

# FORZE e Leggi di Newton

Abbiamo trattato vari tipi di moto:

Moto Rettilineo Uniforme M.R.U.  
Moto Uniformemente accelerato M.U.A.  
Moto Circolare Uniforme M.C.U.  
etc.

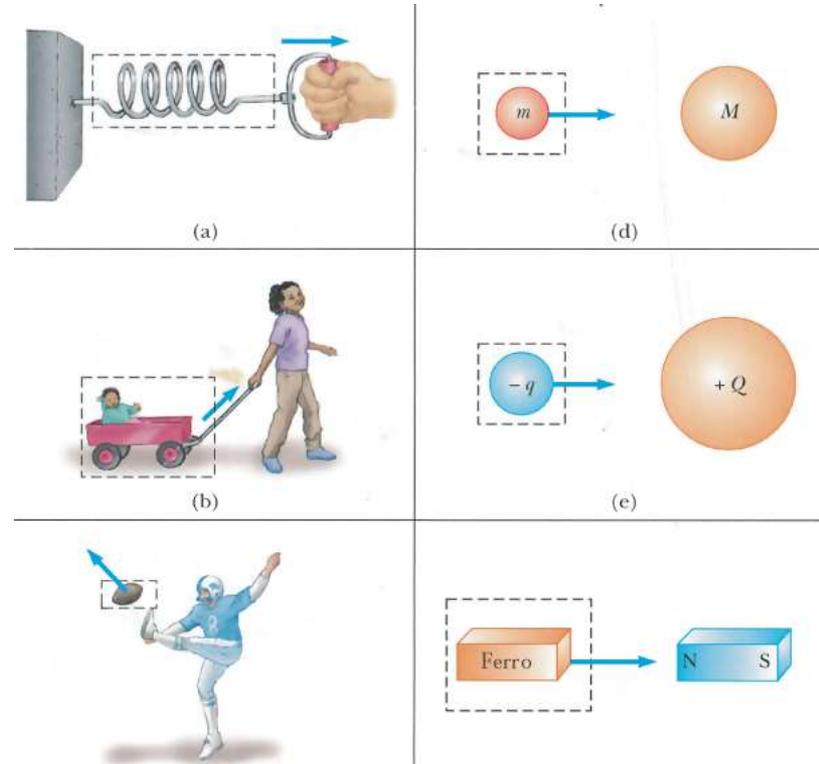
→ COSA:  $\left. \begin{array}{l} \text{mette in} \\ \text{modifica il} \end{array} \right\} \text{moto?}$

→ Quantificare cause ed effetti

→ Collegamento alla cinematica

Evidenze: per variare lo stato di quiete di un corpo occorre "AGIRE" su di esso

Lo stato di quiete è uno stato "NATURALE" (Aristotene) → Sistemi di Riferimento in M.R.U. → medesimi fenomeni → dunque  $v = 0$  e  $v \neq 0$ , ma costante sono "indistinguibili" (Galileo)



*Una particella libera, isolata, resta nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme*

*Una particella libera si muove con velocità costante*

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \text{ quantità di moto} \quad [m \cdot v] = \left[ \text{Kg} \cdot \frac{m}{s} \right]$$

→ Principio di conservazione della quantità di moto

$m$  = massa inerziale è un attributo del corpo

*I corpi possiedono l'inerzia (la massa) : la capacità di resistere a cambiamenti del loro moto.*

# La I° legge della dinamica

Esistono delle situazioni in cui la II Legge di Newton sembra falsa: Ad es, su di una giostra rotante un oggetto non "ancorato" inizia a muoversi, senza che apparentemente vi sia una forza esercitata.

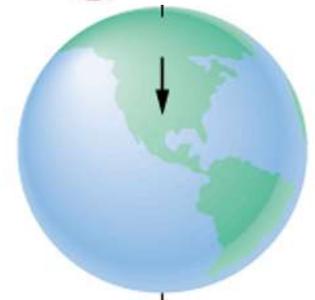
Newton si rese conto di questo nella sua I legge:

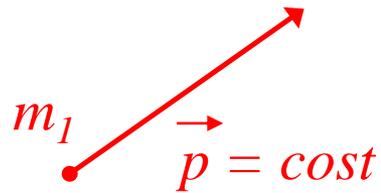
**Prima legge di Newton.** Se su un corpo non agisce nessuna forza, la velocità del corpo non può cambiare, ossia il corpo non accelera.

Come corollario, ne consegue che la II legge **NON** è valida in tutti i sistemi di riferimento (ad es. su una giostra). I sistemi di riferimento in cui è verificata la I legge della Dinamica si chiamano **sistemi di riferimento inerziali (SRI)**. La giostra non costituisce un SRI.

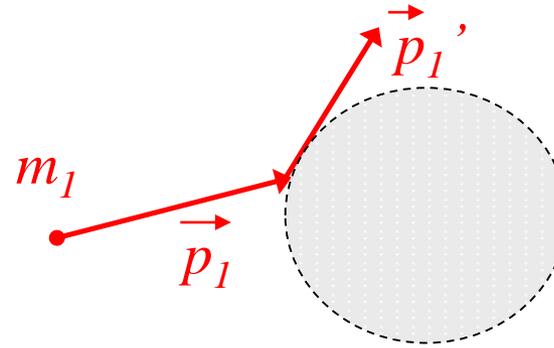
Qual è un SRI è un problema di natura sperimentale, e dipende dal grado di precisione con cui si devono risolvere i problemi.

*Esercizio 4.1.* La terra è un sistema di riferimento inerziale?

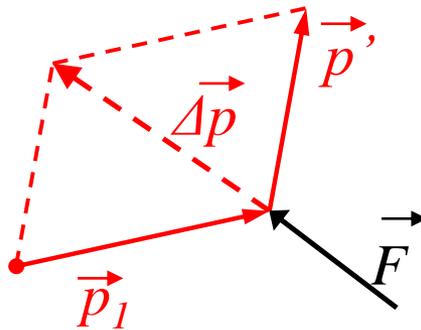




particella isolata

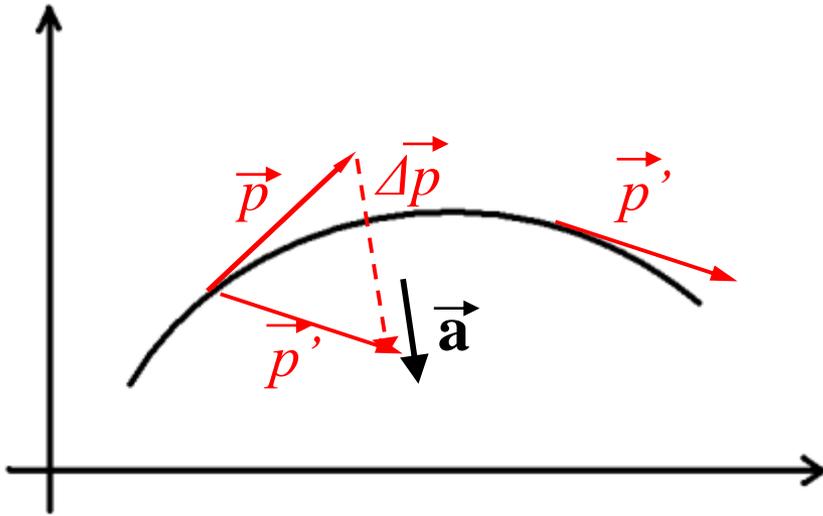


particella non isolata



$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \quad \Delta t \rightarrow 0 \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

*Chiamiamo **forza** la rapidità di variazione nel tempo della quantità di moto*



$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} m \cdot \vec{v} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad [F] = [Newton]$$

# La massa e la II° legge della dinamica

Sperimentalmente, si è osservato che se viene applicata una forza, su un corpo si produce una accelerazione (l'osservazione proviene da Galileo).

$$F \propto a$$

Newton fissò il coefficiente di proporzionalità, che dipende da **una** proprietà del corpo soggetto alla forza: la sua **massa**.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

**Massa:** *inerzia di un corpo a variazioni del suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme*

**Seconda legge di Newton.** La forza (misurabile con un dinamometro) agente su un punto materiale è proporzionale all'accelerazione prodotta tramite un coefficiente che è la massa del punto materiale.

