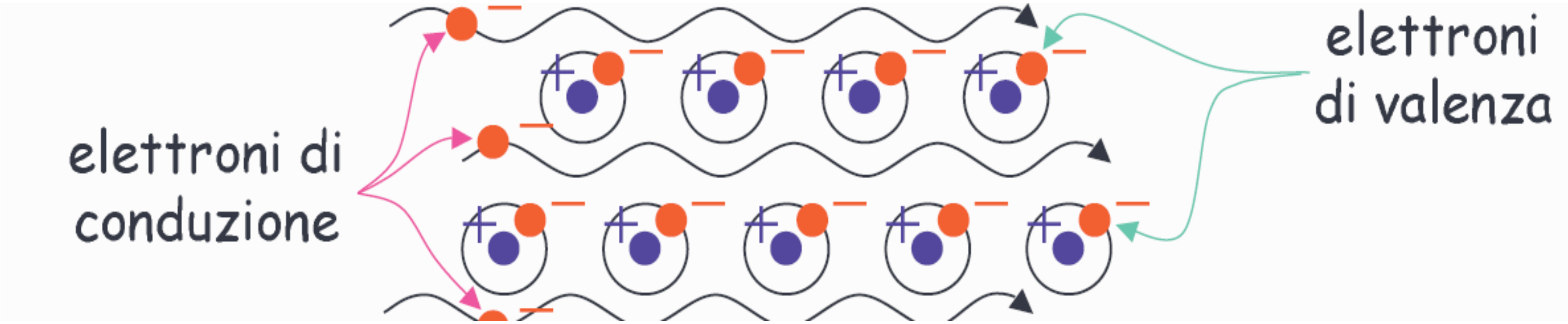
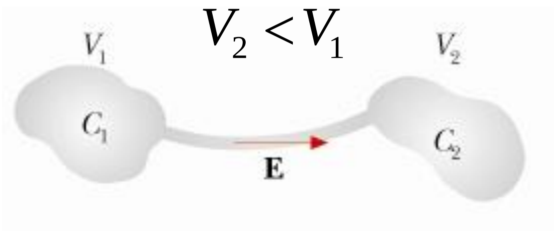
Conduttori

In un conduttore, una parte delle particelle cariche negativamente (gli elettroni di conduzione nel caso dei metalli) sono liberi di muoversi per tutto il corpo come un gas.

Questi elettroni di conduzione possono quindi muoversi sulla superficie del metallo, anche molto velocemente nei materiali conduttori. Ad esempio, in un metallo "alcalino", per ogni atomo vi è un elettrone libero, nell'atomo dell'alluminio ve ne sono invece tre, quindi l'alluminio un buon conduttore, e così via.

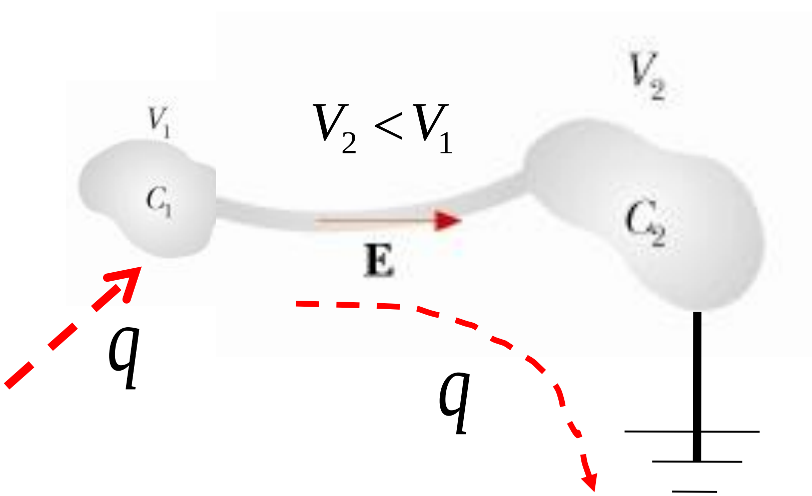
In condizioni statiche (assenza di movimento) la forza elettrica, e con essa il campo elettrico debbono essere nulli in tutto il conduttore (altrimenti gli elettroni di conduzione, non vincolati e soggetti a una forza, si metterebbero in movimento).





Si mettono in collegamento due conduttori carichi isolati a potenziali. Sotto l'azione del campo **E** si ha un flusso di elettroni

Si raggiunge una situazione di equilibrio quando entrambi i conduttori sono allo stesso potenziale. Il campo all'interno del conduttore è nullo



Se si mantiene una differenza di potenziale (d.d.p.) fra i conduttori, si instaura una CORRENTE ELETTRICA

Moto di cariche nei Conduttori

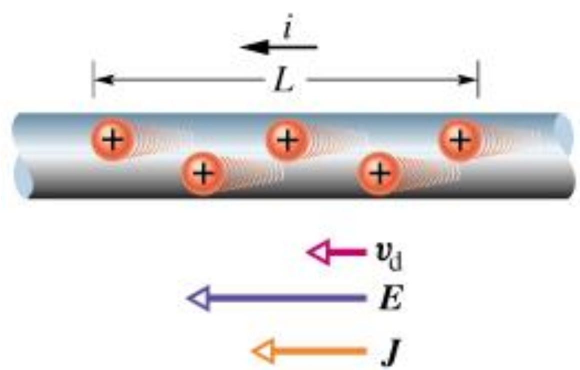
Abbiamo visto che in condizioni statiche (equilibrio) il campo elettrico all'interno di un conduttore è sempre nullo, altrimenti gli elettroni di conduzione si muoverebbero, accelerati dal campo.

