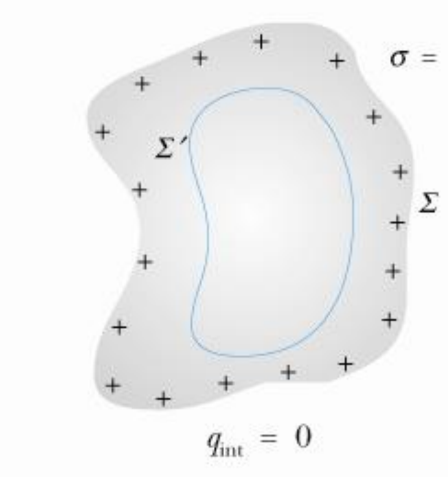
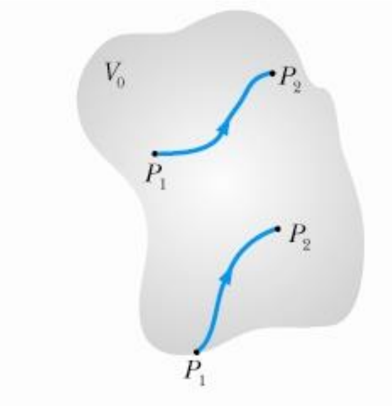
Materiali solidi, liquidi o gassosi in cui sono presenti cariche che possono muoversi liberamente (**cariche mobili**). Nei metalli le cariche mobili sono elettroni

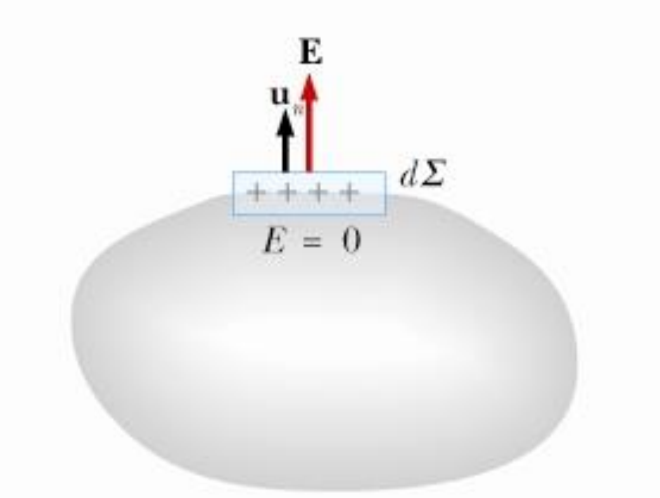
- $E_{int} = 0$ $Q_{int} = 0$
- In un conduttore carico, l'eccesso di carica può stare solo sulla superficie.
- Il potenziale V è costante in ogni punto del conduttore:



$$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \vec{ds} = 0 \Rightarrow$$
$$V(P_1) = V(P_2) = V(P_0)$$

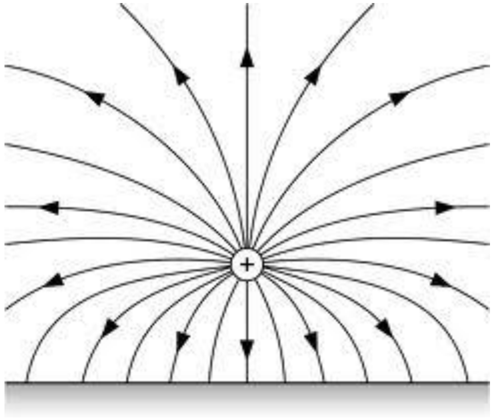


- La superficie di un conduttore è una superficie equipotenziale.
- Il campo in un punto esterno molto vicino al conduttore è ortogonale alla superficie del conduttore.



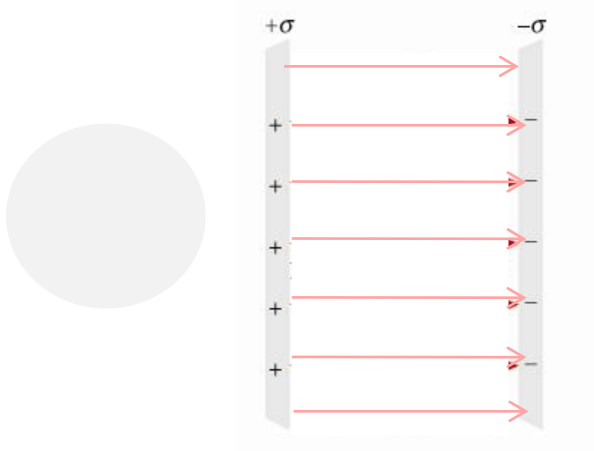
$$\oint_G \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = E\Delta\Sigma = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\Delta\Sigma}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_n$$



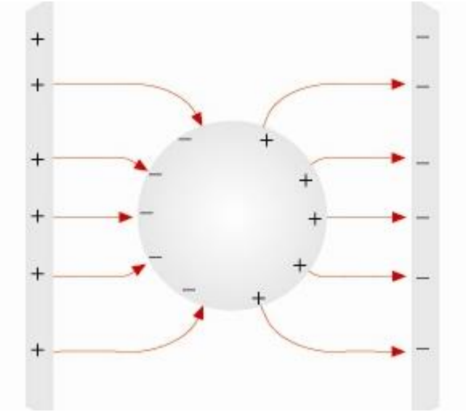
Conduttore scarico all’esterno del campo

Conduttore scarico all’interno del campo

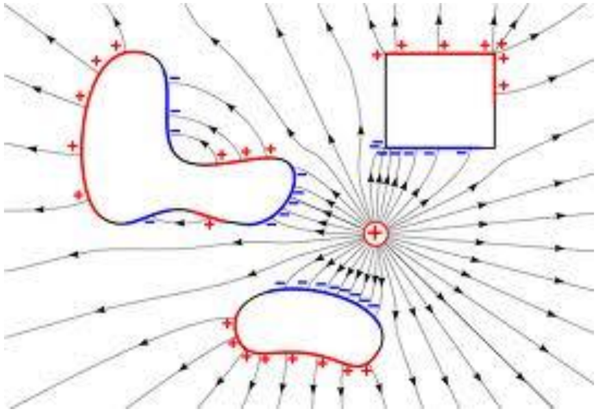


All' interno del conduttore

$$\vec{E}_{indotto} = -\vec{E}, \quad \vec{E}_{tot} = 0$$



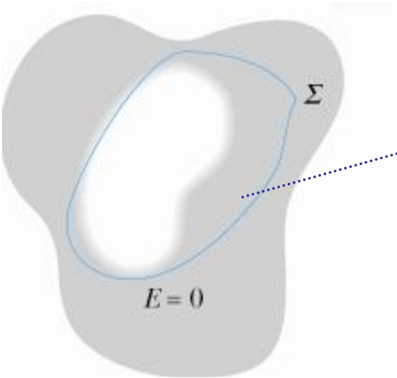
Le linee si chiudono sempre perpendicolarmente alla superficie



Induzione completa

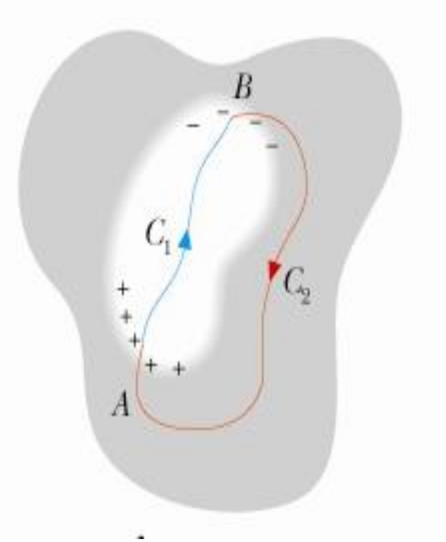
Tutte le linee che partono dal conduttore carico si chiudono sul conduttore inizialmente scarico

$$q_{indotta} = -q$$



Σ superficie chiusa che racchiude la cavità

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow q_{\text{int}} = 0$$



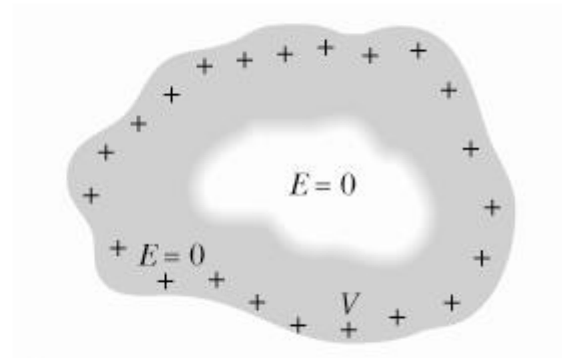
Se ci fossero cariche all'interno ….

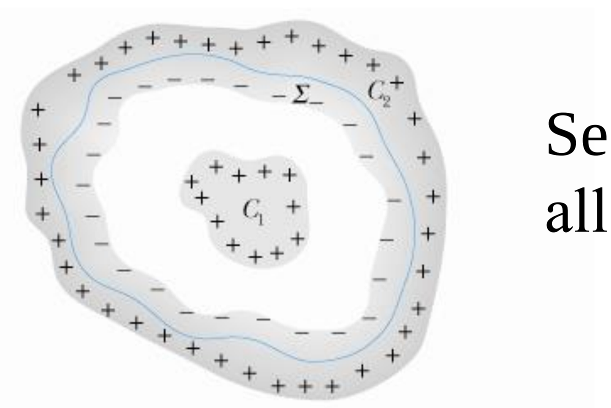
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{C1} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \cancel{\int_{C2} \vec{E} \cdot d\vec{s}} = \int_{C1} \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

Non è possibile!!

