1 Cap 1 - Cinematica (Mazzoldi)

La **meccanica** è la parte della fisica che studia il moto dei corpi e le cause del loro moto. Per trovare le relazioni esistenti tra cause e moti dei corpi, che possono essere anche estesi, si parte dallo studio del caso più semplificato: si trascurano le dimensioni, il corpo viene considerato puntiforme e viene detto **punto materiale**. Ad esempio: un'automobile percorre un'autostrada. Se vogliamo conoscere **come** percorre l'autostrada e in **quanto tempo**, **non conoscere sapere la forma e le dimensioni dell'auto** ma occorre sapere le posizioni intermedie durante il tragitto.

La meccanica si divide in:

- **Cinematica**: è la parte della meccanica che studia il moto dei corpi
- **Dinamica**: si occupa delle cause del moto di un corpo

Come si studia il moto di un corpo?

a) Si trascurano le dimensioni dell'oggetto e lo si assume ridotto ad un punto materiale

b) Bisogna **localizzare** il corpo che si muove avendo scelto un riferimento (lo assumeremo in genere **fisso**)

c) Bisogna descrivere le variazioni della posizione nel tempo ovvero lo spostamento del corpo.

Quindi per la descrizione di un moto per prima cosa si stabilisce un riferimento e quindi si determinano le coordinate del punto rispetto l'origine del sistema di riferimento (di solito si scelgono coordinate cartesiane ma anche altre scelte possono farsi ad esempio coordinate sferiche o cilindriche).

2 Definizioni comuni nella meccanica

Altre definizioni

- **PUNTO MATERIALE**: oggetto di dimensioni trascurabili ed avente massa
- **LA POSIZIONE** di un punto materiale deve essere sempre riferita ad un sistema di coordinate

- **Spostamento**: definito come posizione finale - iniziale ha carattere vettoriale quindi caratterizzato da un valore (**modulo**), una **direzione ed un verso** il modulo è la distanza tra la posizione iniziale e quella finale di un oggetto.
- **IL SISTEMA DI COORDINATE** è destrorso (l'orientazione degli assi segue le dita della mano destra: indice asse x, medio l'asse y, il pollice l'asse z)
- **IL MOTO DI UN CORPO** è determinato se è nota la posizione in funzione del tempo **(DIAGRAMMA ORARIO)**
- **LA TRAIETTORIA** descritta è il luogo geometrico dei punti occupati successivamente dal punto materiale in movimento
- **GRANDEZZE FONDAMENTALI** in cinematica: spazio, tempo

Nei problemi sperimentali si approccia il problema reale, portando delle semplificazioni (schematizzazioni) alla situazione: ad esempio, se dobbiamo spostarci da Bari a Milano in auto, possiamo trascurare il dettaglio dell'auto (ruote, struttura) e si parte dal più semplice schematizzazione, l'auto è un punto dotato di massa (punto materiale). Per capire quali strumenti occorrono per descrivere i moti più complessi partiamo innanzitutto dal più semplice dei moti: **il moto rettilineo** del quale di seguito iniziamo a formalizzarne la descrizione.

Parte I

3 1.2 Moti rettilinei

MOTI RETTILINEI sono quelli per i quali la traiettoria è una **retta**, il moto è in una sola dimensione quindi il punto è individuato da una sola coordinata. Se indichiamo con x l'asse del moto, i valori delle posizioni x del punto, in funzione del tempo t, costituiscono una funzione x(t) rappresentabile in un sistema di assi cartesiani. Il diagramma della x(t) in funzione di t costituisce il **diagramma orario** del moto o legge oraria. L'esempio in figura descrive due differenti situazioni di percorrenza di una strada.

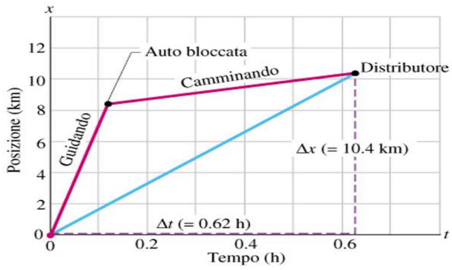


Figura 1: **esempio di diagramma orario**

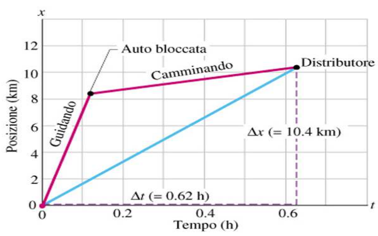
4 Velocità del punto

Se al tempo t_1 il punto si trova in $x(t_1)=x_1$ e al tempo t_2 si trova in $x(t_2)=x_2$ DEFINIAMO come **VELOCITÀ MEDIA**, ovvero la rapidità con la quale cambia la posizione come: $\mathbf{v_m = \overline{v} =< v >= v_m = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$ in altre parole è lo **spostamento** nell'unità di tempo La velocità è un vettore (velocità vettoriale) perchè ha direzione e verso, Unità di misura: $[\mathbf{v}] = \frac{[\mathbf{\Delta x}]}{[\mathbf{\Delta t}]} = \frac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{T}]} = \mathbf{m/s}$

5 Esempio Problema 2.1

Alla guida di un'automobile, dopo aver percorso una strada rettilinea per 8.4 km a 70km/h, siete rimasti senza benzina. Avete quindi proseguito a piedi, nella stessa direzione, per 2.0 km sino al distributore, dove siete arrivati dopo 30 min di cammino.