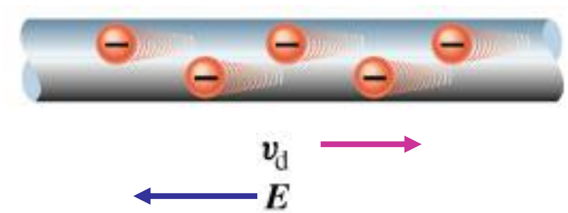
Se invece tra due punti A e B di un conduttore esiste una differenza di potenziale allora il conduttore non è più all'equilibrio: gli elettroni di conduzione sono soggetti ad un campo elettrico e si mettono in moto.

Il conduttore risulta quindi percorso da una corrente elettrica.

$$\vec{E} = \frac{V_A - V_B}{l}$$

$$\vec{F} = \vec{E}q$$

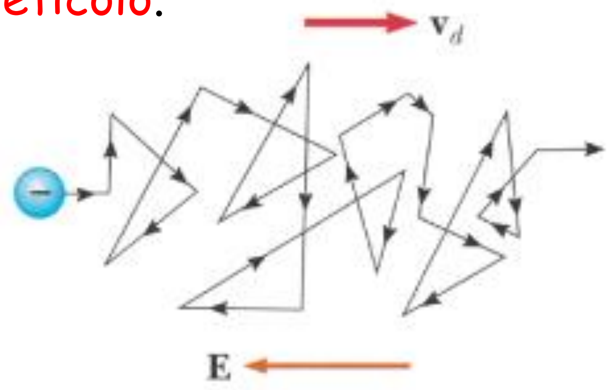




Se ΔV è costante, cioè se E è costante e dunque anche la forza esercitata sugli elettroni è costante, ci aspetteremmo che, per il II principio della dinamica, fosse costante l'accelerazione degli elettroni, invece si osserva che:

$$\boxed{\langle \vec{v}_e \rangle \propto \vec{E}, \qquad \langle \vec{a}_e \rangle \not\propto \vec{E}}$$

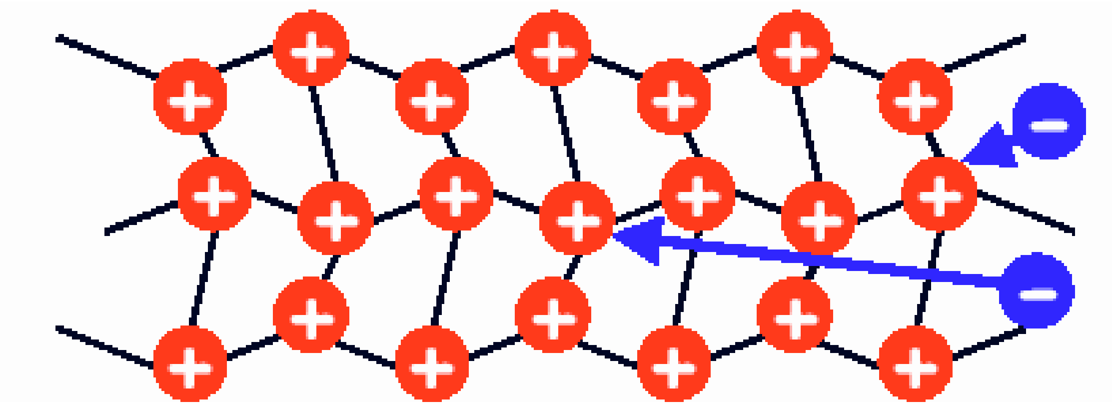
Si può spiegare (modello di Drude-Lorentz) considerando gli elettroni come cariche libere (gas) nel reticolo cristallino, soggette al campo elettrico e interagenti con gli ioni del reticolo.



Nell'intervallo di tempo che intercorre tra due urti successivi, un elettrone di conduzione si muove effettivamente di moto uniformemente accelerato, con accelerazione:

$$\boxed{\vec{a}_e = \frac{q_e}{m_e}\vec{E}}$$

Nell'urto contro uno ione del reticolo l'elettrone cede una parte della propria energia allo ione del reticolo, il quale aumenta l'ampiezza della propria vibrazione (e quindi la temperatura del cristallo).



Se **p(t)dt** è la probabilità di avere un urto nell'intervallo di tempo [*t*, *t* + *dt*] dopo l'urto precedente, allora il tempo medio che intercorre tra due urti è:

$$\tau = \langle t \rangle = \int_0^\infty t\, p(t)\, dt$$

Tra un urto e il successivo la velocità cresce con il tempo come (moto uniformemente accelerato):

$$\vec{v}_e = \frac{q_e}{m_e} \vec{E}\, t$$

La velocità media di un elettrone sarà perciò:

$$\langle \vec{v}_e \rangle = \int_0^\infty \vec{v}_e(t)\, p(t)\, dt = \int_0^\infty \frac{q_e \vec{E}}{m_e} t\, p(t)\, dt$$

$$\langle \vec{v}_e \rangle = \int_0^\infty \frac{q_e \vec{E}}{m_e} t\, p(t)\, dt = \frac{q_e \vec{E}}{m_e} \int_0^\infty t\, p(t)\, dt = \frac{q_e \vec{E}}{m_e} \tau$$

$$\boxed{\langle \vec{v}_e \rangle = \frac{q_e \vec{E}}{m_e} \tau \propto \vec{E}}$$

Questo spiega perché vi sia proporzionalità tra campo elettrico e velocità e non tra campo elettrico e accelerazione.