Tale relazione esprime una legge, che lega grandezze fisiche diverse (**F** e **a**). Poiché l'unità di massa è fissata, e l'accelerazione è definita, la II Legge di N. permette di *definire* l'unità di forza:

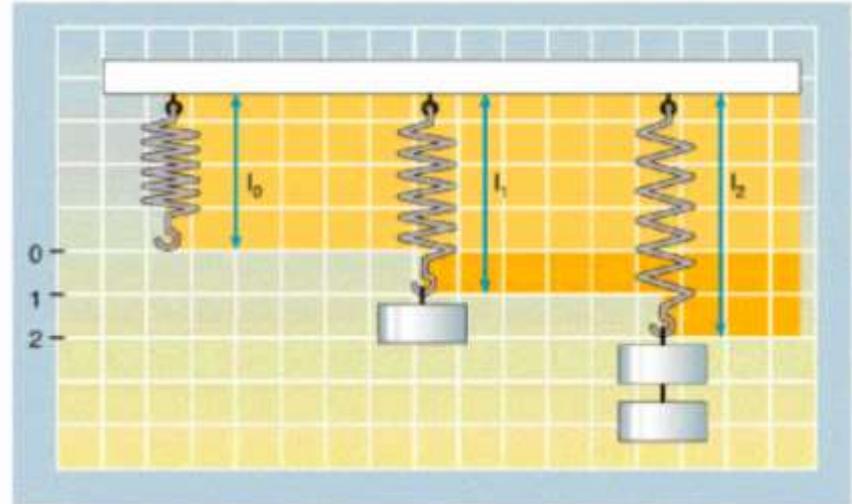
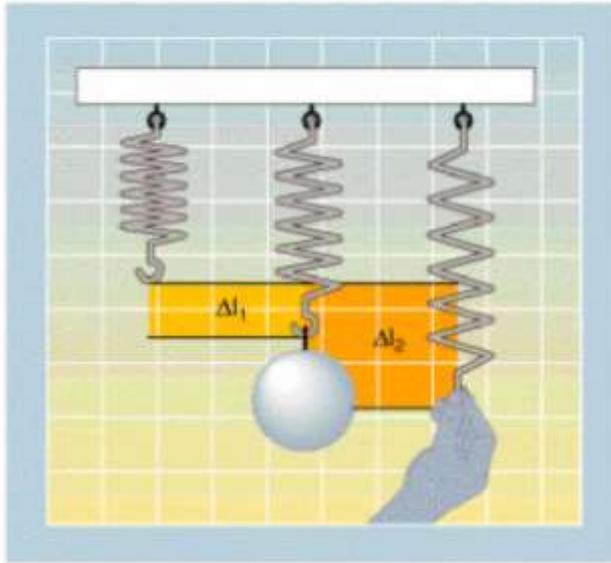
Unità di misura nella seconda legge di Newton

Sistema	Forza	Massa	Accelerazione
SI	newton (N)	kilogrammo (kg)	m/s <sup>2</sup>
CGS <sup>a</sup>	dyne	grammo (g)	cm/s <sup>2</sup>
Inglese <sup>b</sup>	libbra (lb)	slug	ft/s <sup>2</sup>

<sup>a</sup> 1 dyne = 1 g · cm/s<sup>2</sup>.

<sup>b</sup> 1 lb = 1 slug · ft/s<sup>2</sup>.

# Il Dinamometro e la Forza



Vi è corrispondenza tra lo sforzo e la forza esercitata.



Lo strumento è lineare

Quando notiamo che vi è una variazione di velocità su un corpo, possiamo affermare che su questo si è esercitata una **forza**

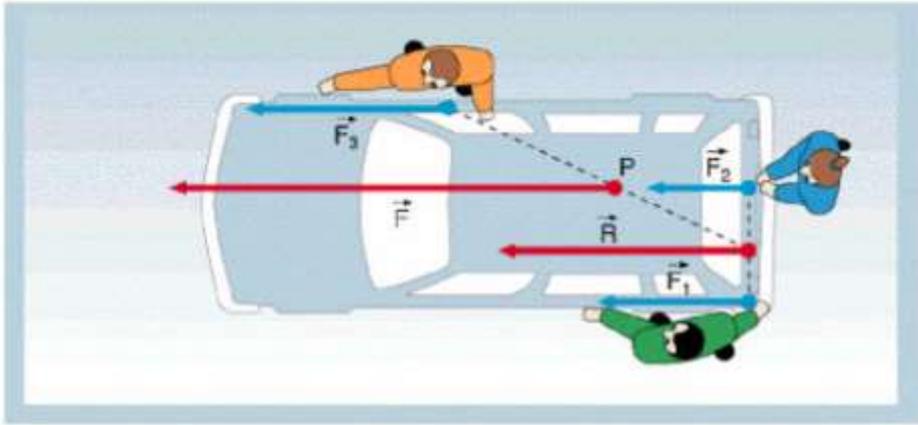
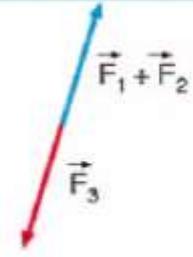
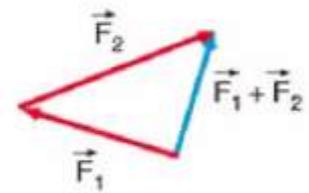
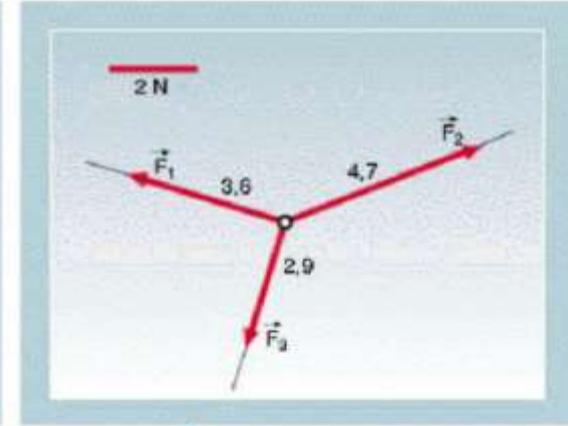
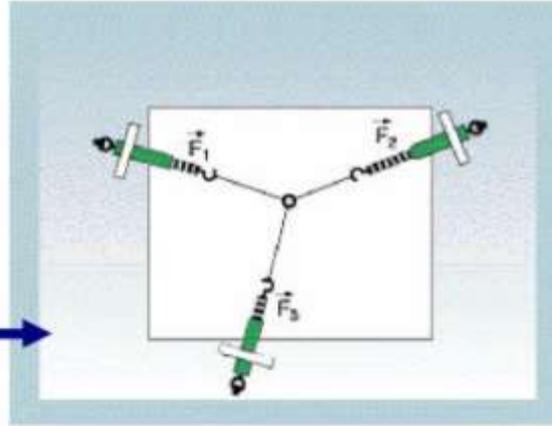
Lo strumento che utilizziamo per misurare le forze è il dinamometro.

La forza è una grandezza **vettoriale**: infatti, la somma di due forze dà come risultato una forza il cui modulo, direzione e verso è dato dalla somma dei vettori.

# Natura vettoriale delle Forze

E' anche questa una osservazione di carattere sperimentale.

Forze con diverse direzioni:  
Forze con la stessa direzione



Risultante delle forze con la regola del parallelogramma

**FORZA:** azione esercitata su di un corpo che ne provoca la variazione del suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme

## 5-4 - Massa Inerziale

Se tentiamo di modificare lo stato di moto di un corpo questo si oppone a tale cambiamento.

Tale opposizione è una misura della risposta di un corpo a forze esterne. DIREMO pertanto che un corpo manifesta una **INERZIA** al cambiamento dello stato di moto.

Tale **INERZIA** è collegata alla **MASSA** del corpo che nel S.I. è misurata in Kg.

Si osserva anche che **MAGGIORE** è la **MASSA MINORE** sarà la accelerazione risultante sul corpo a parità di forza agente  
( $a \propto \frac{1}{M}$ )

DIREMO pertanto che un corpo manifesta una **INERZIA** al cambiamento dello stato di moto.

Tale **INERZIA** è collegata alla **MASSA** del corpo che nel S.I. è misurata in Kg.

Si osserva anche che **MAGGIORE** è la **MASSA MINORE** sarà la accelerazione risultante sul corpo a parità di forza agente  
( $a \propto \frac{1}{M}$ )

Troveremo pertanto una relazione sperimentale tra le masse e le accelerazioni risultanti a parità di F del tipo

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

## 5-4 - Massa Inerziale

Troveremo pertanto una relazione sperimentale tra le masse e le accelerazioni risultanti a parità di  $F$  del tipo

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

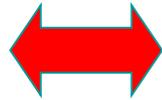
Dal momento che questo rapporto non dipende dalle unità di misura di  $a$  siamo portati a dire che la MASSA è una proprietà intrinseca del corpo indipendente da come viene misurato o da ciò che lo circonda. È facile capire che la **massa è scalare ed**

**è additiva**. ATTENZIONE A NON CONFONDERE I CONCETTI DI **MASSA E PESO** anche se sono tra loro collegati:

il **PESO** è il **modulo della forza peso** esercitata dalla Terra su un oggetto di massa  $M$ . Noi misuriamo di fatto il modulo di tale forza chiamandolo **peso**. Tuttavia lo stesso oggetto di massa  $M$  ad esempio posto sulla Luna risulterebbe avere un peso pari a  $1/6$  di quello sulla Terra!