Sulla superficie interna di una cavità non possono esserci cariche ed il campo deve essere nullo.

Se portiamo delle cariche sul conduttore, si distribuiscono sulla superficie esterna

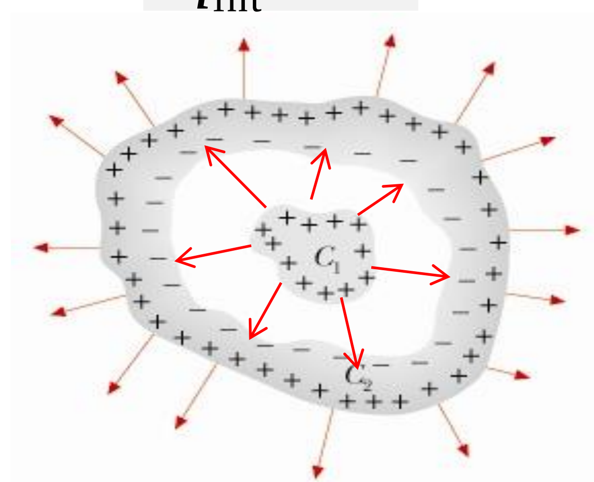




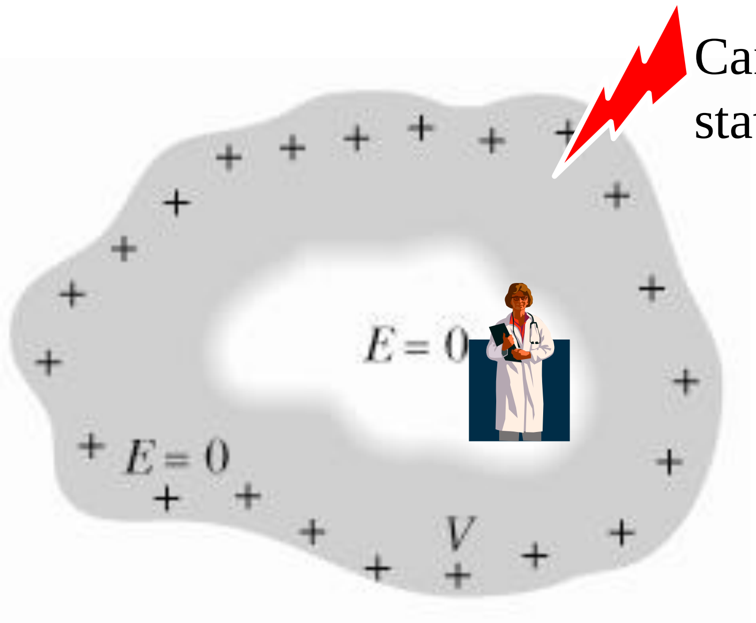
Se inseriamo un conduttore carico all'interno della cavità ….

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \cancel{d\vec{\Sigma}} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = 0 \qquad q_{\text{int}} = 0$$

All'interno della cavità c'e' induzione completa

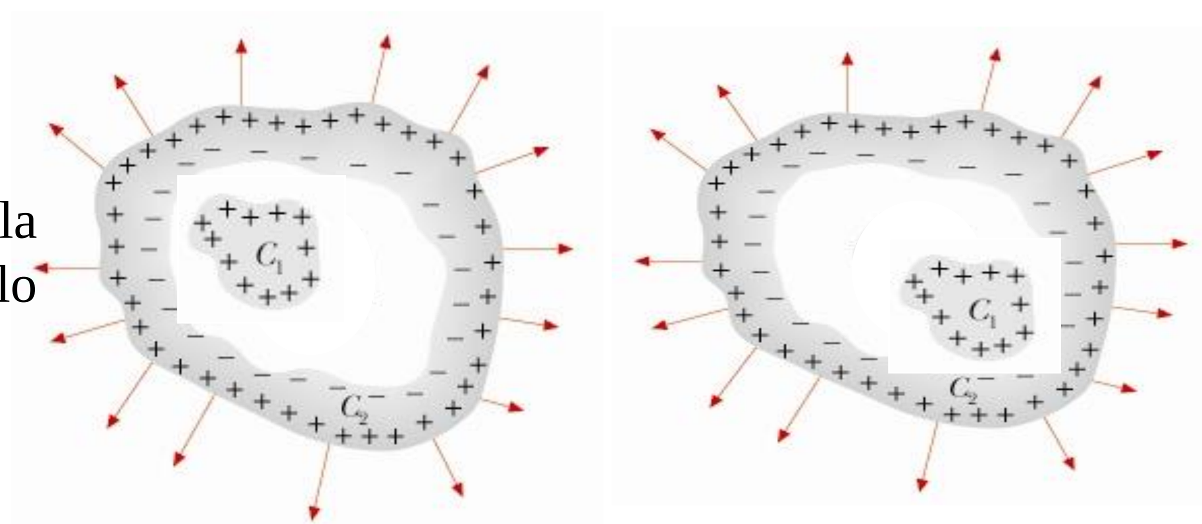


Schermo elettrostatico

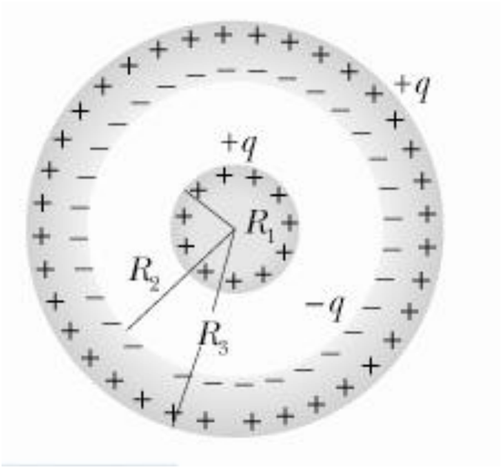


Campi elettrici esterni non influenzano lo stato all’interno della cavità

Il campo all’interno della cavità non influenza quello all’esterno



Un conduttore sferico di raggio R_1 è al centro di un conduttore sferico cavo di raggio interno R_2 ed esterno R_3. Una carica q è depositata sul conduttore interno. Calcolare E e V in funzione di r.



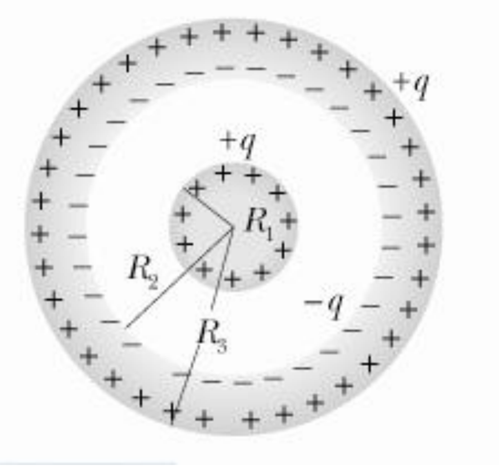
$$r > R_3 \qquad \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$$

$$R_2 \le r \le R_3 \qquad \vec{E} = 0$$

$$R_1 \le r \le R_2 \qquad \oint_\Sigma \vec{E}\cdot d\vec{\Sigma} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$$

$$r < R_1 \qquad \vec{E} = 0$$

$$r > R_3$$



$$V_r - V_\infty = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

$$r > R_3$$

$$V_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$r = R_3$$

$$V_{R_3} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R_3}$$

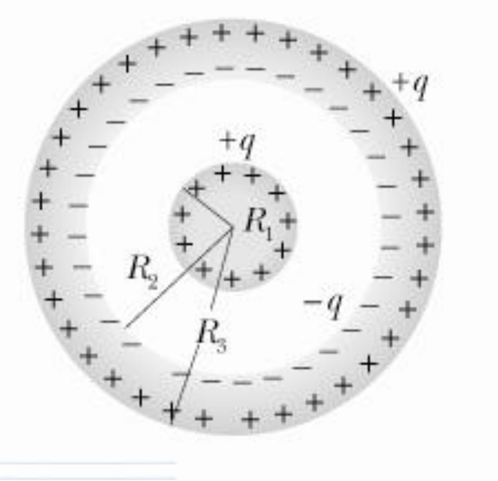
$$R_2 \le r \le R_3$$

$$V = \text{cost} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R_3}$$

$$r = R_2$$

$$V_{R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{R_3}$$

$$R_1 \le r \le R_2$$



$$V_r - V_{R_2} = \int_r^{R_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr \quad ;$$