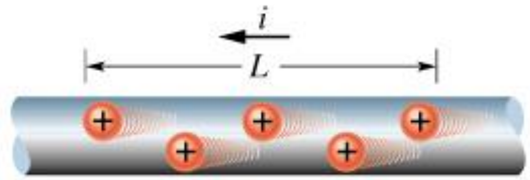
Gli elettroni possiedono anche una velocità di agitazione termica, presente anche in assenza di campo elettrico, il cui valore medio è nullo essendo casuale la sua direzione.

La velocità di agitazione termica è tipicamente molto maggiore della velocità media di deriva. Per una corrente di 1 A che percorre un filo di 4 mm^2, la velocità di deriva è dell'ordine di **<v>** ~**1 mm/s**, mentre la velocità di agitazione termica a temperatura ambiente è dell'ordine di **100 km/s**.

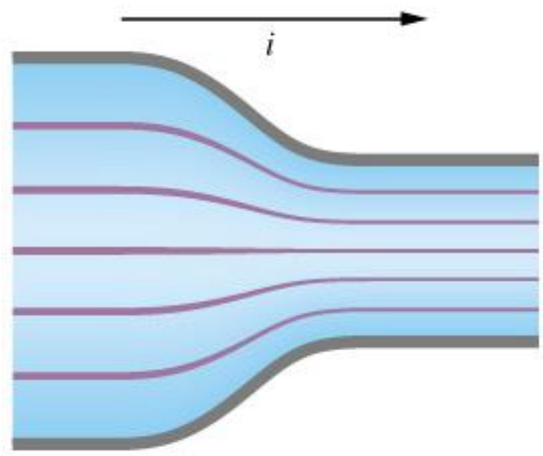
Corrente Elettrica

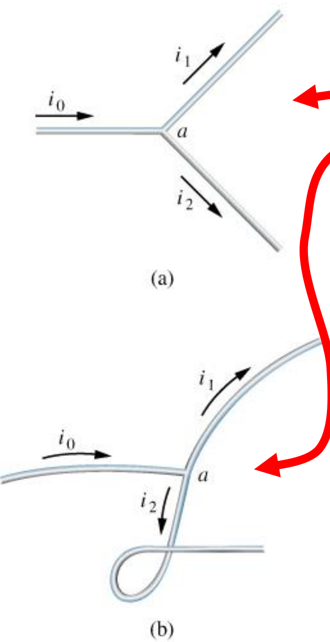
Definiamo come corrente elettrica la quantità di carica che fluisce nel tempo attraverso una sezione arbitraria ad esempio di un conduttore ovvero:

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$



In condizioni stazionarie (ovvero quando la corrente non varia con il tempo) la corrente è la stessa attraverso tutte le sezioni di un conduttore, in conseguenza della conservazione della carica (come nei fluidi dove si conserva la portata).





La corrente è uno scalare. Se un conduttore si divide in due rami, la corrente si suddivide nei due rami $i_0 = i_1 + i_2$. Convenzionalmente stabiliamo comunque un verso alla corrente dato da quello in cui si muoverebbero le cariche positive (anche se in realtà nei conduttori sono le cariche negative a muoversi).

Densità di Corrente

Nel Sistema Internazionale l'intensità di corrente elettrica si misura in Ampère (simbolo: **A**) e la sua è una dimensione primitiva del Sistema Internazionale.

$$\boxed{1\ A = 1\ \text{Coulomb/ secondo}}$$

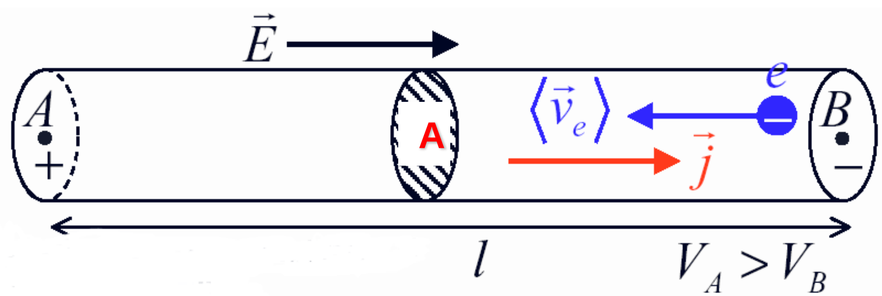
Si definisce densità di corrente la carica elettrica che attraversa l'unità di superficie nell'unità di tempo.

$$J = \frac{i}{A} = \frac{1}{A}\frac{dq}{dt}$$

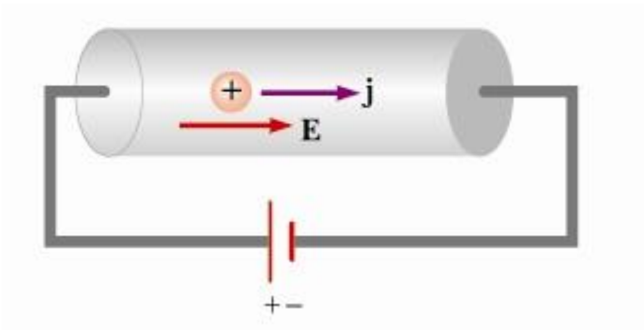
Mentre l'intensità di corrente si riferisce alla sezione di un conduttore, la densità di corrente è definita punto per punto.