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- è una relazione vettoriale:



tre equazioni scalari

$$\sum F_x = ma_x$$

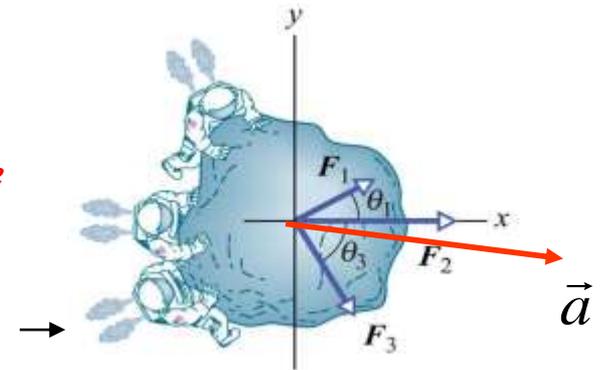
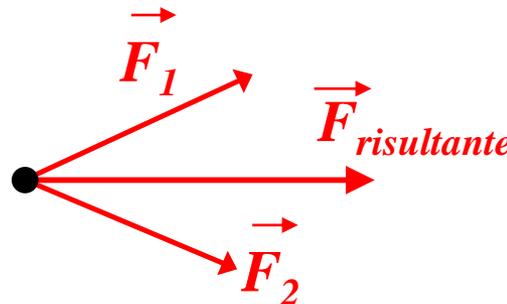
$$\sum F_y = ma_y$$

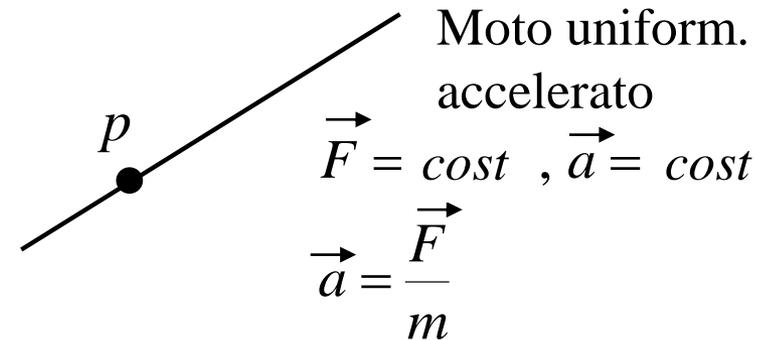
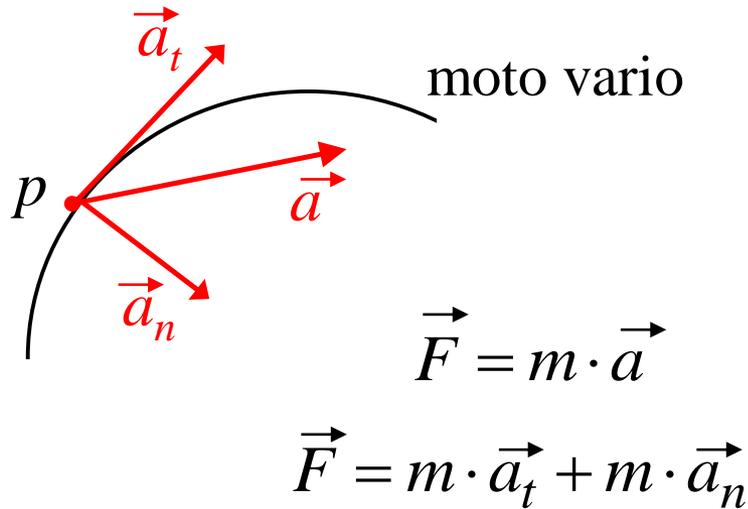
$$\sum F_z = ma_z$$

- Note le **forze** in funzione del tempo, della posizione, delle proprietà dei corpi interagenti (massa, carica, etc.), ci permette di determinare l'accelerazione  $\rightarrow$  dalla cinematica  $\rightarrow$  la legge oraria

Caratteristica vettoriale della forza:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m \cdot \vec{a}$$





$$\vec{F} = m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \hat{u}_y + m \cdot \frac{v^2}{R} \cdot \hat{u}_x$$

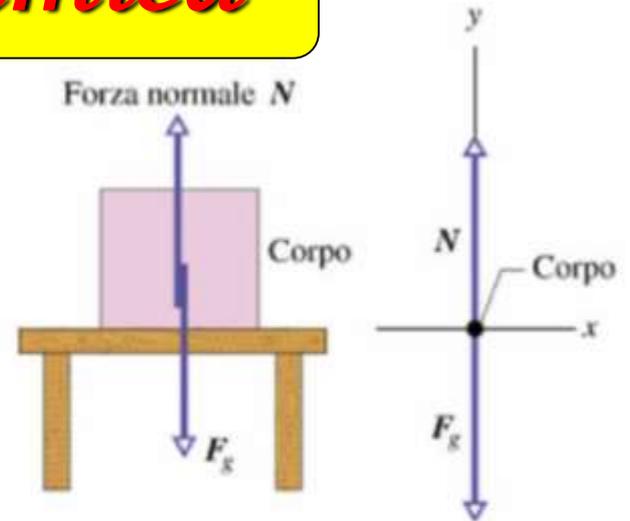
$F_t$  determina la variazione del modulo della velocità

$F_n$  determina la variazione della direzione della velocità

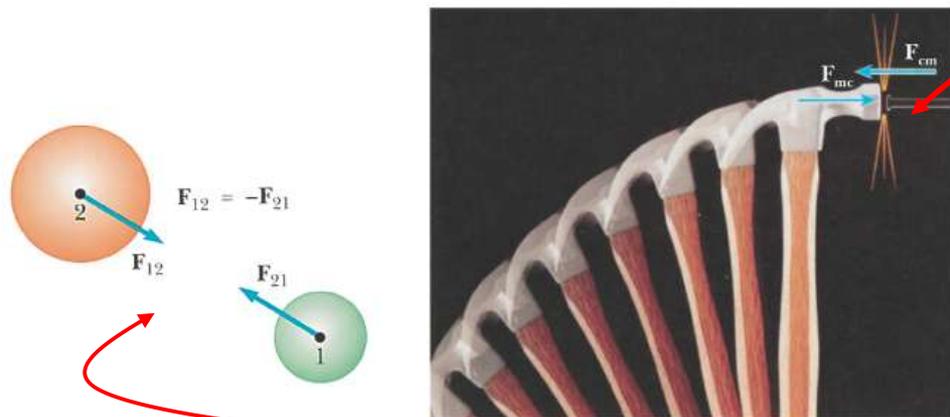
$F_n$  si chiama forza centripeta

# La III° legge della dinamica

Se appoggiate un oggetto su un tavolo, su di esso agisce la forza peso, ma l'oggetto *non cade*! Questo avviene perché la superficie del tavolo spinge il corpo con una forza  $N$ , esattamente contraria al peso. (La superficie, anche se apparentemente rigida, si deforma. Sono *forze elettriche* tra i microscopici costituenti della materia che reagiscono al peso)



**Terza legge di Newton (azione e reazione).** Quando due corpi interagiscono, le forze esercitate da un corpo sull'altro sono uguali in modulo e direzione, ma verso opposto.



*Impareremo che le forze possono esercitarsi non solo quando vi sia un contatto, ma anche con azione a distanza (forze gravitazionali, elettriche ...). Anche in tal caso si applica la terza legge*

# Verifiche

## Verifiche

Se su un corpo non agiscono forze allora:

- 1 Rimarrà fermo
- 2 Continua con moto rettilineo uniforme se era in moto o in quiete se era fermo
- 3 Rimane con moto rettilineo uniformemente accelerato

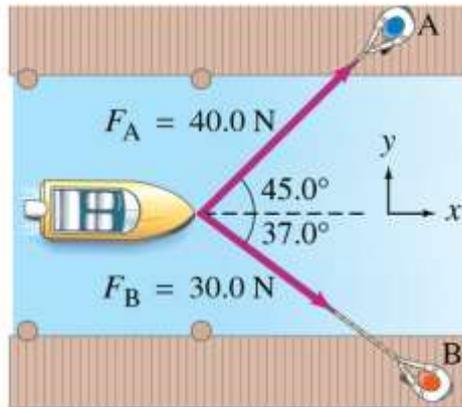
La 2) è quella giusta

## Verifiche-2

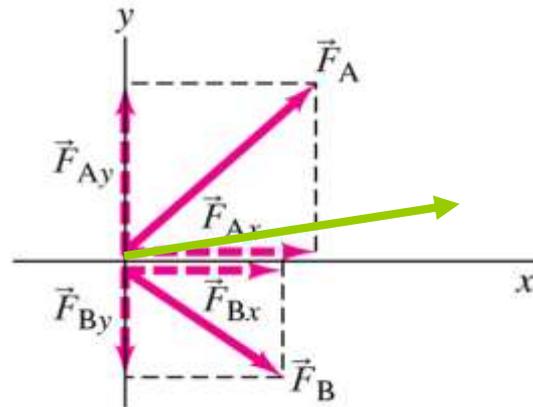
Quale affermazione delle seguenti è l'unica corretta per la massa?

- 1 La massa è il peso in assenza di gravità
- 2 la massa è proporzionale all'accelerazione del corpo quando soggetto ad una forza
- 3 la massa è l'inerzia che presenta un corpo alla variazione del suo stato di moto
- 4 la massa è la capacità di un corpo a variare il suo stato quando è in quiete

La 3) è quella giusta



(a)



(b)

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} F_{Rx} = F_{Ax} + F_{Bx} = 40\text{ N} \cos(45) + 30\text{ N} \cos(37) = 52.2\text{ N} \\ F_{Ry} = F_{Ay} + F_{By} = 40\text{ N} \sin(45) - 30\text{ N} \sin(37) = 10.3\text{ N} \end{cases}$$

$$\tan(\theta) = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{10.3\text{ N}}{52.2\text{ N}} = 0.2$$

$$\theta = \arctan(0.2) = 11.5^\circ$$

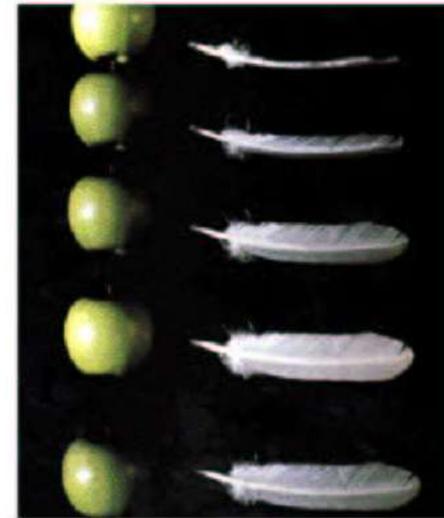
$$|\vec{F}| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 51\text{ N}$$

$$|a| = \frac{51\text{ N}}{500\text{ kg}} = 0.1\text{ m/s}^2$$

# Alcuni esempi di Forze

## Forza Peso

Noi abbiamo esperienza del fatto che, se lasciamo un corpo ad una certa altezza, esso cade. Sul corpo agisce una forza, che è la **forza gravitazionale** (di cui discuteremo in seguito).