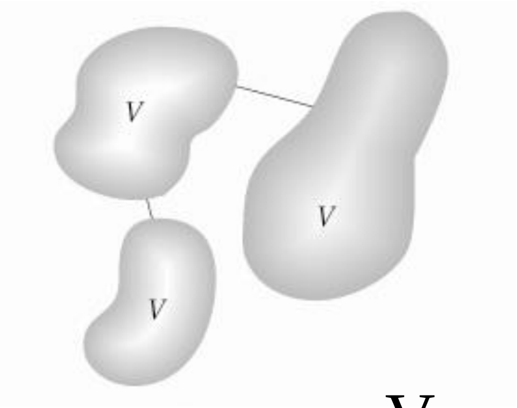
$$V_r = V_{R_2} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right]$$

$$V_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right]$$

$$r \le R_1$$

$$V_r = V_{R_1} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right]$$

Effetto punta

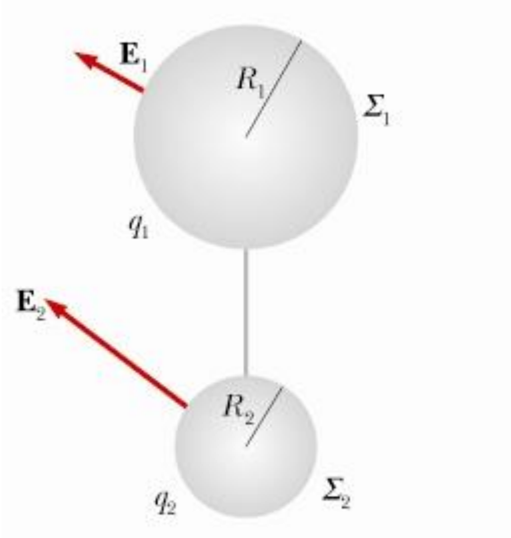


Se colleghiamo piu' conduttori, il loro potenziale assume lo stesso valore

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R_2} = V_1$$

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R_1^2};\ \sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi R_2^2}$$

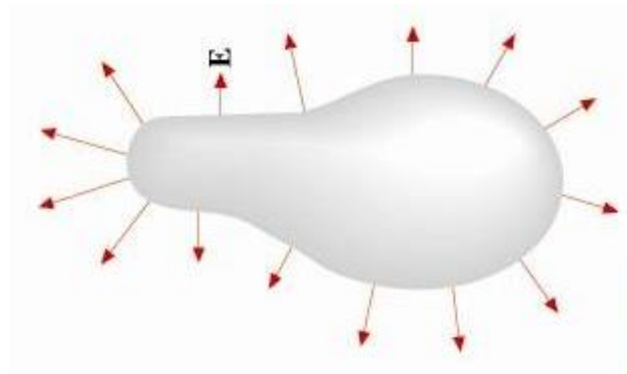
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}_n \qquad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$



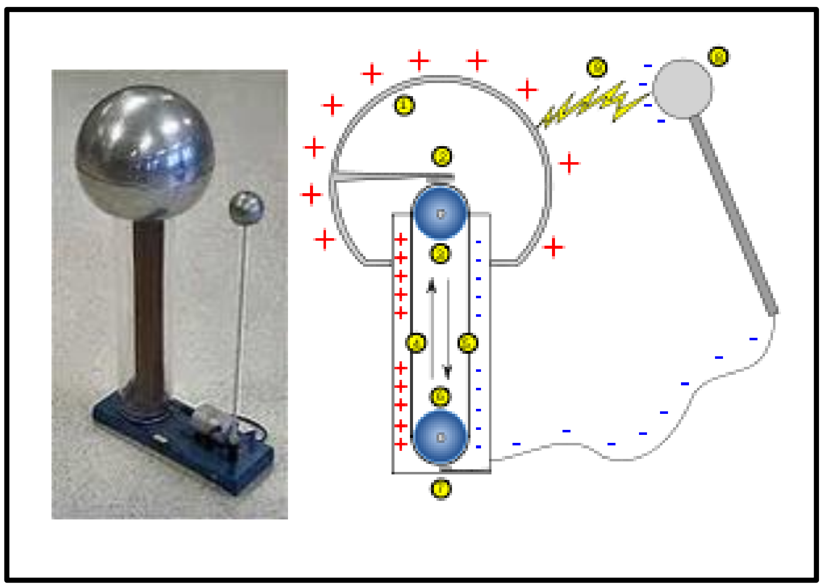
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Effetto punta

Campo piu' intenso dove il raggio di curvatura è minore

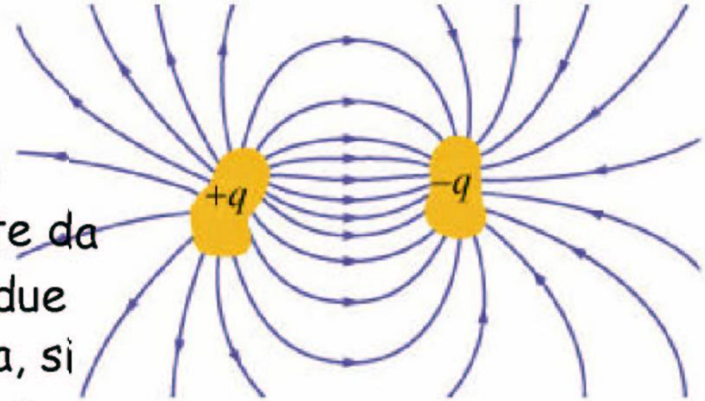


Generatori Van de Graaf

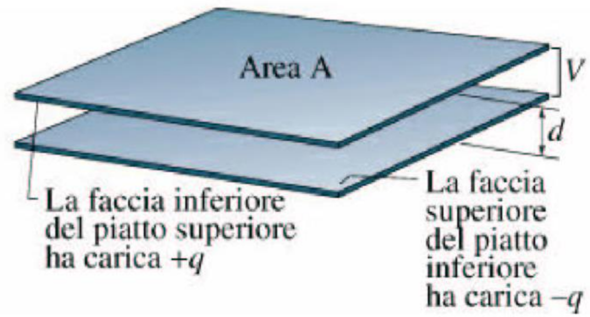


Parafulmine

Condensatori

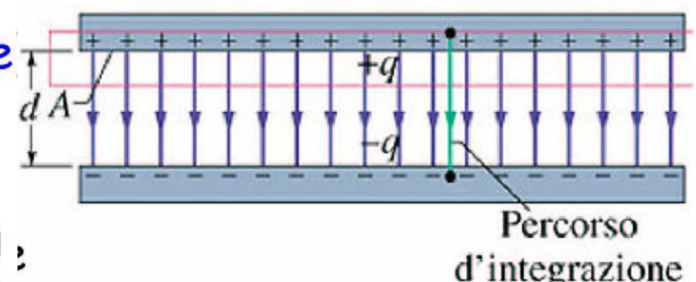


Consideriamo due ***conduttori isolati***, inizialmente scarichi. Man mano che cariche vengono trasferite da un conduttore all'altro, aumenta il campo $\mathbf{E}$ tra i due conduttori. Se si vuole trasferire ulteriore carica, si ***deve compiere lavoro*** contro il campo $\mathbf{E}$ formatosi. Nel caso semplice di due lamine conduttrici piane e parallele, il lavoro può facilmente essere calcolato:



$$E = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$ (Campo E interno alle lamine)

$$\left|V_{\text{lamine}}\right| = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ed = \frac{qd}{A\varepsilon_0}$$ (ddp tra le lamine



Definiamo ***condensatore*** un qualunque dispositivo su cui possono essere immagazzinate cariche per forma un campo elettrico, ed una *ddp* tra le *armature* (ossi le pareti conduttrici ove si immagazzina la carica).

Capacità Elettrica

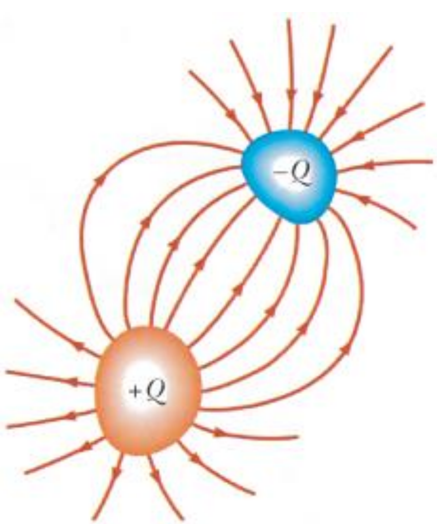
La carica accumulata sul condensatore risulta essere proporzionale alla differenza di potenziale tra le armature ed il fattore di proporzionalità che prende il nome di Capacità, dipende solo dalla geometria del dispositivo e dal materiale isolante posto tra le armature

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V_{armature}}}$$

L'unità di misura della Capacità nel Sistema SI è il Coulomb/Volt e si indica con il nome di Farad

1Farad=1 F = 1 *C/V*

In realtà come unità di misura il Farad è molto grande e spesso si usano sottomultipli: 1pF, 1nF, 1μF, 1 mF, che corrispondono rispettivamente a 10^{-12}, 10^{-9}, 10^{-6}, 10^{-3} Farad



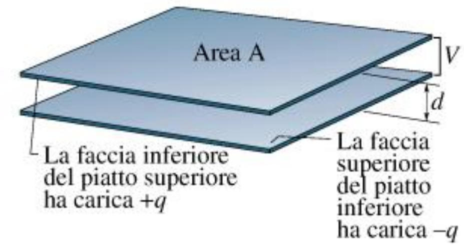
Per il calcolo della capacità di un condensatore le procedure da seguire sono le seguenti:

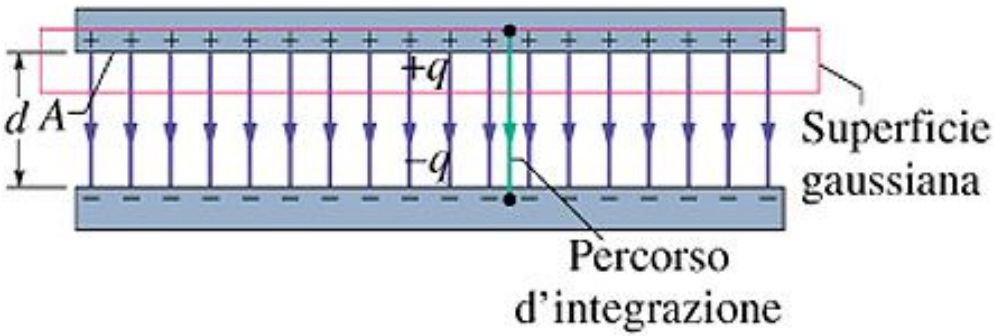
1. calcolo del campo elettrico: tramite il teorema di Gauss, si considera una superficie gaussiana che avvolge una sola delle armature (la positiva)
2. calcolo del potenziale elettrico con l'equazione: $\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \bullet d\vec{s}$

poiché il campo elettrico ha direzione che va dall'armatura carica positivamente a quella carica negativamente allora il percorso da seguire e quello che va dal (+) al (-):

Condensatore Piano

Applicando il teorema di Gauss all'armatura positiva del condensatore piano abbiamo che quando si possono trascurare gli effetti di bordo (distorsione delle linee di campo) le linee di campo sono tutte perpendicolari al piano per cui il campo e costante (sulla superficie gaussiana), quindi





$$\Phi = E \cdot A = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow E = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$

Per il potenziale abbiamo che:

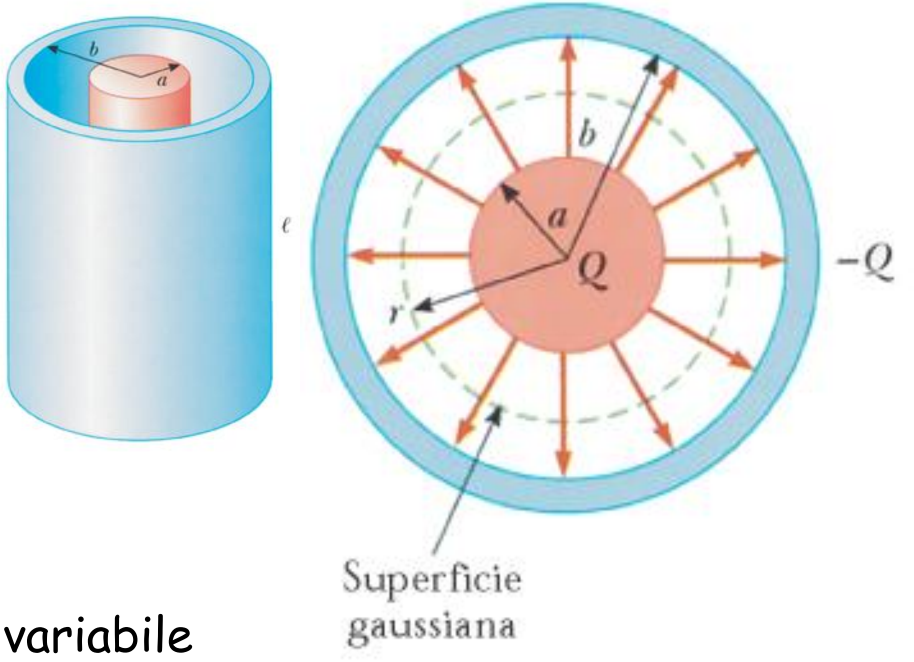
$$\Delta V = \int_{+}^{-} \vec{E} \bullet d\vec{s} = E \cdot d = \frac{qd}{\varepsilon_0 A}$$

Ne risulta che la Capacità del Condensatore Piano sarà:

$$\boxed{C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\dfrac{qd}{\varepsilon_0 A}} = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

Condensatore Cilindrico

La figura mostra la sezione di un condensatore cilindrico di lunghezza L e raggi a (interno) e b (esterno).
La **simmetria del campo in questo caso è cilindrica.** Se scelgo una superficie gaussiana cilindrica di raggio r (a < r < b) si ha



$$\frac{q}{\varepsilon_0} = \int \vec{E} \bullet d\vec{A} = E \cdot 2\pi r L$$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r L}$$ Il campo Elettrico è variabile

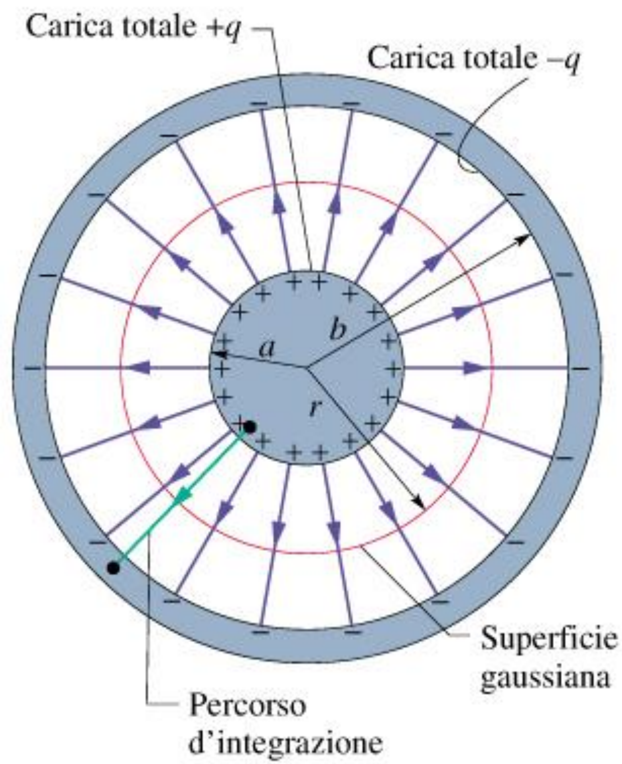
Il potenziale vale allora: $$\Delta V = \int_a^b \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 r L} dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\frac{b}{a}$$

Pertanto la Capacità sarà: $$\boxed{C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln b/a}}$$

Proporzionale ad L

Condensatore Sferico

La figura mostra la sezione di un condensatore sferico di raggi a (interno) e b (esterno).
La **simmetria del campo in questo caso è sferica.** Se scelgo una superficie gaussiana sferica di raggio r (a < r < b) si ha



$$\frac{q}{\varepsilon_0} = \int \vec{E} \bullet d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2$$

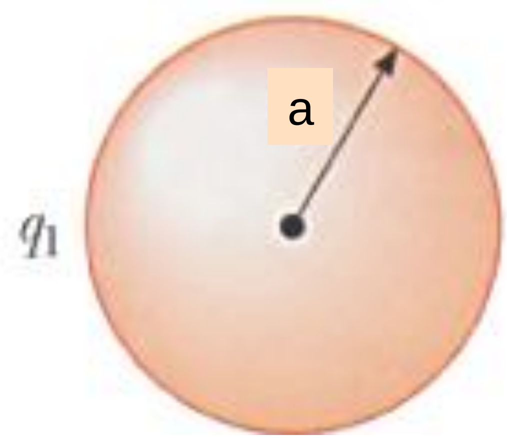
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$ Il campo Elettrico è variabile

Il potenziale vale allora: $$\Delta V = \int_a^b \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{b-a}{ab}$$

Pertanto la Capacità sarà: $$\boxed{C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{b-a}{ab}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}}$$

Sfera Isolata

Come già detto la capacità si può definire a partire da un singolo conduttore isolato. Se abbiamo un singolo conduttore isolato a forma sferica possiamo ricavarne la capacità riscrivendo l'espressione del condensatore sferico e mandando ad ∞ l'altra armatura:



La capacità del condensatore sferico può anche essere scritta come:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1 - a/b}$$

Quindi la Capacità per una sfera isolata vale:

$$\boxed{C = \lim_{b\to\infty} 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1 - a/b} = 4\pi\varepsilon_0 a}$$

Condensatori in serie e parallelo

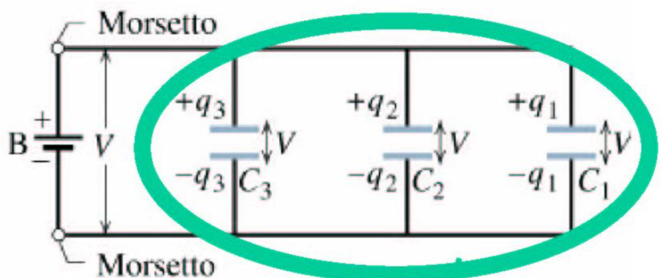
Con la combinazione di diversi condensatori, si può aumentare o diminuire la capacità complessiva del sistema.

C sono in parallelo quando la *ddp* applicata e' la stessa. La carica totale q immagazzinata e' la somma delle cariche sui *C*.

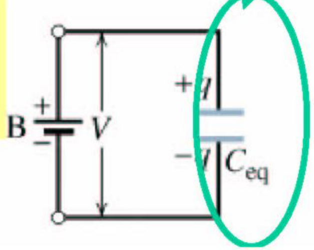
$$q_1=C_1V \; ; \; q_2=C_2V \; ; \; q_3=C_3V$$

$$q= q_1+ q_2+ q_3 = (C_1 +C_2 +C_3)=V$$

$$\boxed{C_{eq} = (C_1 +C_2 +C_3)}$$



(a)



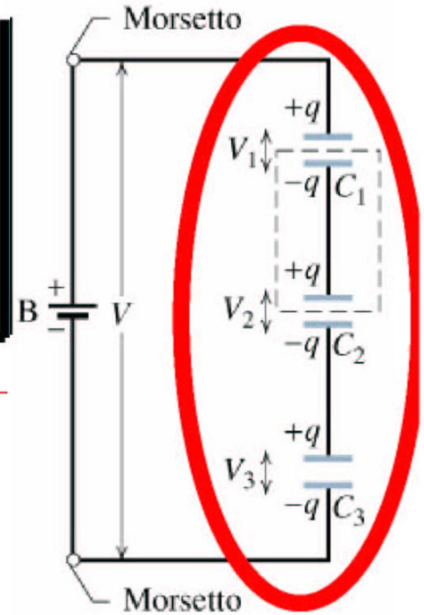
C in parallelo

C sono in serie quando la ddp applicata stabilisce una carica q identica per tutti. La ddp e' la somma delle ddp sui *C*.