La densità di corrente si può definire vettorialmente, prendendo direzione uguale e verso opposto alla forza che agisce su di un elettrone che si trovi in quel punto.

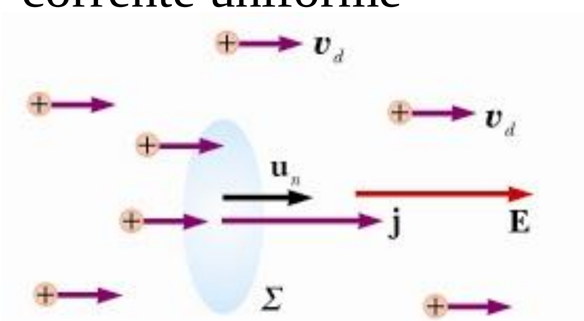
$$i = \int \vec{J} \bullet d\vec{A}$$



Densità di corrente

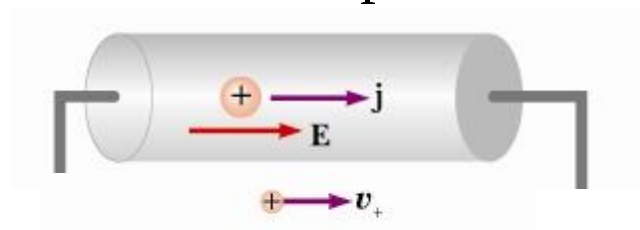


Superficie perpendicolare
al campo elettrico e densità di
corrente uniforme



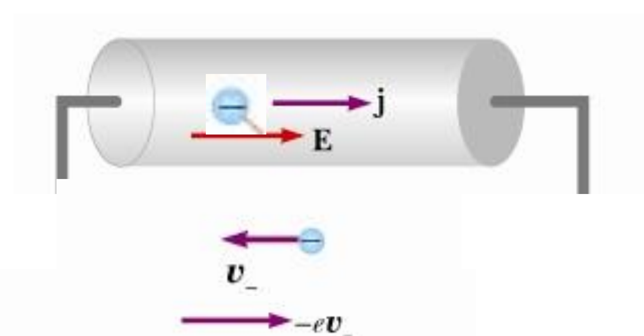
$$j = \frac{i}{\Sigma}$$

Portatori positivi



$$\vec{j} = (nq\vec{v}_d) > 0$$

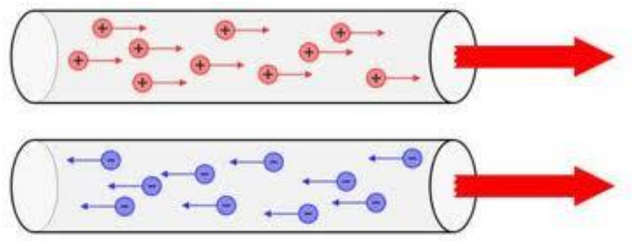
Portatori negativi



$$\vec{j} = (nq\vec{v}_d) > 0$$

Convenzione sulla direzione della corrente elettrica

$$i = \int_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma}$$



Il verso è definito dal moto delle cariche positive

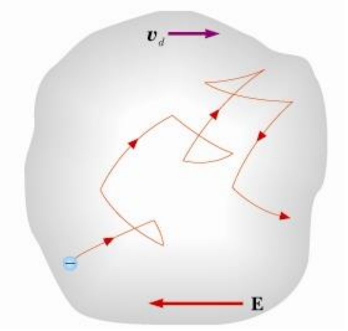
$$i = 8 \;\; \text{Ampere}, \; \Sigma = 4\,\text{mm}^2$$

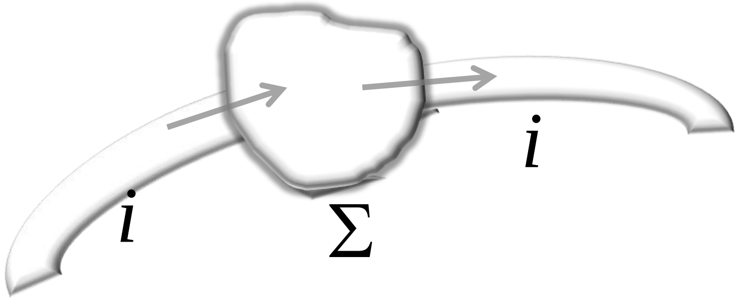
$$J = \frac{i}{\Sigma} = 2 \cdot 10^6 \, A/m^2$$

$$n_e = 8.49 \cdot 10^{28} \, \text{ele/m}^3 \quad (\text{rame})$$

$$\text{v}_\text{d} = \frac{J}{ne} = 1.47 \cdot 10^{-4} \, m/s$$

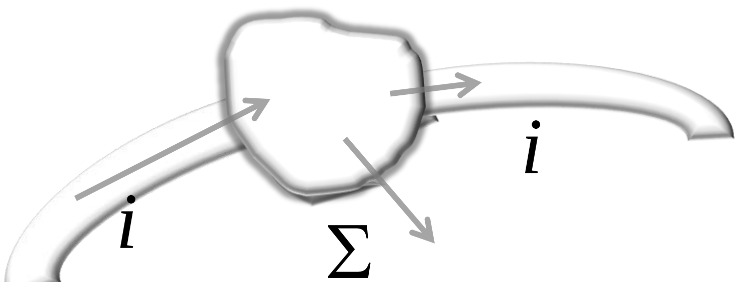
L'effetto del campo elettrico è quello di introdurre un moto collettivo ORDINATO