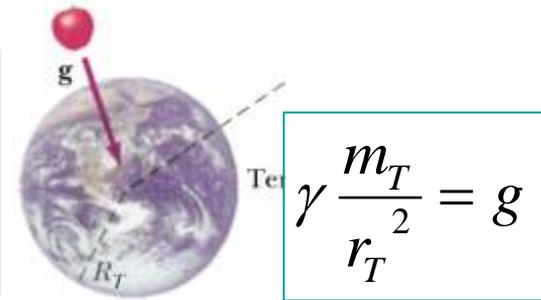
In prossimità della terra, qualunque corpo (se trascuriamo *l'attrito*), cade con la stessa accelerazione, ossia è soggetto a una forza costante lungo la verticale che si chiama **forza peso**:  $F = mg$

**Attenzione 1:** il peso è una forza, e si misura in Newton, la massa si misura in kg!

**Attenzione 2:** con la forza peso, conviene far coincidere uno degli assi di un SiRCo con la verticale. In tal caso, si possono omettere anche i simboli di vettore!

Osservazione di Galileo:

Tutti i corpi, se lasciati liberi, sono attratti verso il suolo con la stessa accelerazione “g”

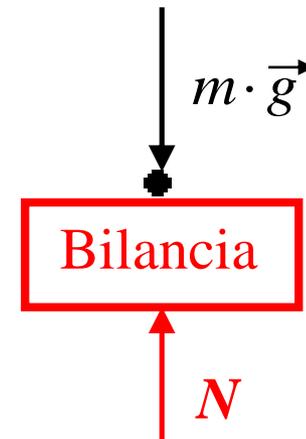


$$\vec{P} = m\vec{a} = m\vec{g}$$

Il nostro “peso” è la forza con cui veniamo spinti verso il basso  $\vec{P}$

La nostra “massa” è  $m = \frac{P}{g}$

La bilancia misura  $\vec{N}$   $\vec{N} = m \cdot \vec{g}$

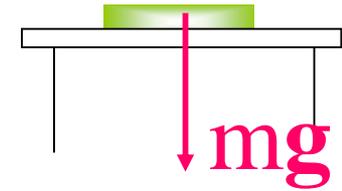


# Reazione vincolare

Il corpo è **fermo** su di un tavolo cioè in equilibrio



$$\vec{a} = 0 \Rightarrow$$



Il tavolo esercita una forza  $\vec{N}$  uguale e contraria alla forza peso, in modo tale che la forza risultante che agisce sul corpo sia nulla.

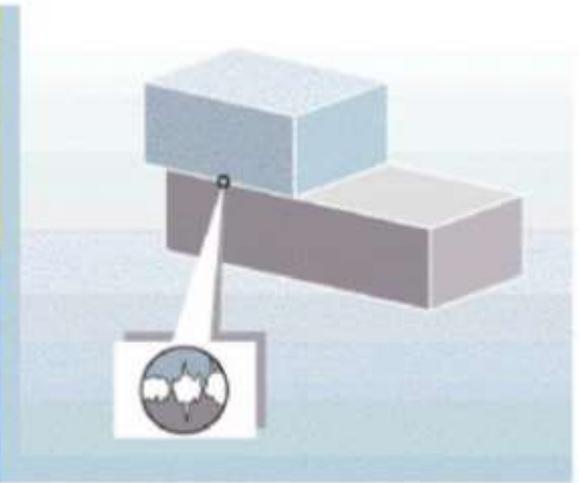


Le reazioni vincolari si manifestano ogni qual volta c'è un vincolo ossia un impedimento al moto del corpo. Può avere una componente normale o parallela al vincolo

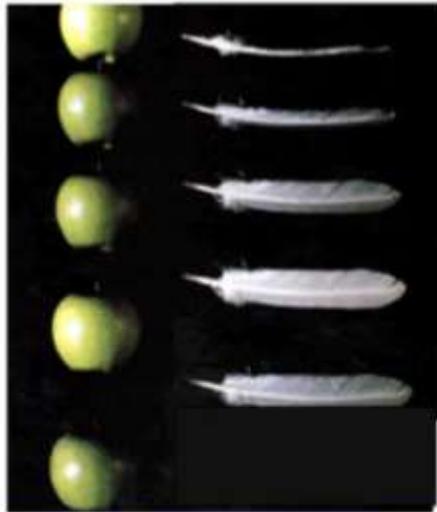
# Forze di attrito

La nostra esperienza quotidiana è *contaminata* dalla forza di attrito,

- sia quando trasciniamo un oggetto appoggiato su una superficie (attrito dinamico)
- sia quando lasciamo cadere un oggetto leggero in aria (resistenza del mezzo).



*Un particolare di cosa avviene a livello quasi microscopico tra due materiali in contatto, da cui si origina la forza di attrito*



*In presenza di attrito, oggetti diversi possono avere velocità diverse!*

1- **Attrito dinamico**: il modulo della forza viene parametrizzato dalla formula:

$$F = \mu N$$

dove  $N$  è la componente normale della forza, e  $\mu$  un coefficiente che dipende dai materiali in contatto

2- **Resistenza del mezzo**: il modulo della forza viene parametrizzato dalla formula:

$$F = \eta v$$

Dove  $v$  è la velocità del corpo,  $\eta$  è un coefficiente<sub>31</sub>

# *I coefficienti di attrito*

<i>Superfici</i>	$\mu_s$	$\mu_d$
Legno su legno	0.25-0.5	0.2
Vetro su vetro	0.9-1.0	0.4
Acciaio su acciaio, superfici pulite	0.6	0.6
Acciaio su acciaio, superfici lubrificate	0.09	0.05
Gomma su cemento armato asciutto	1.0	0.8
Sci di legno cerato su neve secca	0.04	0.04
Teflon su teflon	0.04	0.04

**Questi numeri sono indicativi, i coefficienti di attrito dipendono molto dallo stato delle superfici, dalla temperatura, dall'umidità, etc.**

# La Forza Elastica

In Natura molte situazioni possono essere assimilate alla forza di richiamo di una molla. Se si sposta dalla posizione di riposo una molla di una quantità  $x$ , questa esercita una forza di richiamo che viene parametrizzata da:

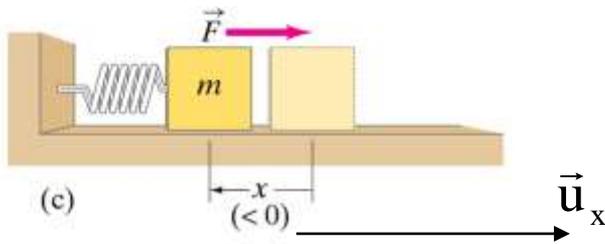
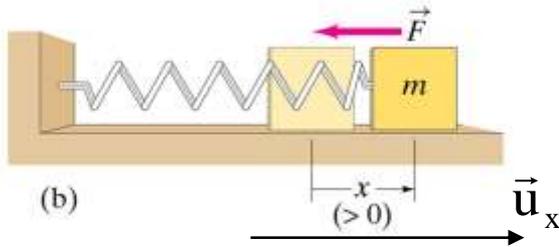
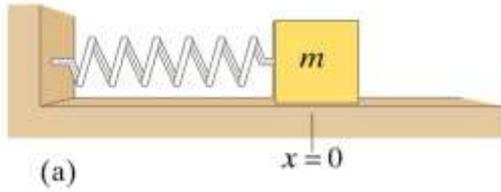
$$\mathbf{F} = -k \mathbf{x} \quad (\text{legge di Hooke})$$

Assunto l'asse  $x$  la direzione della  $F$ :

$$\vec{F} = -Kx \vec{u}_x \quad K = \text{costante elastica}$$

Nella pratica viene applicata tramite una molla e indicheremo con:

- $l_0$  la lunghezza a riposo
- $x$  la deformazione  $= l - l_0$



$$a = \frac{d^2 x}{dx^2} = \frac{F}{m} = -\frac{K}{m} x$$



$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

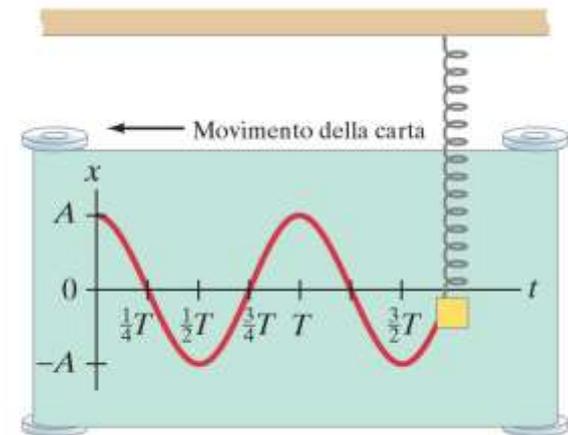
Eq. moto armonico

Con pulsazione

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

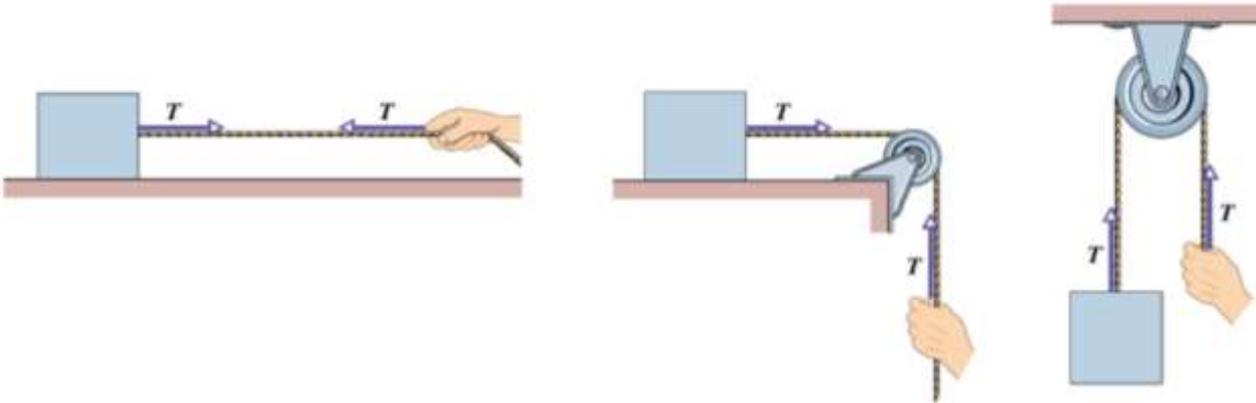


# Forze di Tensione

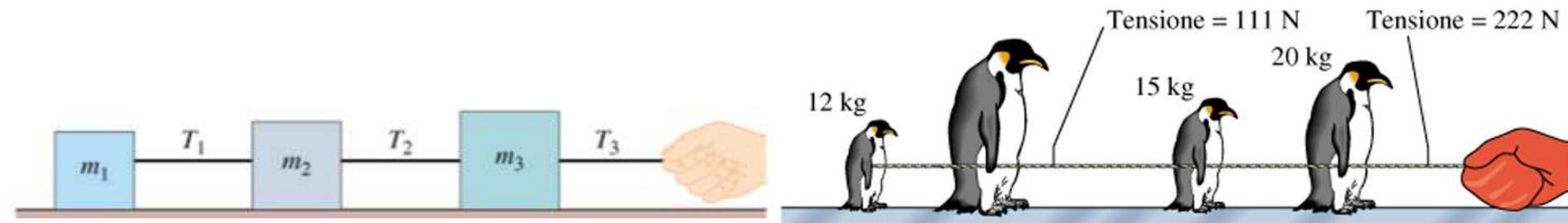
Quando una corda (funne, filo, cavo ...) è fissata ad un corpo ed è tirata, si dice che è sotto **Tensione**

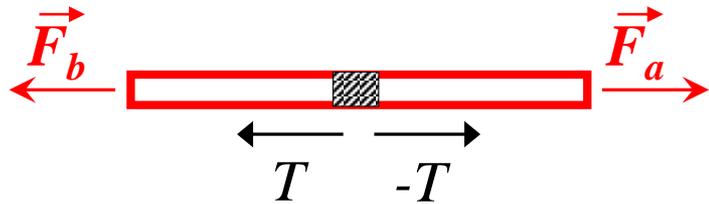


Il filo esercita sul corpo una **forza di Trazione  $T$** , diretta lungo il filo come in figura

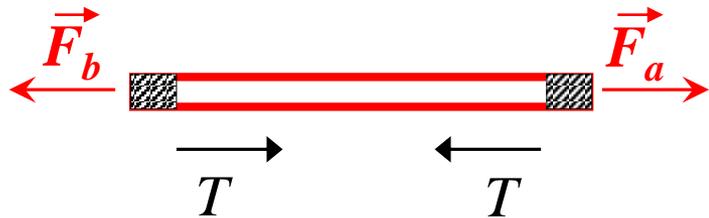


Mediante un sistema di corde è possibile trasferire forza ad altri corpi





$$|\vec{F}_a| = |\vec{F}_b|$$

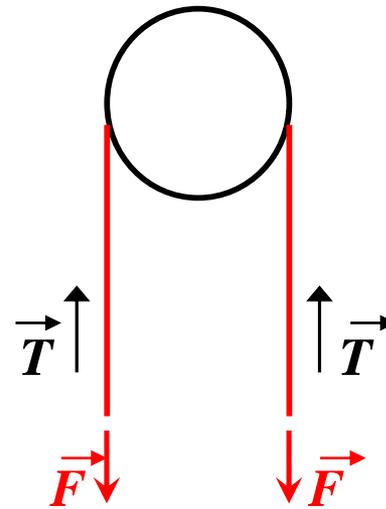


$$|\vec{F}_b| = |\vec{T}| \quad |\vec{F}_a| = |\vec{T}|$$

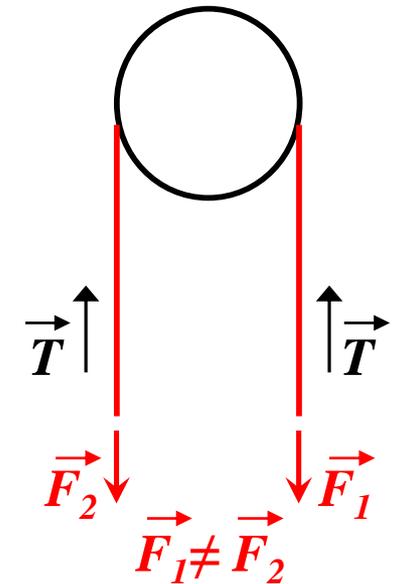
*Principio di azione e reazione*

Filo inestendibile di massa trascurabile in quiete.

Se il filo è teso, ogni suo elemento subisce due forze uguali e contrarie

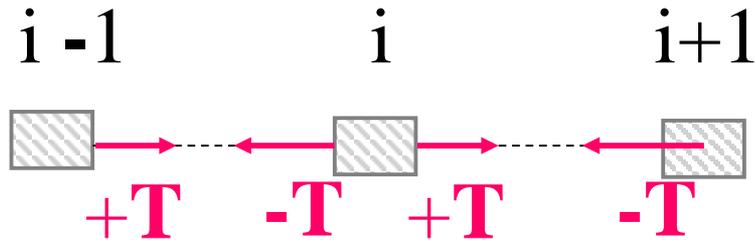


Situazione statica



La puleggia ruota

Filo inestendibile di massa trascurabile: caso in quiete.



Se il filo è teso, ogni suo elemento subisce due forze uguali e contrarie

Condizione di equilibrio per l'elemento  $i$ :

$T$  forza applicata da  $i+1$  ad  $i$   
 $-T$  forza applicata da  $i-1$  ad  $i$



**UGUALI ED OPPOSTE**

Per il III principio:

$T$  forza applicata da  $i$  ad  $i-1$   
 $-T$  forza applicata da  $i$  ad  $i+1$

La **tensione  $T$**  è la stessa in ogni elemento

$\mathbf{F}_A$  ed  $\mathbf{F}_B$  forze applicate nei due estremi per tendere il filo



$$|\mathbf{F}_B| = |-\mathbf{T}| \quad |\mathbf{F}_A| = |\mathbf{T}| \quad |\mathbf{F}_B| = |-\mathbf{F}_A| = |\mathbf{F}|$$

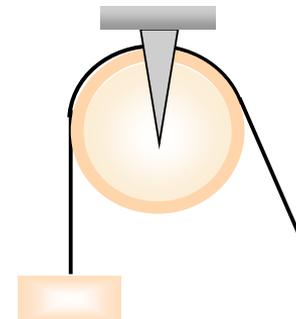
**T** forza esercitata agli estremi dal filo teso

Caso filo teso in moto:

**INESTENDIBILE** → tutti i punti si muovono con la stessa accelerazione

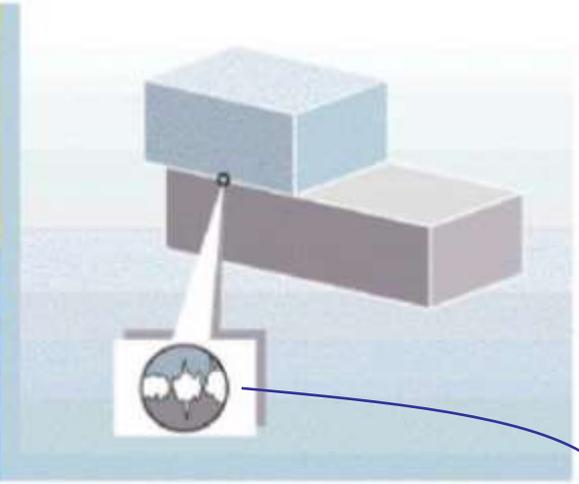
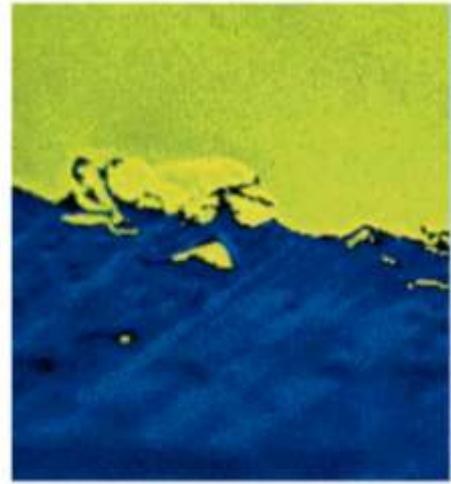
Filo privo di massa  $\Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow ma = 0 \Rightarrow \mathbf{T}$  è ancora la stessa in ogni punto, come nel caso statico!