- **Quale è stato lo spostamento?**
- **il tempo di percorrenza?**



Lo spostamento è : $\mathbf{\Delta s = 8.4\ km + 2.0\ km = 10.4\ km}$ Per il calcolo del tempo impiegato se la velocità media è $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$ quindi nel primo tratto

$$\mathbf{\Delta t_1} = \frac{\mathbf{8.4\ k\cancel{m}}}{\mathbf{70\frac{k\cancel{m}}{h}}} = \mathbf{0.12\ h}$$

nel secondo tratto $\Delta t_2 = 30' = \frac{30}{60}\ h = 0.5\ h$ in totale $\mathbf{\Delta t = 0.62\ h}$
Complessivamente la velocità media è $\frac{\mathbf{(8.4+2.0)\ km}}{\mathbf{0.62\ h}} = \mathbf{16.8\ km/h}$

Parte II

6 Velocità istantanea

La **VELOCITÀ ISTANTANEA** si ottiene come limite per intervalli di tempo $\Delta\ t \rightarrow\ 0$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = x'(t)$$

La velocità istantanea è **la rapidità** di variazione della posizione all'istante t: **geometricamente v è la pendenza** della retta tangente al diagramma orario nel punto P. La velocità può essere a sua volta ancora una funzione del tempo. Se v=costante si parla di **MOTO RETTILINEO UNIFORME** Legame tra x e v: se è nota la posizione x=x(t) la velocità si ottiene derivando rispetto al tempo t: **v=dx/dt=x'(t)** viceversa nota la velocità si ha:

$$\mathrm{v(t)} = \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}} = \mathrm{x'(t)} \Rightarrow \mathrm{dx} = \mathrm{vdt} = \mathrm{x'(t)dt} \Rightarrow$$
$$\mathbf{\Delta x = x - x_0} = \int_{\mathbf{x_0}}^{\mathbf{x_1}} \mathbf{dx} = \int_{\mathbf{t_0}}^{\mathbf{t_1}} \mathbf{v(t)dt} = \int_{\mathbf{t_0}}^{\mathbf{t_1}} \mathbf{x'(t)dt}$$

ESEMPIO: moto rettilineo uniforme

7 Moto Rettilineo Uniforme

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v(t) = costante = v_0} \Rightarrow \\ \mathbf{x(t) = x_0} + \int_{\mathbf{t_0}}^{\mathbf{t}} \mathbf{v_0 dt} = \\ = \mathbf{x_0 + v_0} \int_{\mathbf{t_0}}^{\mathbf{t}} \mathbf{dt = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0)} \end{array} \right.$$

Nel caso in cui t_0=0 la formula diventa:

$$\mathbf{v(t) = v_0 \Rightarrow}$$
$$\begin{cases} \mathbf{x(t) = x_0 + v_0 \cdot t} \end{cases}$$

QUINDI NEL MOTO RETTILINEO UNIFORME LO SPAZIO PERCORSO x è UNA FUNZIONE LINEARE DEL TEMPO

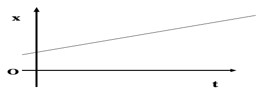


Diagramma orario del moto rettilineo uniforme

Parte III

8 Accelerazione (1.4 mazzoldi)

In modo analogo allo spostamento anche per la velocità possiamo definire la sua rapidità di variazione temporale che chiamiamo **accelerazione istantanea**

$$\mathbf{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}}$$

Quindi l'accelerazione è la derivata rispetto al tempo della velocità , la quale è a sua volta la derivata rispetto al tempo della posizione (indicata con x per il moto 1-D), per cui l'accelerazione è anche la **derivata seconda** della posizione rispetto al tempo. **geometricamente l'accelerazione rappresenta la concavità (verso l'alto è positiva)** della curva diagramma orario. Se **a=0** allora la velocità v è costante ed il moto è **rettilineo ed uniforme**. Se a = costante $\neq$ 0 il moto si dice **RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO** Se invece è nota la a(t) allora si può conoscere la v(t):

$$\Delta v = \int_{t_0}^{t} a(t)dt \Rightarrow v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt$$

Problema

Problema moti rettilinei unif.accelerati
Un'automobile viaggia a 45 km/h all'istante t=0. Qual'è la sua accelerazione se raggiunge la velocità di 70 km/h nell'istante t=2s?