Principio di conservazione della carica: la carica contenuta all'interno della superficie non varia.

$$\oint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} = 0$$



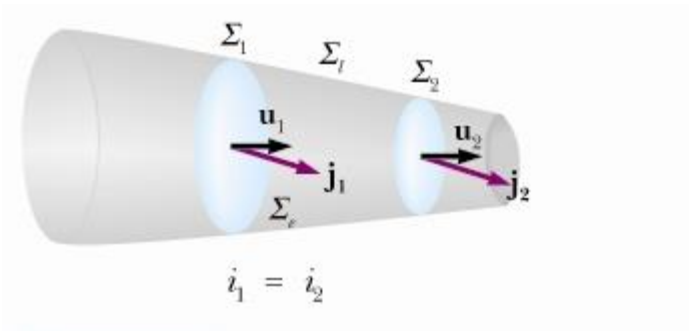
In caso di non stazionarietà

$$\oint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} = -\frac{\partial q_{\text{int}}}{\partial t}$$

$\frac{\Delta q_{\text{int}}}{\Delta t} < 0$ se esce dal volume considerato

Equazione di continuità

Condizioni stazionarie



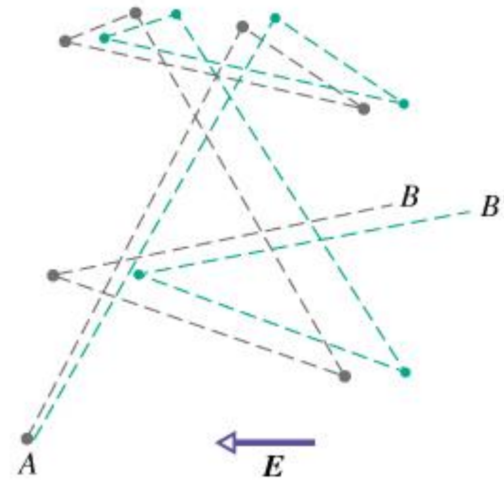
$$\oint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} = \int_{\Sigma_1} \vec{j}_1 \cdot d\vec{\Sigma} + \int_{\Sigma_2} \vec{j}_2 \cdot d\vec{\Sigma} = 0$$

L’intensità di corrente è la stessa attraverso ogni sezione del conduttore. Se il conduttore ha sezione variabile, la densità di corrente sarà minore dove la sezione è maggiore.

Moto di cariche nei Conduttori

Consideriamo un conduttore che abbia:

- n = numero di cariche libere/unita' di volume
- q_e= carica elettrica dei conduttori (elettroni)
- $\mathbf{v_d}$ = velocità media dei portatori di carica lungo **E**
- A = area della sezione del conduttore
- L= lunghezza del conduttore



Per l'azione del campo **E** le cariche positive si muovono con una velocità di deriva $\mathbf{v_d}$ e la carica totale dei portatori presenti è pari alla densità di cariche per unità di volume per il volume cioè ***nAL*** e la carica totale nel conduttore è ***q=nALe***, quindi

$$i = \frac{q_e}{t} = \frac{q_e}{L/v_d} = nq_e A v_d$$

Con $$\vec{v}_d = \left\langle \vec{v}_e \right\rangle$$

Per cui nel caso in cui J è costante ed è parallelo al vettore superficie A (che sarebbe la sezione del conduttore) si ottiene:

$$i = J \cdot A \quad \Rightarrow J = \frac{i}{A} = nq_e v_d$$

Legge di Ohm (I)

Dall'espressione trovata per la velocità di deriva degli elettroni e dalla definizione di densità di corrente si ha:

$$\left.\begin{aligned}\vec{J} &= nq_e\vec{v}_d \\ \vec{v}_d &= \frac{q_e\vec{E}}{m_e}\tau\end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{J} = nq_e\frac{q_e\vec{E}}{m_e}\tau = \frac{nq_e^2\tau}{m_e}\vec{E}$$

$$\underbrace{\boxed{\vec{E} = \rho\vec{J}} \Leftrightarrow \boxed{\vec{J} = \sigma\vec{E}}}$$