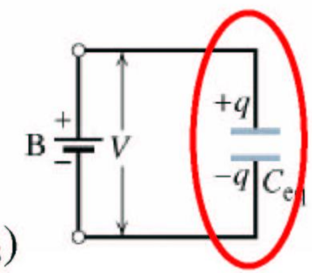
$$V_1=q/C_1 \; ; \; V_2=q/C_2 \; ; \; V_3=q/C_3$$

$$V=V_1 +V_2+V_3 =q(1/C_1 +1/C_2+1/C_3)$$

$$\boxed{1/C_{equiv}=1/C_1+1/C_2+1/C_3}$$



(a)



C in serie

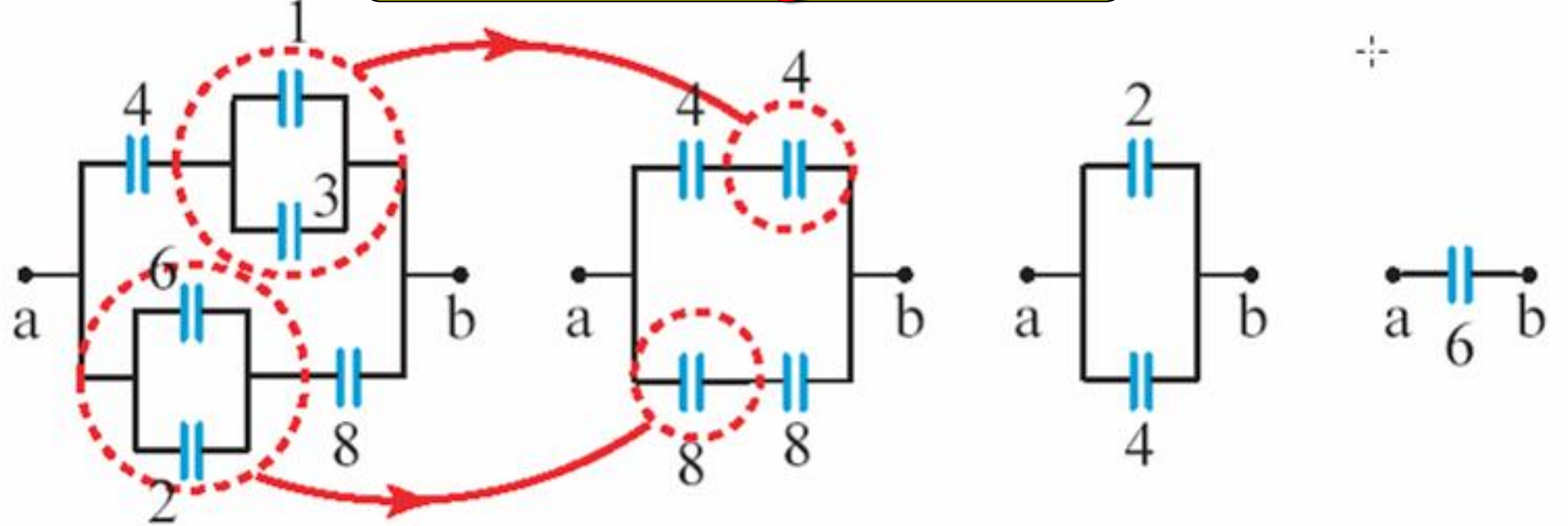
In generale:
per i condensatori in parallelo si ha:

$$\boxed{C_{eq} = \sum_i^n C_i}$$

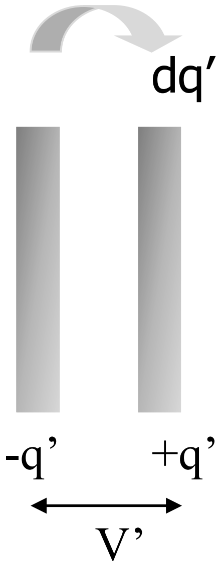
per i condensatori in serie si ha:

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i^n \frac{1}{C_i}}$$

Esempio



Energia elettrostatica



$$dW = V' dq' = \frac{q'}{C} dq'$$

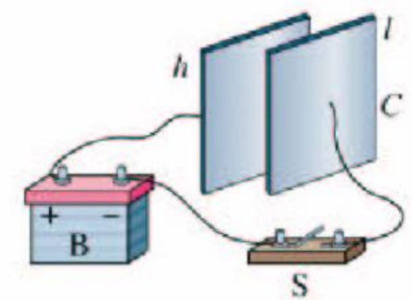
$$W = \int dW = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{q^2}{2C}$$

Il lavoro effettuato contro la forza elettrostatica che si oppone all’accumulo di carica dello stesso segno viene immagazzinato sotto forma di energia elettrostatica nel C

$$W = U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C(\Delta V)^2$$

Energia del Campo Elettrico

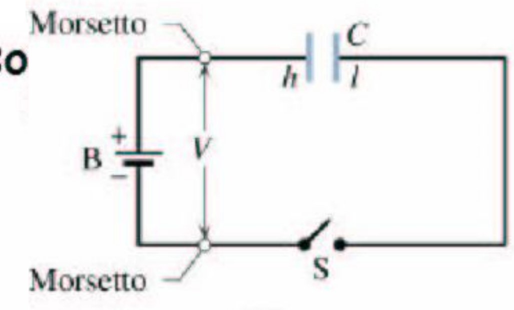
Un modo per caricare un condensatore è quello di collegarlo con una batteria. Del ***lavoro*** deve essere compiuto dalla batteria stessa. Il lavoro infinitesimo per trasportare una quantità di carica dq ammonta a:



(a)

$$dW = V(q) \cdot dq$$

Il potenziale dipende dalla carica sulle armature. Nel caso noto di condensatore piano, il lavoro per trasferire una quantità di carica Q ammonta a:



(b)

$$\boxed{W = \int_0^Q V(q) \cdot dq = \frac{d}{A\varepsilon_0} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2 d}{2A\varepsilon_0} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2}$$

Il lavoro speso viene immagazzinato come ***energia potenziale*** U nel condensatore

L’energia potenziale di un condensatore può considerarsi come immagazzinata nel campo elettrico tra le sue armature.

Il campo elettrico non e’ dunque solo una costruzione matematica, ma ha una realtà fisica. Nel caso del condensatore piano, nel quale il campo elettrico vale $Q/A\varepsilon_o$ possiamo esplicitare:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2 \mathrm{d}}{2A\varepsilon_0} = \frac{\mathrm{d}(A\varepsilon_0 E)^2}{2A\varepsilon_0} = \frac{1}{2}(\mathrm{Ad})\varepsilon_0 E^2$$

(nella regione compresa tra le lamine).

Poiché il volume della regione e’ (Y=Ad), la densità di energia nel volume e’:

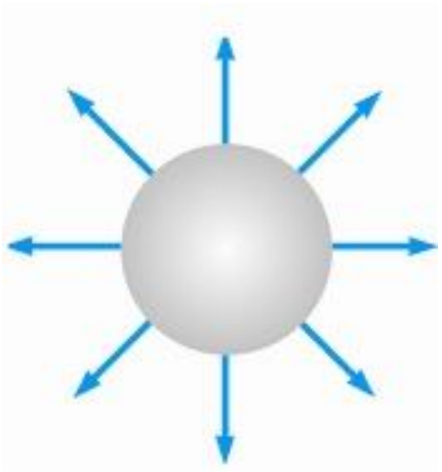
$$u = U / Y = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Benché ricavata in un caso particolare, questa importante relazione e’ valida per ogni dispositivo, ed ovunque vi sia un campo elettrico !