Il filo può non essere rettilineo: la carrucola consente di cambiare la direzione della forza



# Forze di attrito

Nel movimento di un corpo su una superficie SCABRA o attraverso mezzi viscosi (aria, acqua) vi è una resistenza al moto dovuta all'interazione del corpo con la superficie. Tale interazione è detta **Forza di ATTRITO**.



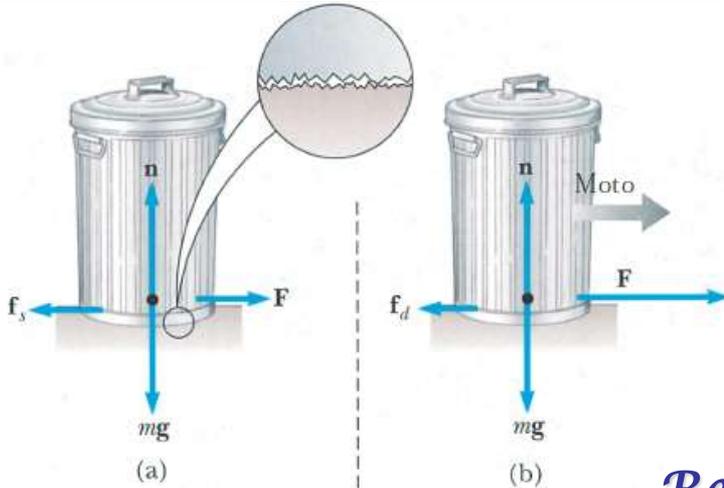
*Un particolare di cosa avviene a livello quasi microscopico tra due materiali in contatto, da cui si origina la forza di attrito*



*In presenza di attrito, oggetti diversi possono avere velocità diverse!*

L'Attrito a livello microscopico è dovuto ai legami (sono delle vere e proprie micro saldature) che si instaurano tra i corpi a contatto. Per vincere tali legami è necessaria una forza che stira e rompa tali legami (e questo spiega la minima forza necessaria a iniziare il moto) i quali però si riformano continuamente (anche se in quantità inferiore) ad ogni contatto con le asperità e con questo spieghiamo l'**Attrito dinamico**.

# Tipi di attrito



**Attrito Statico**

**Attrito Dinamico**

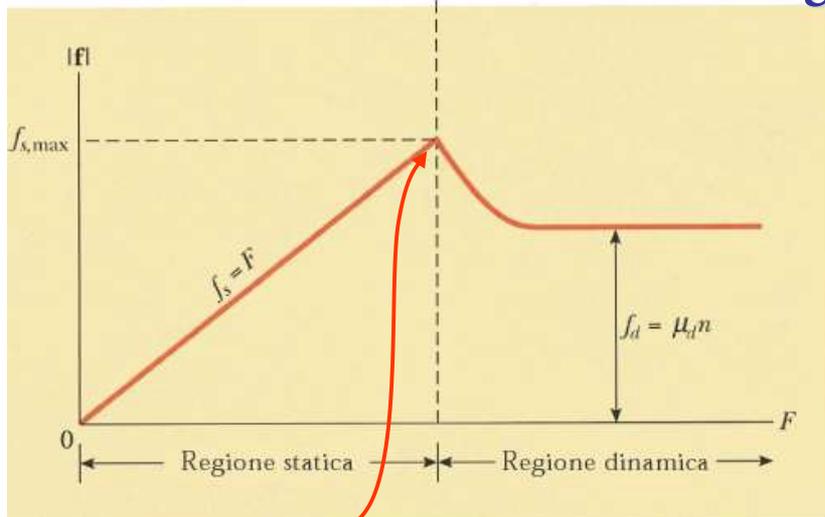
**Regione Statica**  $\Rightarrow$  *Applico Forza  $F$ , ma il corpo non si muove*

$$\sum \vec{f}_i = 0 = \vec{F} + \vec{f}_s \Rightarrow \vec{f}_s = -\vec{F}$$

**Regione Dinamica**  $\Rightarrow$  *Applico Forza  $F'$ , il corpo si muove con  $v = \text{costante}$*

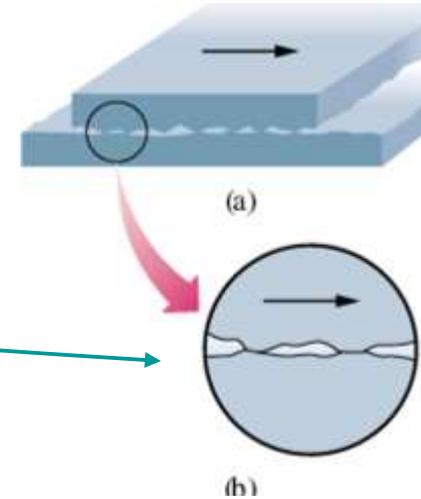
$$\sum \vec{f}_i = 0 = \vec{F}' + \vec{f}_d \Rightarrow \vec{f}_d = -\vec{F}'$$

**Attrito Statico  $f_s$**  : In presenza di questa forza, un corpo non si mette in moto qualunque sia la forza applicata ma solo se supera un certo valore



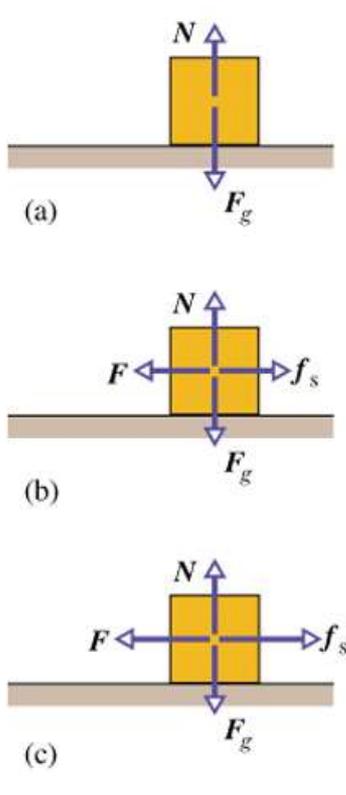
$f_s$  aumenta con  $F$  applicata, mantenendo  $f_s = -F$  fino ad un valore limite  $f_{s, Max}$  dipendente dai materiali (corpi, piani, forme)

Superando il valore limite  $f_{s, \text{Max}}$  dell'attrito statico, riusciremo a smuovere il blocco ma avremo ancora la presenza di una resistenza che rallenta il moto, dovuta ai corrugamenti all'interfaccia tra i due materiali.



Consideriamo la Forza di reazione che il piano orizzontale esercita sul blocco

$$\sum \vec{F}_y = 0 \rightarrow \vec{N} = -m\vec{g} \quad \sum \vec{F}_x = 0 \rightarrow \vec{f}_{s, \text{max}} = -\vec{F}$$



L'attrito è proporzionale alla effettiva superficie di contatto e poiché la superficie di contatto dipende dalle forze normali alla superficie (più comprimiamo l'oggetto verso la superficie tanto maggiore sarà la superficie di contatto microscopica) allora deve aversi:

$$|\vec{f}_{s, \text{max}}| = \mu_s N = \mu_s mg$$

$\mu_s$  dipende dai materiali a contatto

Quindi

$$|\vec{f}_s| \leq \mu_s N$$

$\mu_s$  è una grandezza ADIMENSIONALE

Quando  $\vec{F} > |\vec{f}_{s,\max}| = \mu_s N$

Allora il corpo si mette in moto

Il tipo di Attrito CAMBIA

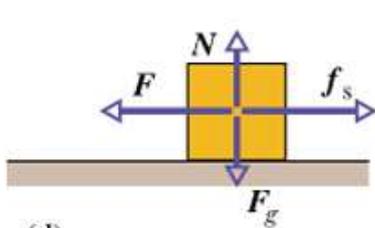
**ATTRITO DINAMICO:** si esercita sempre sul corpo nel punto di contatto con il piano

$|\vec{f}_d| = \mu_d N$  costante

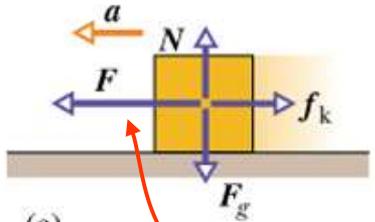
Inoltre

$\mu_s > \mu_d \rightarrow \vec{f}_{s,\max} > \vec{f}_d$

Quindi per mantenere il corpo in moto con velocità costante è sufficiente una forza inferiore a quella necessaria per metterlo in moto

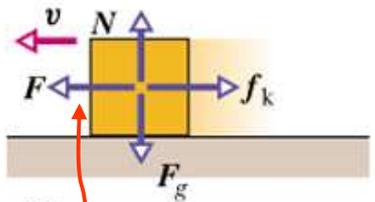


(d)



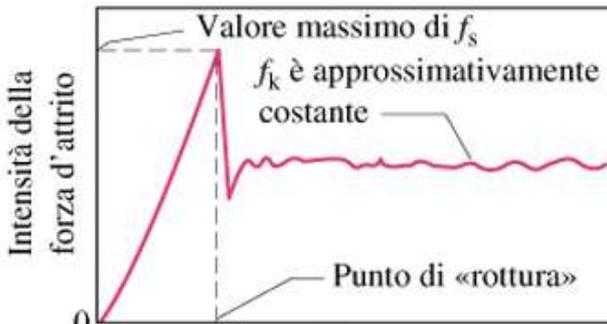
Accelerazione

(e)