Legge di Ohm – forma locale

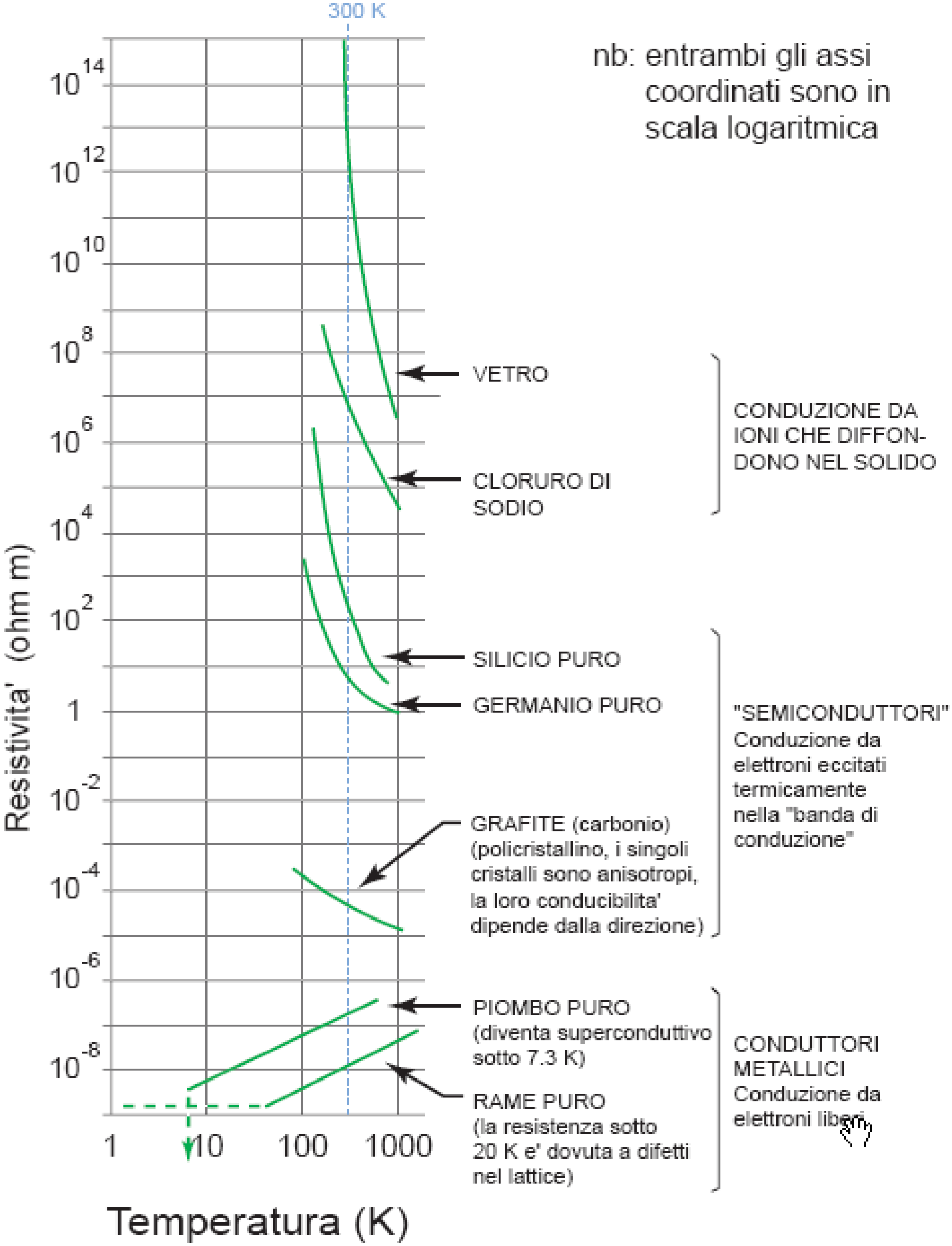
dove σ (conduttività) e ρ= 1/σ (resistività) sono ***caratteristiche del materiale.***

$$\sigma = \frac{ne^2}{m_e}\tau \qquad \rho = \frac{m_e}{ne^2\tau}$$

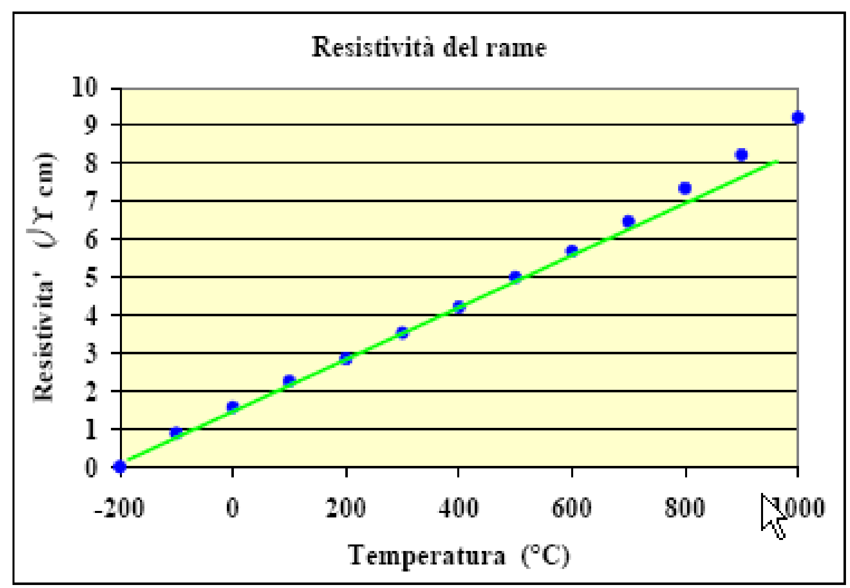
Rem. $\boxed{q_e = e}$

Se la costante ρ NON dipende da E (ossia, il parametro τ non dipende dal campo elettrico applicato), allora si dice che il materiale segue la Legge di Ohm.