Se generalizz iamo $\mathrm{U} = (\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2)\cdot(\Sigma h)$

$$\mathrm{dU} = (\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2)\cdot dVol \Rightarrow \mathrm{U} = \int_{Vol}\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dVol$$

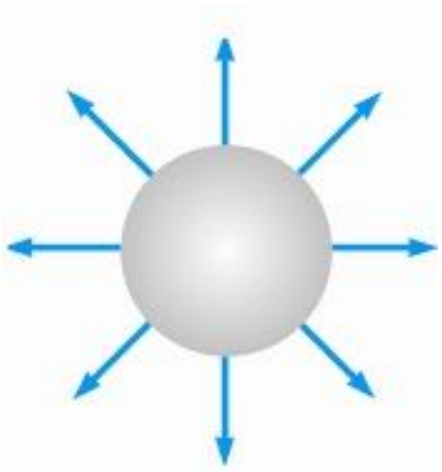
Sfera conduttrice



$$\mathrm{U} = \int_R^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0 (\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2})^2 dVol$$

$$\boxed{dVol = 4\pi r^2 dr}$$

$$\mathrm{U} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o R}$$

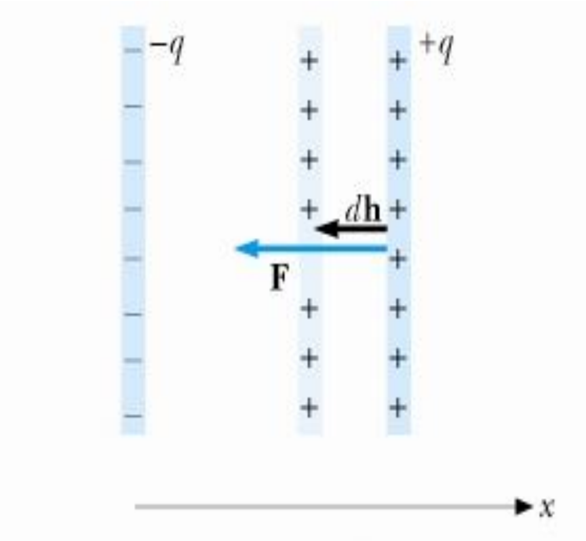


Più semplicemente

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R_1 \qquad V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}$$

$$U = \frac{1}{2}qV \quad \Rightarrow \quad U = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o R}$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \quad \Rightarrow \quad U = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o R}$$



Condensatore isolato

La carica è costante, ma il potenziale varia

$$\mathrm{U}_C = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\Sigma}h$$

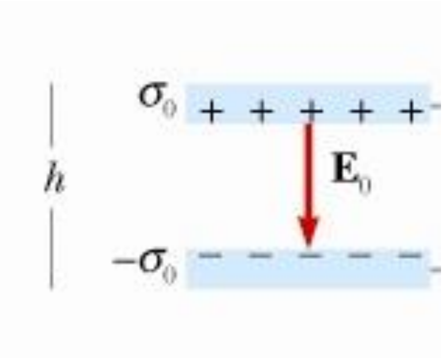
$$\mathrm{dU}_C = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\Sigma}dh = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\Sigma dh$$

$$\mathrm{d}W = Fdh = -dU_C$$

$$Fdh = -\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\Sigma dh \qquad |F| = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\Sigma = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\Sigma$$

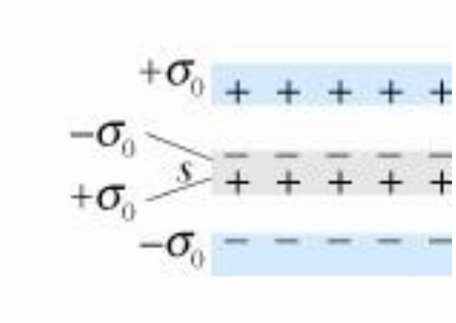
$$P = \frac{F}{\Sigma} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad \text{pressione elettrostatica}$$

Ricordiamo che …



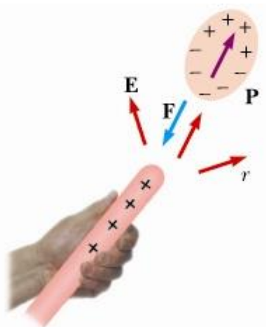
$$\Delta V_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} h \qquad E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

Se inseriamo nel condensatore una lastra di materiale conduttore

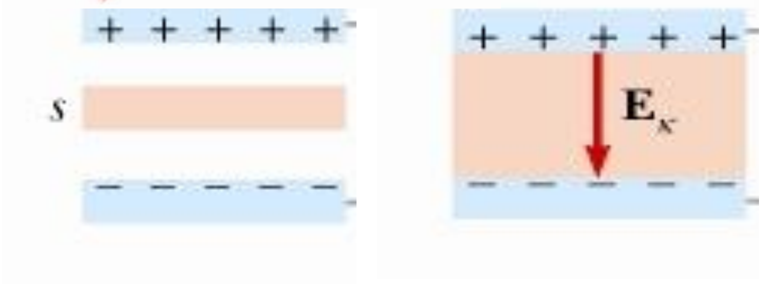


$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \qquad \Delta V = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}(h-s) < \Delta V_0$$

Indipendentemente dalla posizione della lastra



Dielettrico: materiale non conduttore (gomma, vetro, polistirolo..)



Se inseriamo nel condensatore una lastra di materiale dielettrico, ΔV diminuisce

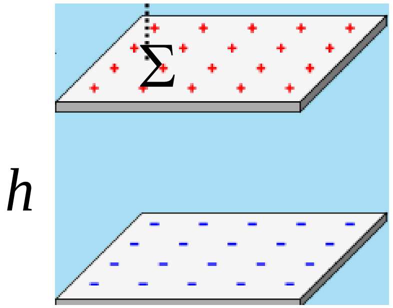
$$\Delta V < \Delta V_0$$

Consideriamo il caso il cui tutto il condensatore sia riempito con dielettrico

$$\Delta V_\kappa < \Delta V_0 \qquad \mathrm{k} = \varepsilon_\mathrm{r} = \frac{\Delta V_0}{\Delta V_\kappa} > 1$$

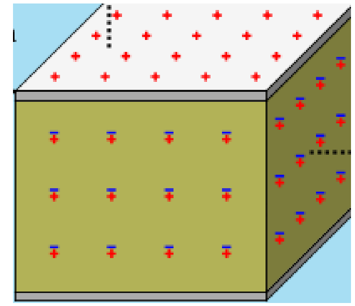
$$E_\kappa = \frac{\Delta V_\kappa}{h} = \frac{\Delta V_0}{kh} = \frac{E_0}{k} = \frac{\sigma_0}{k\varepsilon_0}$$

$\mathrm{k} = \varepsilon_\mathrm{r}$ "costante dielettrica relativa"



$$\Delta V = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} h$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{h}$$

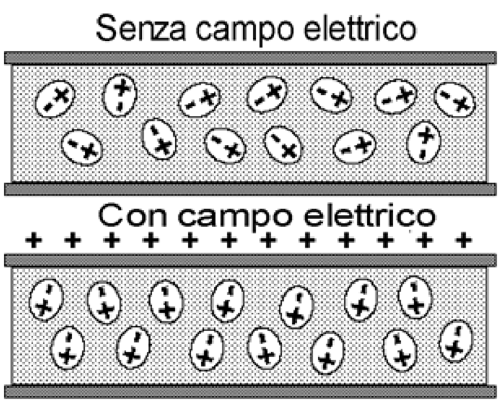


$$\Delta V_\kappa = \frac{\sigma_0}{\kappa \varepsilon_0} h$$

$$C_\kappa = \frac{\kappa \varepsilon_0 \Sigma}{h} = \kappa C_0$$

Se $\varepsilon = k\varepsilon_o$ $\quad C_\kappa = \frac{\varepsilon \Sigma}{h}$

ε costante dielettrica assoluta



Mezzo	Costante dielettrica relativa e_r
Aria	1.00059
Idrogeno	1.00026
Acqua	ca. 80
Etanolo	25
Etere etilico	1.352
Petrolio	2.1
Vetro comune	5 ÷ 10
Plexiglas	3.40
Mica	8
Ebanite	2
Paraffina	2.1
Glicerolo	42.6

Condensatore con dielettrico

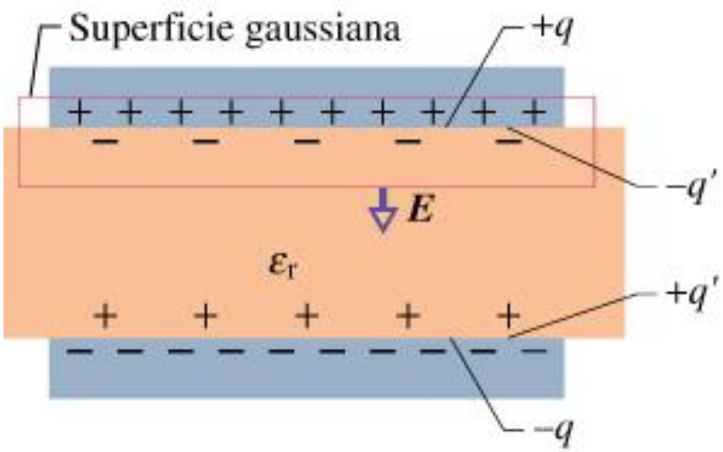
Se riempiamo le armature di un condensatore con un materiale isolante si trova che la capacita del condensatore aumenta di una fattore pari a ε_r che viene detta costante dielettrica relativa del materiale introdotto.

Proprietà di alcuni dielettrici[a]

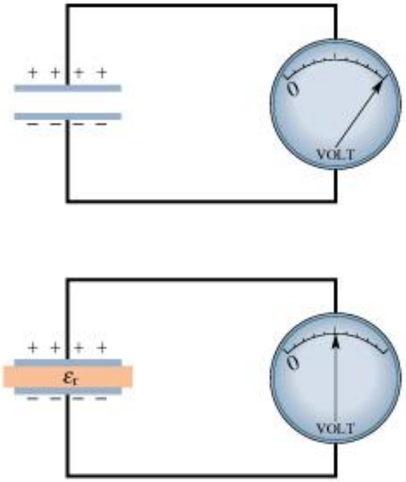
Materiale	Costante dielettrica relativa ε_r	Rigidità dielettrica (kV/mm)
Aria (1 bar)	1.00054	3
Polistirene	2.6	24
Carta	3.5	16
Olio da trasformatore	4.5	
Vetro *pyrex*	4.7	14
Mica	5.4	
Porcellana	6.5	
Silicio	12	
Germanio	16	
Etanolo	25	
Acqua (25 °C)	78.5	
Acqua (20 °C)	80.4	
Materiale ceramico al titanio	130	
Titanato di stronzio	310	8

Per il vuoto, $\varepsilon_r = 1$.