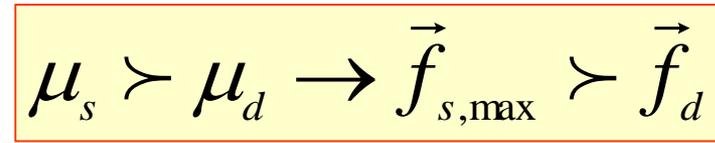
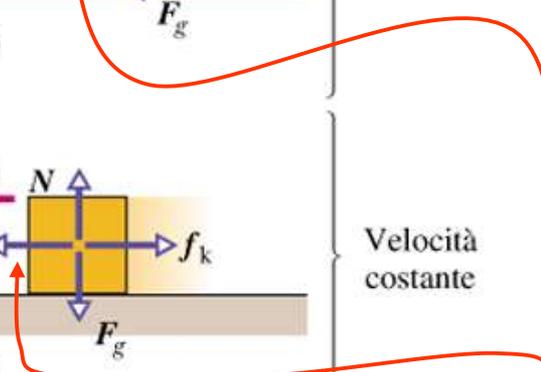
Velocità costante

(f)



(g)

Tempo



# Caduta in un fluido: Attrito Viscoso

Quando un corpo si muove in un fluido (liquido o gas) il mezzo oppone una forza di resistenza che si oppone al moto relativo. La forza risultante è in genere una funzione della velocità ed è opposta al moto.

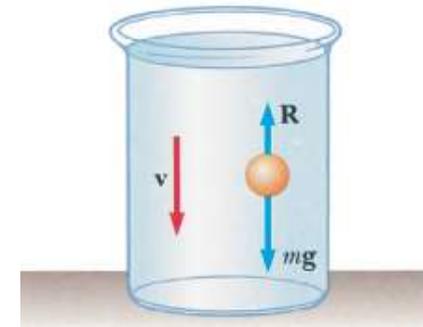
$$F \equiv m \frac{dv}{dt} = mg - \eta v$$

Equazione del moto dalla II legge della dinamica

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\eta}{m} v$$

Equazione differenziale da risolvere per separazione delle variabili

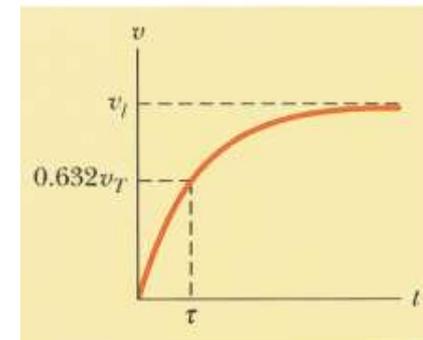
$$v(t) = \frac{mg}{\eta} \left( 1 - e^{-\frac{\eta}{m}t} \right) \rightarrow \frac{mg}{\eta} = v_{\text{limite}} \quad t \gg \frac{m}{\eta}$$



(a)



Ovvero: all'aumentare della velocità, aumenta la forza di attrito sino a quando annullerà la forza attiva. In questa situazione avremo che il moto prosegue con velocità costante ( $a=0$ )



# Attrito Viscoso: alcuni esempi di velocità limite

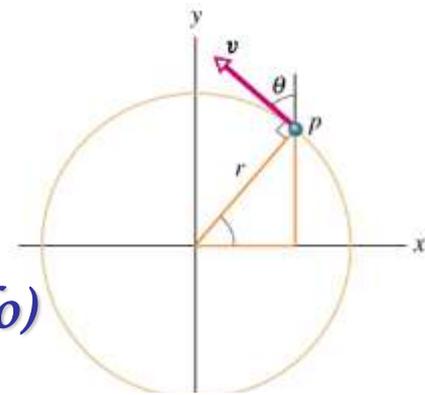
## Alcuni valori di velocità in aria

Oggetto	Velocità limite (m/s)	Distanza di regime* (m)
Proiettile (dallo sparo)	145	2500
Paracadutista in caduta libera (tipico)	60	430
Palla da baseball	42	210
Palla da tennis	31	115
Palla da pallacanestro	20	47
Pallina da ping pong	9	10
Goccia di pioggia (raggio = 1.5 mm)	7	6
Paracadutista con paracadute (tipico)	5	3

\* Distanza attraverso la quale il corpo deve cadere da fermo per raggiungere il 95% della velocità limite.

Fonte: Adattamento da Brancazio P.J., *Sport Science*, Simon & Schuster, New York 1984.

# Moto Circolare Uniforme

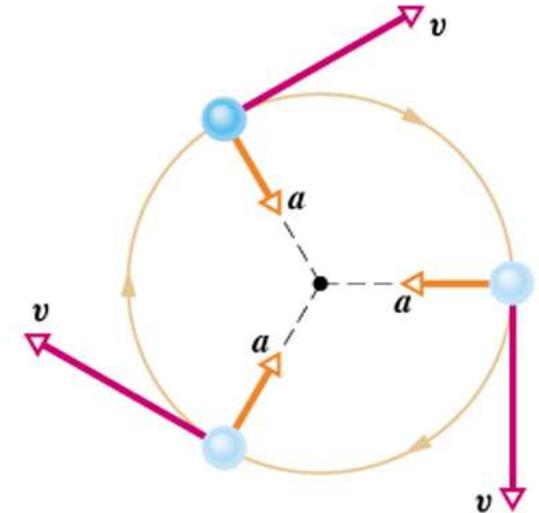


**TRAIETTORIA** Ogni giro nel medesimo Tempo (Periodo)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad v = \omega \cdot r$$

L'accelerazione (**CENTRIPETA**) è diretta verso il centro della circonferenza

$$|\vec{a}| = \omega^2 R = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \frac{v^2}{R}$$



Per il 2° principio l'accelerazione è causata da una forza

$$F = ma = m\omega^2 R = m \frac{v^2}{R}$$

Tale forza, diretta come l'accelerazione, è detta centripeta

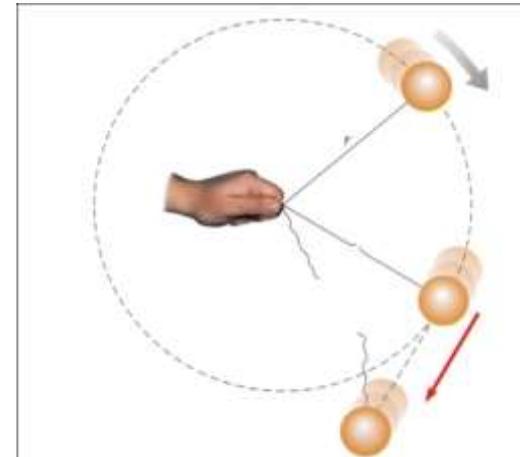
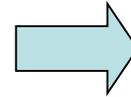
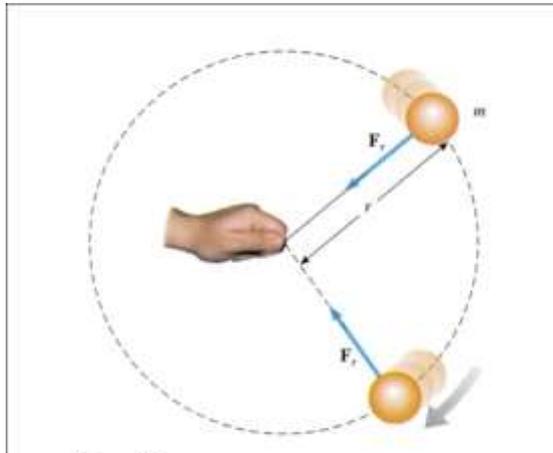
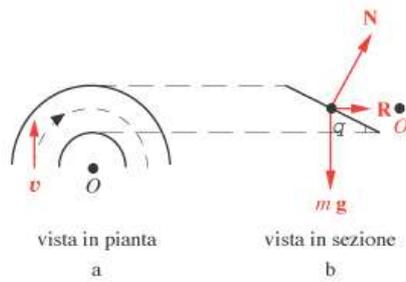


Figura 6.2



## Curva sopraelevata

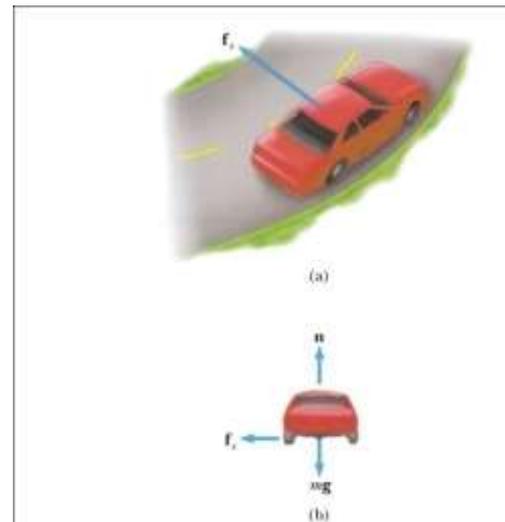
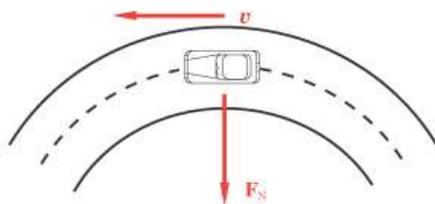
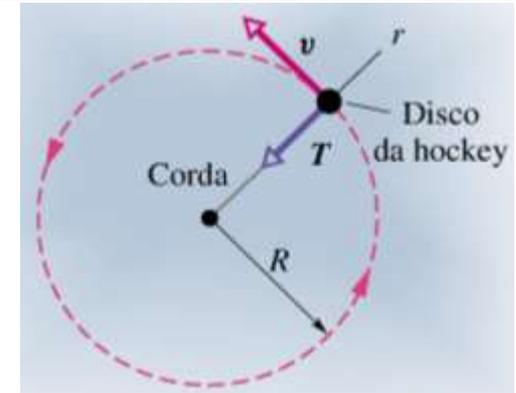