Resistività



Materiale $\rho = \rho_0 + \alpha(T - T_0)$	Resistività ρ_0 (Ω m)	Coef. Termico α (Ω m /°C)
Conduttori		
Argento	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
Rame	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
Alluminio	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
Tungsteno	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Ferro	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
Platino	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
Manganin	48.2×10^{-8}	0.002×10^{-3}
Grafite	$\approx 10^{-5}$	
Semiconduttore		
Silicio puro	2.5×10^{3}	-70×10^{-3}
Isolanti		
Vetro	$10^{10} \div 10^{14}$	
Polistirolo	$>10^{14}$	
Quarzo puro	$\approx 10^{16}$	



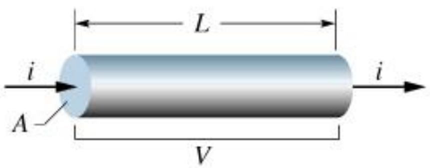
Legge di Ohm (II)

Consideriamo un filo conduttore di lunghezza L e sezione A. Si ha:

$$\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho}$$

$$\vec{E} = \frac{\Delta V}{L}$$

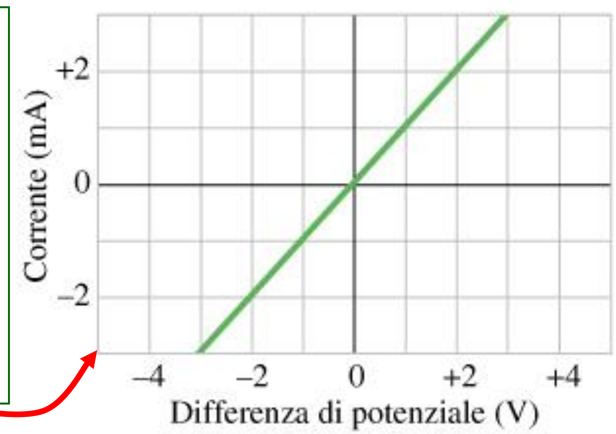
$$i = \vec{J} \bullet \vec{A} = \frac{\vec{E}}{\rho} \bullet \vec{A} = \frac{\Delta V}{L\rho} A = \frac{\Delta V}{L\frac{\rho}{A}}$$



$$\underbrace{\boxed{\Delta V = i \cdot R}}_{\text{Legge di Ohm}} \Longleftrightarrow \underbrace{\boxed{R = \rho \frac{L}{A}}}_{\text{Resistenza}}$$

La Legge di Ohm afferma che la corrente che scorre attraverso un dispositivo e' proporzionale alla d.d.p. applicata al dispositivo.

Il dispositivo e' ohmico se la sua resistenza R non dipende dalla d.d.p. applicata, ma solo dalla geometria del dispositivo.



Unità di misura Resistenza

- Nel **Sistema Internazionale** la **resistenza** si misura in **Ohm** (simbolo: Ω)

$$1\Omega = \frac{1\mathrm{V}}{1\mathrm{A}}$$

- e le dimensioni sono:

$$[R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{\left[ML^2T^{-3}I^{-1}\right]}{[I]} = \left[ML^2T^{-3}I^{-2}\right]$$

- Per quanto riguarda la **resistività**, si ha:

$$\rho = \frac{RS}{l} \quad \Rightarrow \quad [\rho] = \frac{[R]\left[L^2\right]}{[L]} = [RL] = \left[ML^3T^{-3}I^{-2}\right]$$

- per cui le unità di misura sono gli **Ohm-metri** ($\Omega\mathrm{m}$).

per la conducibilità vale $\sigma = \frac{1}{\rho} = [\sigma] = \left[M^{-1}L^{-3}T^{-3}I^{-2}\right] = \Omega^{-1}M^{-1} = S \cdot \Omega$

Legge di Joule

Potenza nei circuiti elettrici

*Quando una corrente i scorre lungo un conduttore filiforme, la carica che attraversa la sezione del conduttore nel tempo **dt** è:*

$$dq = i \cdot dt$$

Il lavoro compiuto dal campo elettrico nello spostamento della carica **dq** dal punto *A* al punto *B* è uguale alla diminuzione dell'energia potenziale della carica **dq**

$$dU = dq \cdot V = i \cdot dt \cdot V$$

Il principio di conservazione dell'energia afferma che la diminuzione dell'energia potenziale elettrica è accompagnata da una trasformazione di energia in altre forme.

La potenza *P* associata a questa trasformazione è il rapporto *dU/dt*, che vale

$$\boxed{P = \frac{dU}{dt} = i \cdot V = R \cdot i^2}$$

Legge di Joule

Tale potenza va persa negli urti degli elettroni contro gli ioni del reticolo, che in questo modo aumentano la propria energia vibrazionale. Conseguentemente a tali urti il reticolo aumenta la propria energia interna e la propria temperatura. Si tratta perciò di potenza dissipata in calore (riscaldamento del conduttore, effetto Joule).