[a] Misurate a temperatura ambiente, esclusa l'acqua.



Un'altra proprietà dei dielettrici è che ogni materiale ha un valore massimo di differenza di potenziale che si può applicare, superato il quale il materiale viene perforato da una scarica elettrica. A questo valore di potenziale corrisponde un campo elettrico. Il massimo valore di campo elettrico tollerato è detto **rigidità dielettrica**.



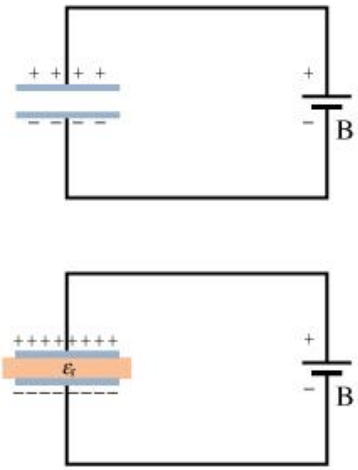
q costante

Quando si inserisce il materiale dielettrico, se il condensatore è isolato (Q=cost), C aumenta di ε_r

$$\varepsilon_r C\Delta V = q$$

Il potenziale elettrico diminuisce

Il campo elettrico tra le armature diminuisce



V costante

Quando si inserisce il materiale dielettrico, se il condensatore è collegato ad una batteria (ΔV = cost) C aumenta di ε_r

$$\varepsilon_r C\Delta V = q$$

La carica elettrico aumenta

La cosa si spiega ammettendo che in presenza di materia dobbiamo moltiplicare la ε_0 che per ε_r ovvero per la carica puntiforme il campo diventa:

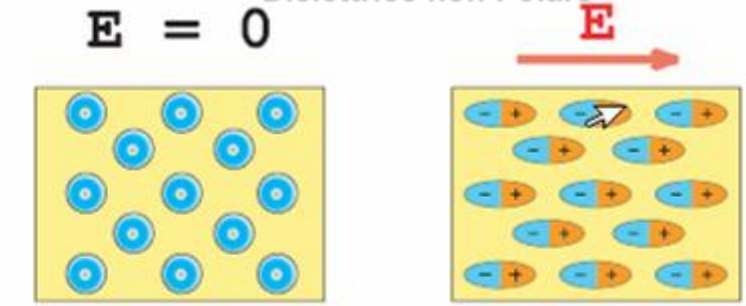
$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}}$$

Mentre sulla superficie di un conduttore isolato immerso in dielettrico si ha:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_r\varepsilon_0}}$$

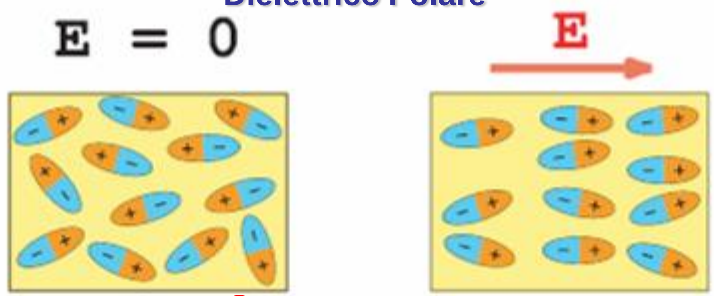
Dielettrici: l'aspetto atomico

Dielettrico non Polare



Le molecole delle varie sostanze possono essere polari (equivalenti a dipoli elettrici) o non polari

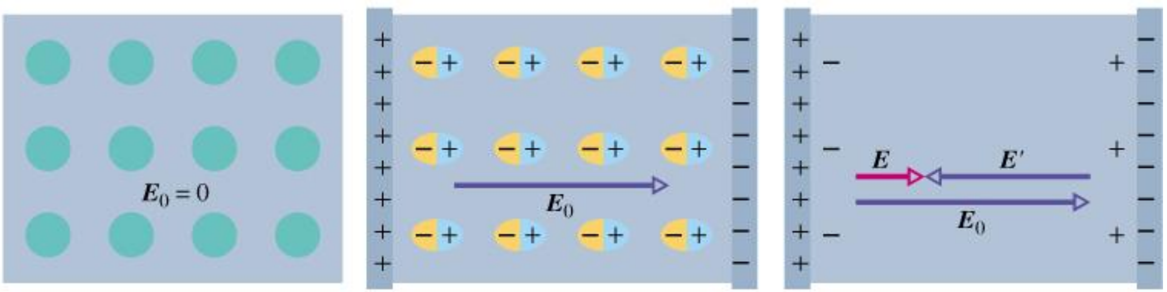
Dielettrico Polare



Molecole non polari sotto azione di un campo esterno si deformano diventando dipoli

In entrambi i casi immersi un campo elettrico esterno i dipoli (presenti o indotti) nel materiale tendono ad allinearsi secondo il campo elettrico

Questo insieme di dipoli allineati genera un campo opposto a quello esterno che quindi risulta indebolito.



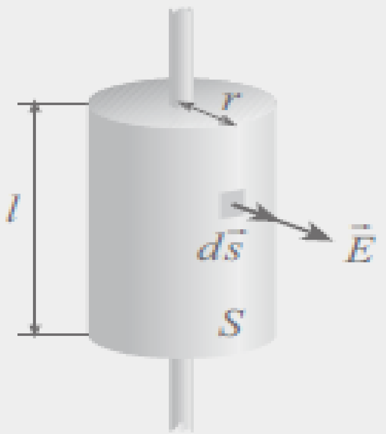
$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_P}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}$$

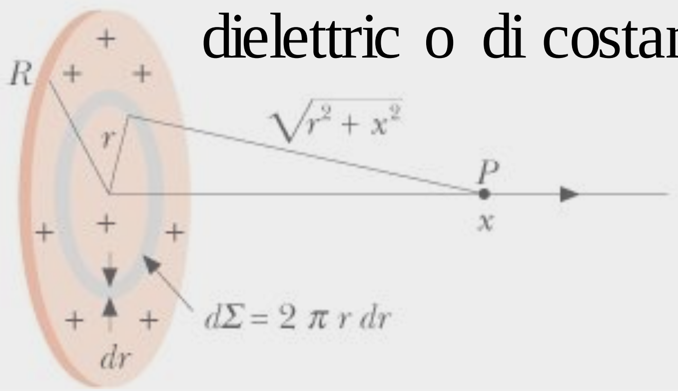
Tutti i risultati ottenuti nel vuoto sono validi in presenza di dielettrico

$$\varepsilon_0 \Rightarrow \varepsilon = k\varepsilon_o \quad \text{oppure} \quad \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_o$$

dielettrico di costante κ



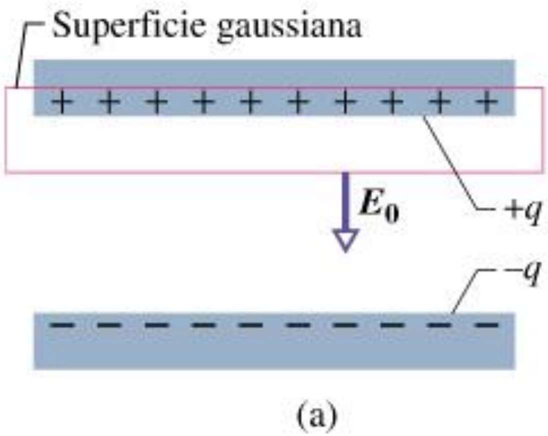
$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$



dielettrico di costante κ

$$E_x = \frac{\sigma}{4\kappa\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right)$$

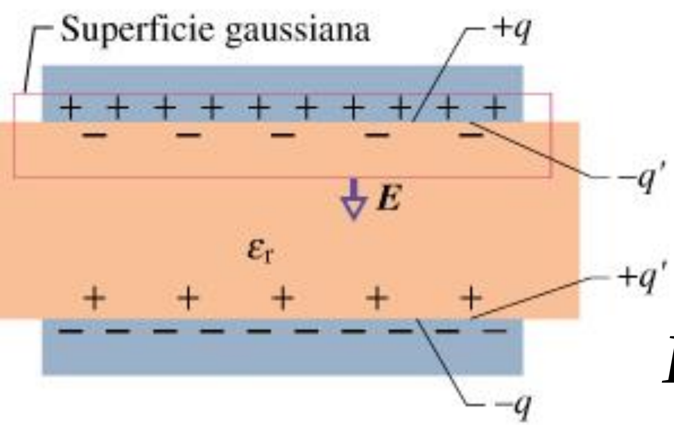
Teorema di Gauss in presenza di dielettrici



Possiamo ora generalizzare il Teorema di Gauss

Abbiamo visto prima che quando non c'e dielettrico si ottiene:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}_0 \bullet d\vec{A} = \varepsilon_0 E_0 A = q \Rightarrow E_0 = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$



Quando c'e un dielettrico non si può prescindere dalle cariche di polarizzazione che si affacciano sull'armatura del condensatore:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \varepsilon_0 E A = q - q'$$ e siccome

