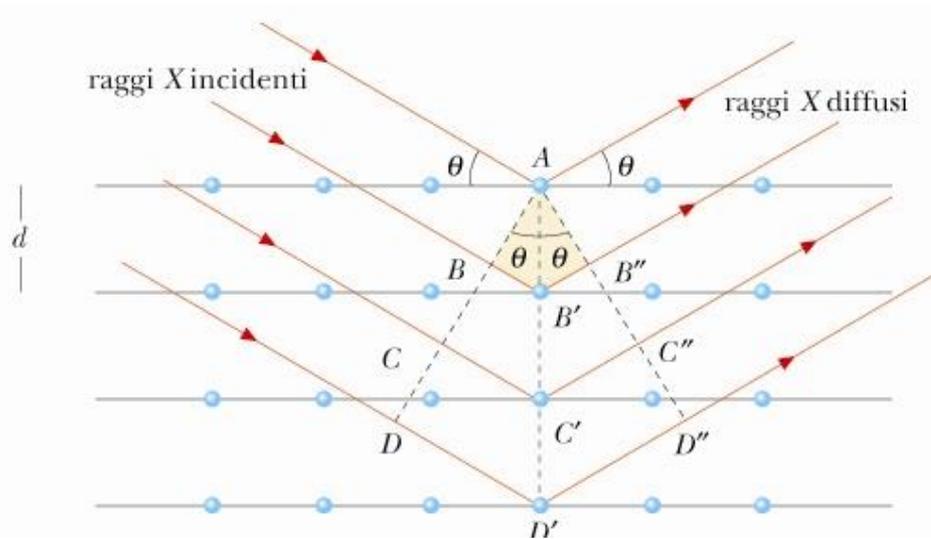
$$\theta = \arcsin(m \lambda / d) = 0.0019^\circ$$

I reticoli dei cristalli hanno invece  $d \approx \lambda$



**Figura 14.40**

Schema della struttura di un cristallo di salgemma.

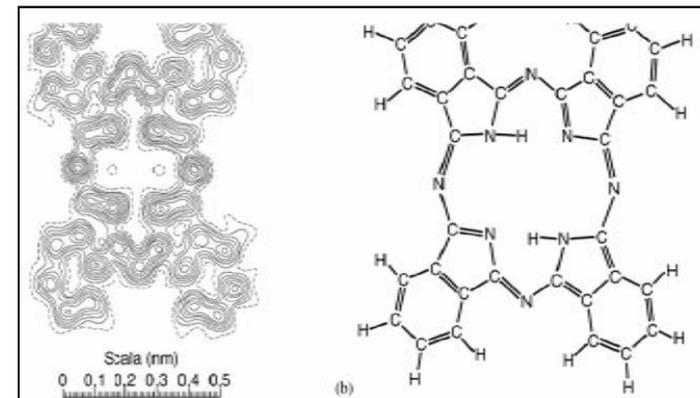


I piani determinati dagli atomi fungono da reticoli di diffrazione. I massimi soddisfano quindi:

$$2d \sin\theta = m\lambda$$

Il 2 proviene dal fatto che sia in entrata che in uscita c'è una differenza di cammino ottico.

Usando un fascio di raggi X monocromatici e variando  $\theta$  si può ricostruire la struttura di un cristallo. Es: flalocianina





## Spettri di assorbimento

La regola di Kirchhoff stabilisce che ogni sostanza è in grado di assorbire le radiazioni che, nelle stesse condizioni è capace di emettere

Spettro della luce solare dovuto ad un corpo a  $T \sim 6000$  con assorbimenti dovuti all'insieme degli elementi presenti sulla cromosfera (in figura due righe dell'idrogeno  $H_\alpha$   $H_\beta$  e il doppietto del sodio  $D_1$   $D_2$ )