Figura 6.5

# Esempi di Moto Circolare Uniforme

*Disco legato ad una corda in moto rotatorio*  
*In questo esempio è il filo stesso che esercita una forza (tensione) che mantiene il disco in moto circolare uniforme:*

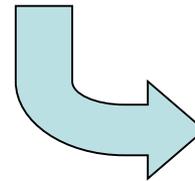


## IL ROTOR

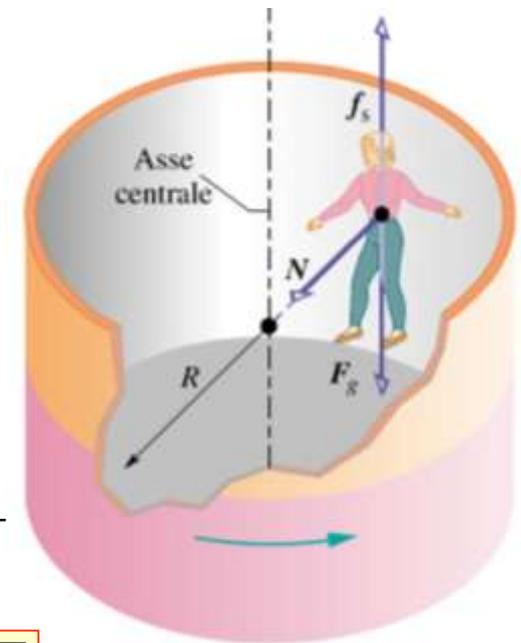
*In questo esempio è la reazione del piano  $N$  che esercita una forza centripeta. Al crescere della velocità cresce  $a_{centr}$  e quindi  $N$  cioè  $f_{s,max}$  che può diventare  $> mg$*

*Il corpo rimane quindi "attaccato" alla parete e non cade. La condizione limite si ha per  $a_y=0$*

$$\left. \begin{aligned} \sum \vec{F}_y = 0 &\rightarrow f_s = mg \\ \sum \vec{F}_r = ma_r &\rightarrow N = m \frac{v^2}{R} \\ f_{s,max} &= \mu_s N \end{aligned} \right\} mg = f_s = \mu_s N = \mu_s m \frac{v^2}{R}$$

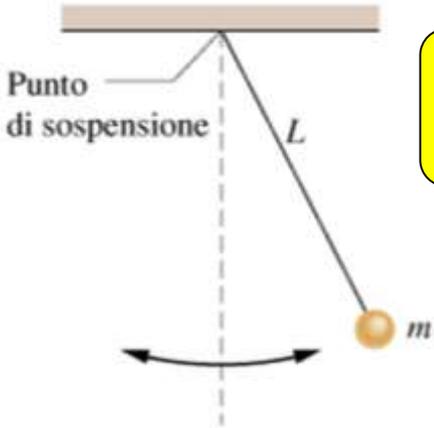


$$v = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}$$



# Pendolo Semplice

Anticipazione Cap. Oscillazioni



(a)

Lo spostamento è tangenziale alla traiettoria e la posizione di  $m$  è determinata da  $\theta$

radiale

tangenziale

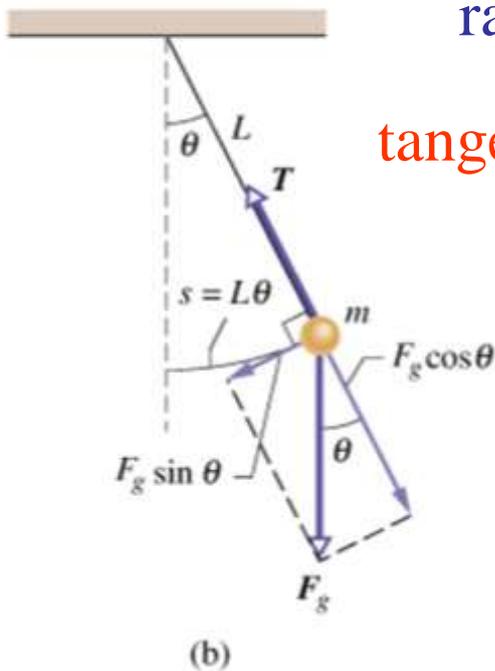
$$\begin{cases} T - mg \cos \theta = ma_r = m \omega^2 l \\ -mg \sin \theta = ma_{tg} = m \frac{d^2 s}{dt^2} = m \frac{d^2}{dt^2} (L\theta) \end{cases}$$

Dalla prima eq. ricaviamo  $T$

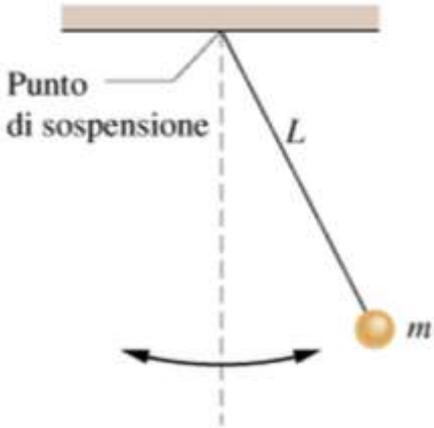
La seconda ci dà la legge oraria del moto oscillatorio

$$-\frac{g}{L} \sin \theta = \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad \text{e se } \sin \theta \sim \theta \quad \boxed{\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta}$$

*Piccoli angoli*



(b)

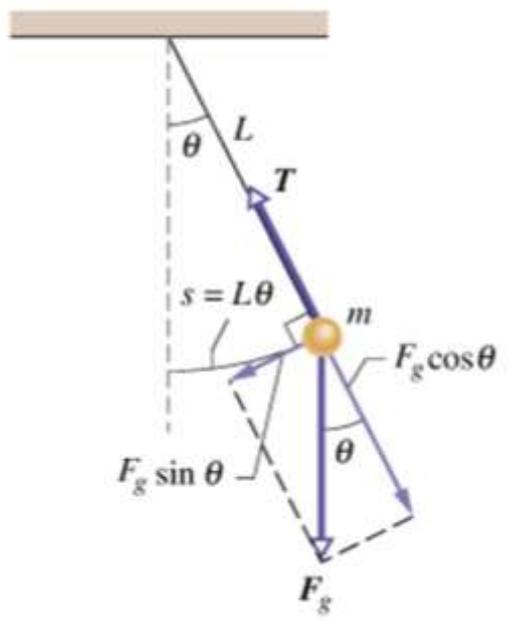


(a)

dunque

$$\theta(t) = \theta_m \cos(\Omega t + \varphi)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

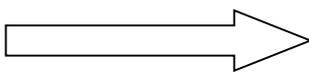


(b)

da non confondere con  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Il periodo delle piccole oscillazioni vale

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

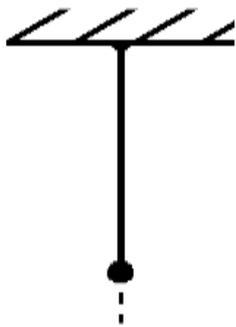
**Periodo:**  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$  

**Non dipende dalla massa e dell'ampiezza**

**Tensione del filo:**

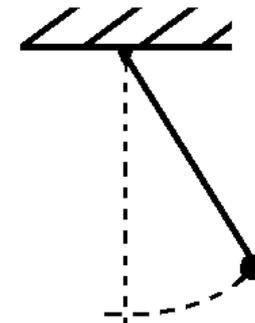
$$T_d = m \cdot \left( g \cdot \cos \theta + \frac{v^2}{L} \right)$$

**In condizioni dinamiche**



**Tensione massima**

**Tensione minima**



**In condizioni statiche**

$$T_s = mg$$

La  $T_d > T_s$  perché oltre ad equilibrare il peso deve fornire la f. centripeta per far percorrere al pendolo la traiettoria circolare

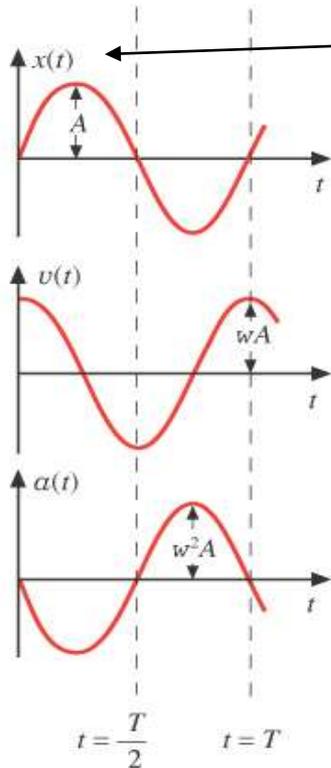


Figura 1.9

Legge oraria

$$\theta = \theta_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad s = L\theta = L\theta_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \cdot \theta_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Velocità angolare e lineare

$$v = \frac{ds}{dt} = L \cdot \frac{d\theta}{dt} = L \cdot \omega \cdot \theta_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

**La velocità è max quando il corpo passa per la verticale  $\Theta = 0$  e nulla agli estremi delle oscillazioni.**