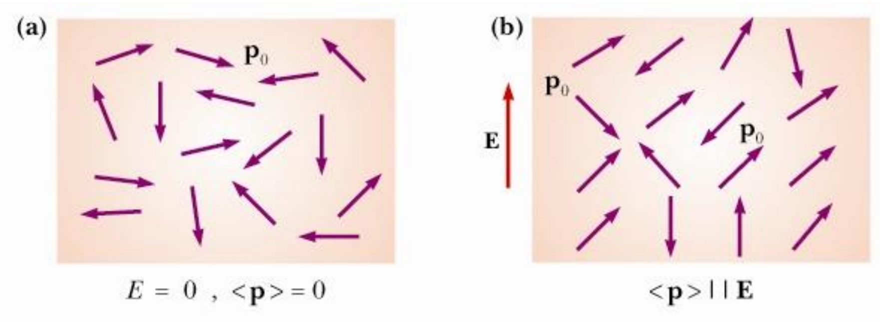
$$E = \frac{\sigma}{k\varepsilon_0} = \frac{q}{Ak\varepsilon_0}$$ si ricava $q - q' = \frac{q}{k}$ Quindi:

$$\Phi = \oint \vec{E} \bullet d\vec{A} = \frac{q}{k\varepsilon_0}$$

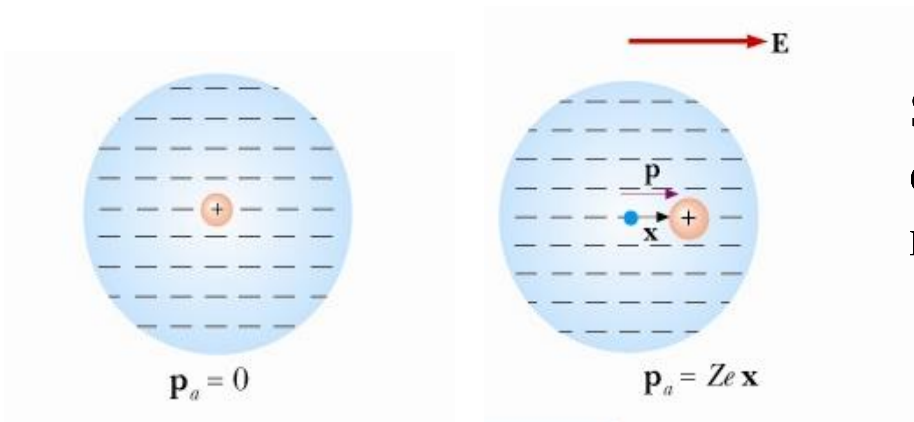
Campo totale compresi gli effetti del dielettrico

"cause/sorgenti" del campo sono solo le cariche libere

Indebolite dalla polarizzazione del dielettrico



Sostanze polari: presentano un momento di dipolo intrinseco. I dipoli si allineano in presenza di campo esterno

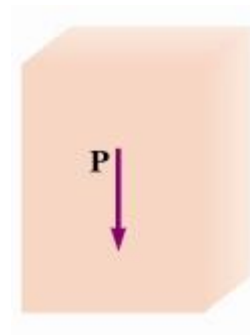


Sostanze non polari: sotto l'azione di un campo esterno, un atomo assume un momento di dipolo

$< \vec{p}_\mathrm{i} >$ momento di dipolo medio

$\vec{p} = N < \vec{p}_i >$ momento di dipolo totale

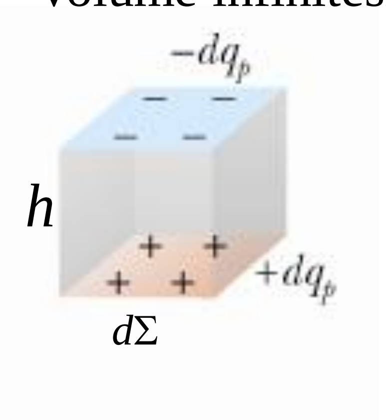
$\vec{P} = \dfrac{\vec{p}}{Vol} = n < \vec{p}_i >$ vettore "polarizzazione"



N atomi

$n = \dfrac{N}{Vol}$ atomi/m^3

Volume infinitesimo



$$dp = h\,dq_p = h\frac{dq_p}{d\Sigma}d\Sigma$$

Dalla definizione $p = P \cdot Vol$

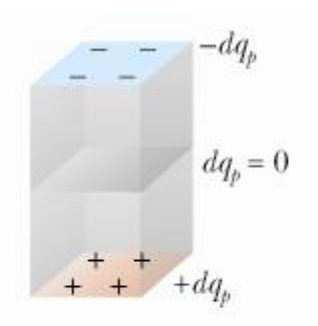
$$dp = \sigma_p h\,d\Sigma$$

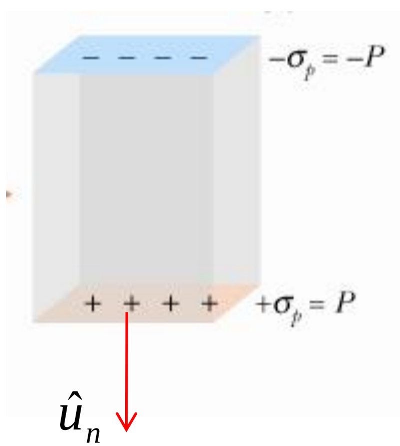
$$dp = P h\,d\Sigma$$

$$\boxed{P = \sigma_p}$$

$$[P] = \left[\frac{Coulomb \cdot m}{m^3}\right], \quad [\sigma_p] = \left[\frac{Coulomb}{m^2}\right]$$

Sull'intero volume





Carica di polarizzazione solo sulle faccce del dielettrico. Questa carica non è libera.

$$\sigma_p = \left|\vec{P}\right|$$

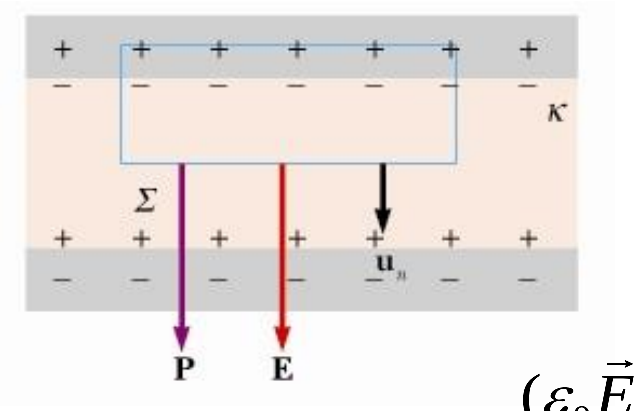
In generale $\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{u}_n$

Per la maggior parte dei dielettrici (detti lineari)

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\kappa - 1)\vec{E} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

Campo all'interno del dielettrico

Dipende dal materiale



Applichiamo la Legge di Gauss

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{q_l - q_p}{\varepsilon_0} \Rightarrow \varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = dq_l - dq_p$$

$$\varepsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = dq_l - \vec{P} \cdot d\vec{\Sigma}$$

$$(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{\Sigma} = dq_l$$

$$\oint (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{\Sigma} = q_l$$

Vettore Induzione Dielettrica

$$\vec{D} = (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})$$

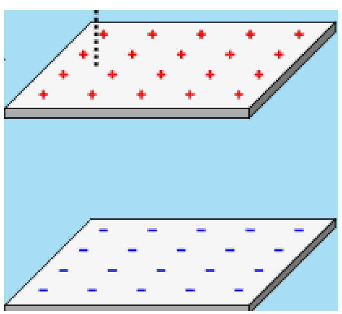
$$\boxed{\oint \vec{D} \cdot d\vec{\Sigma} = q_l}$$

Per i dielettrici lineari

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\kappa - 1)\vec{E} \qquad \vec{D} = \varepsilon_0\kappa\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$$

Inoltre $D = \varepsilon_0\kappa E = \varepsilon_0\kappa\dfrac{E_0}{\kappa} = \varepsilon_0\kappa\dfrac{\sigma_l}{\varepsilon_0\kappa} = \sigma_l$

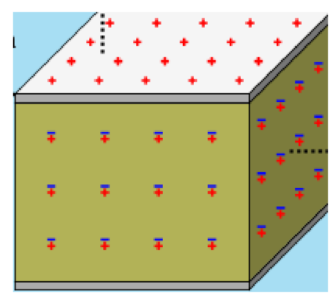
$$\vec{D} = \sigma_l\hat{u}_n$$



Nel vuoto

$$\vec{P} = 0$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E}_0$$



Dielettrico

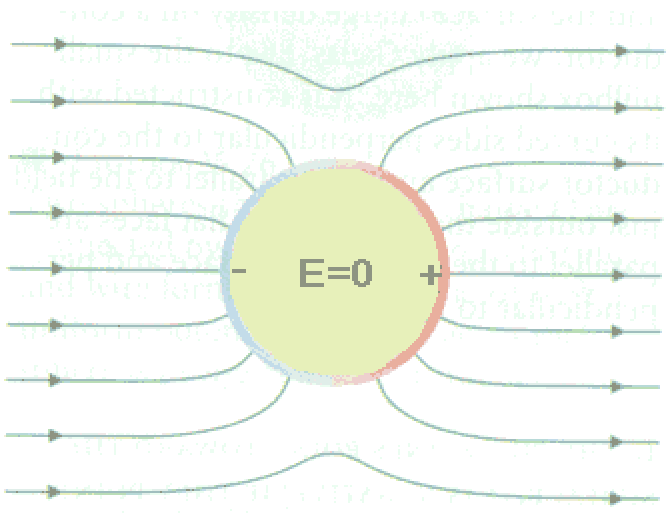
$$\vec{P} = \varepsilon_0(\kappa - 1)\vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

L'energia immagazzinata si può anche scrivere

$$u_C = \frac{1}{2}\varepsilon\, E^2 = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon}$$

Linee di campo in un conduttore



Linee di campo in un dielettrico