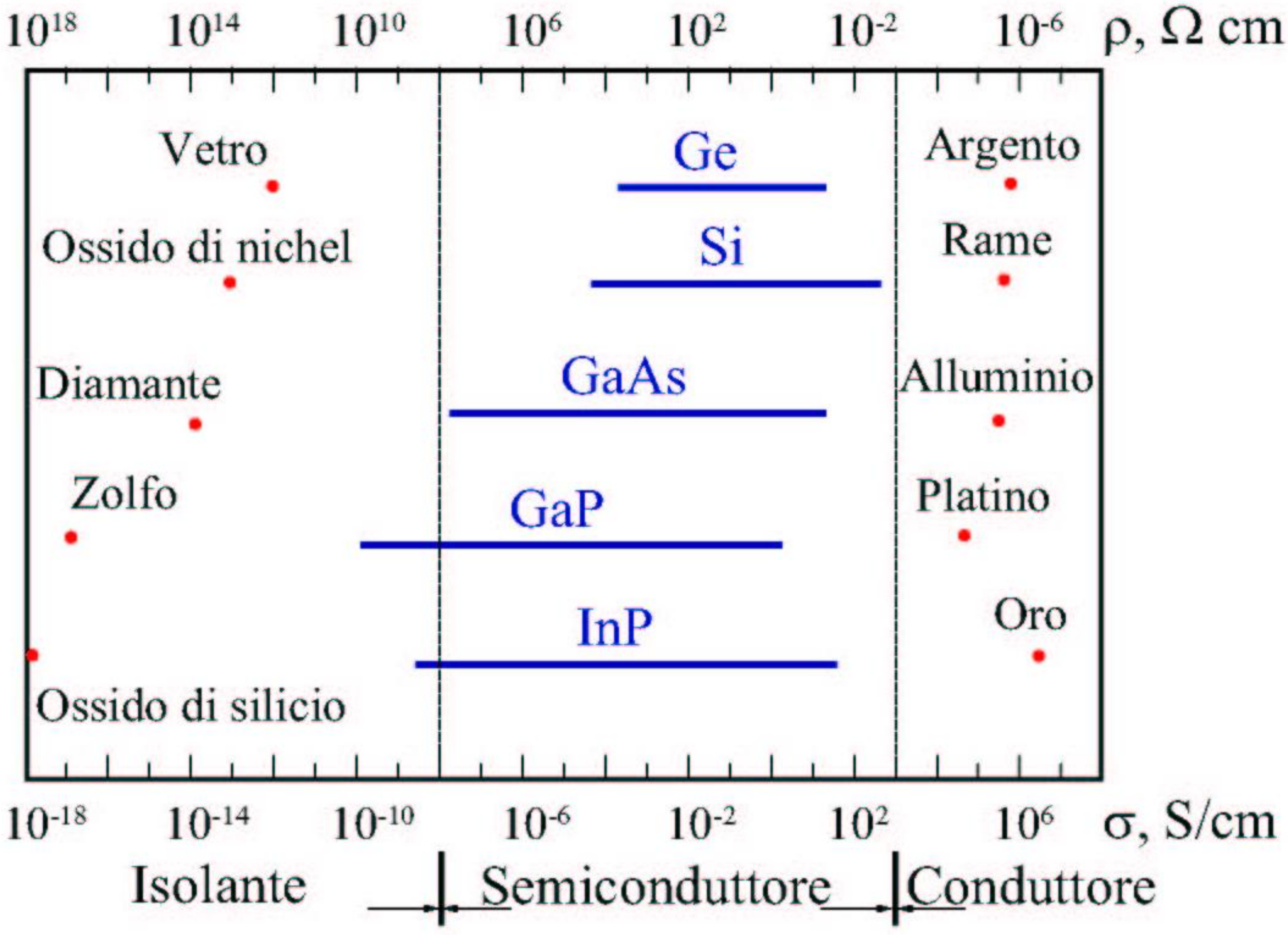
Utilizzando la legge di Ohm si può scrivere la potenza dissipata anche in altre forme.

$$\left.\begin{array}{l} P = Ri^2 \\ i = \dfrac{\Delta V}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} P = \cancel{R} i \dfrac{\Delta V}{\cancel{R}} = i\Delta V \\ P = R\left(\dfrac{\Delta V}{R}\right)^2 = \dfrac{(\Delta V)^2}{R} \end{array}\right.$$

$$\boxed{\begin{array}{l} P = i\Delta V \\ P = \dfrac{(\Delta V)^2}{R} \end{array}}$$

Le lampadine a incandescenza funzionano proprio per effetto Joule: una corrente scorre attraverso un filamento sottile di tungsteno aumentandone la temperatura fino a renderlo incandescente. Altre applicazioni dell'effetto Joule sono la stufa elettrica, il fornello elettrico, il ferro da stiro, l'asciugacapelli, il tostapane, il fusibile, ecc.

Semiconduttori



Semiconduttori

- ***È possibile studiare le proprietà elettriche sulla base di un modello semiclassico:***
  - la conduzione elettrica corrisponde al moto di cariche libere nel materiale accelerate dalla presenza di campi elettrici esterni
    - **metalli: la conduzione avviene solo per moto di elettroni**
    - **semiconduttori: la conduzione avviene per moto di elettroni e di lacune**
- ***L'importanza dei semiconduttori risiede nella capacità di cambiarne la conducibilità elettrica di diversi ordini di grandezza grazie all'introduzione di opportuni atomi droganti***
- ***Gli atomi droganti sono elementi di un gruppo diverso rispetto al semiconduttore, in modo da***

Alcune proprietà elettriche del rame e del silicio[a]

Proprietà	Rame	Silicio
Tipo di sostanza	Metallo	Semiconduttore
Densità dei portatori di carica, m^{-3}	$9 \cdot 10^{28}$	$1 \cdot 10^{16}$
Resistività, $\Omega \cdot m$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{3}$
Coefficiente termico di resistività, K^{-1}	$+4 \cdot 10^{-3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$

Superconduttori

- Abbiamo visto che un materiale conduttore è caratterizzato dalla propria resistività che è sempre maggiore di zero.

- Esistono tuttavia meteriali, detti **superconduttori**, i quali a temperature molto basse (1-30 K per i cosiddetti **superconduttori a bassa temperatura** e 70-140 K per i cosiddetti **superconduttori ad alta temperatura**) mostrano una **resistività nulla**, a causa di un effetto di meccanica quantistica nell'interazione elettrone-reticolo.