Dalla definizione troviamo che:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow$$
$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{70-45}{2} km/h/s \Rightarrow$$
$$\mathbf{a = \frac{25}{2} \cdot \frac{1000m}{3600s^2} = 3.47ms^{-2}}$$

9 Moto unif.accelerato

Legami tra a,v,x e t: In generale se è nota la a=a(t) si può ricavare per successive integrazioni prima la v=v(t) e poi la x=x(t):

$$\mathbf{v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)dt} \quad e$$
$$\mathbf{x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)dt}$$

Caso particolare: **moto rettilineo uniformemente accelerato**: abbiamo in questo caso a=cost $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
v(t) = &\quad v_0 + \textstyle\int_{t_0}^{t} adt = v_0 + a(t-t_0) \Rightarrow \\
& \mathbf{(se\ t_0 = 0) \quad v(t) = v_0 + at} \\
x(t) = &\quad x_0 + \textstyle\int_{t_0}^{t} v(t)dt = \\
= &\quad x_0 + \textstyle\int_{t_0}^{t} v_0 + a\cdot(t-t_0)dt = \\
= &\quad x_0 + [v_0 \cdot t]_{t_0}^{t} + [\tfrac{1}{2}at'^2]_0^{t-t_0} \\
x(t) = &\quad x_0 + v_0\cdot(t-t_0) + \tfrac{1}{2}a(t-t_0)^2 \Rightarrow \\
& \mathbf{(se\ t_0 = 0) x(t) = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2}
\end{aligned}$$

Scegliendo il caso (che è quello più frequente) t_0=0 le precedenti formule diventano: **Moto rettilineo uniformemente accelerato**

$$\begin{cases} \mathbf{a(t) = costante = a_0} \\ \mathbf{v(t) = v_0 + a \cdot t} \\ \mathbf{x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2} \end{cases}$$

Unità di misura dell'accelerazione: dalla definizione abbiamo che:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

per cui abbiamo che $[a] = \frac{[v]}{[t]} = m/s^2$

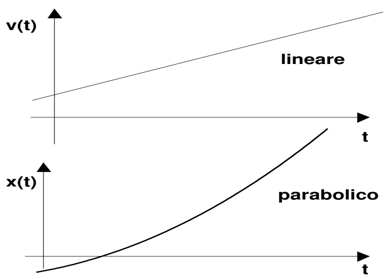


Figura 2: **Grafici orari di velocità e posizione nel moto acc.**

Parte IV

Problema

Problema moti rettilinei unif.accelerati

Un'automobile viaggia a 45 km/h all'istante t=0. Qual'è la sua accelerazione se raggiunge la velocità di 70 km/h nell'istante t=2s? Nel punto in cui arriva l'automobile alla velocità finale, parte una seconda auto che la raggiunge, con moto accelerato, in 10s. Che distanza ha percorso la seconda auto per raggiungere la prima? Che velocità ha la seconda auto quando ha raggiunto la prima?

Sol:

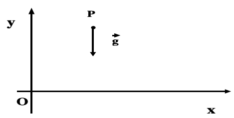
$$v_1 = 70 + a_1 * 10 = 70km/h + 3.47 * 10m/s = 70 + 34.7 * 3.6 = 194.4km/h$$
$$v_2 = a_2 * 10 = 7.36 * 10m/s = 73.6 * 3.6 = 265km/h$$
$$s_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 = \frac{7.36 * 100}{2} = 368m.$$

Esempio 1.2
Un automobile è in grado di passare dalla quiete alla velocità di 100km/h in t secondi, muovendosi di moto uniformemente accelerato. Calcolare l'accelerazione usando il valore di $t = t_1 = 5s$ e $t = t_2 = 8s$. Quale sarà lo spazio percorso nei due casi?

$v(t) = v_0 + at$ nel moto acc. quindi $a = \frac{v(t)-v_0}{t}$ la velocità però conviene trasformarla in m/s: $\mathbf{v = 100\frac{km}{h} = 100\frac{1000m}{3600s} = 27.8m/s}$ Pertanto $a_1 = \frac{27.8-0}{5} = 5.6m/s^2$ e $a_2 = \frac{27.8-0}{8} = 3.5m/s^2$ Per lo spazio teniamo conto che $x = \frac{1}{2}at^2$ per cui $\mathbf{x_1 = \frac{1}{2}a_1t_1^2 = 70m}$ e $\mathbf{x_2 = \frac{1}{2}a_2t_2^2 = 112m}$

10 1.5 Moto verticale di caduta libera

Se si lascia libero di cadere un corpo in vicinanza della Terra, trascurando la resistenza dell'aria esso si muoverà verso il basso con accelerazione costante che in modulo è **g=9.8 m/s^2** ed è detta **ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ** Tale accelerazione è la stessa per tutti gli oggetti e praticamente costante sulla superficie della Terra. Il moto di caduta risultante è **rettilineo uniformemente accelerato**



Scegliendo un riferimento come in figura l'accelerazione è a=-g o meglio vettorialmente $\vec{a} = -\mathbf{g}\hat{\jmath}$ avendo indicato con $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$ i versori degli assi. Pertanto se la velocità iniziale è v$_0$=0 (perchè stiamo descrivendo il caso in cui l'oggetto è fermo inizialmente) allora $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$ e indicando y_0=h la posizione a t=0, l'equazione diventa $\mathbf{y = h - \frac{1}{2}gt^2}$ che fornisce la posizione y a qualunque istante di tempo t>0.

Calcolo del tempo necessario a raggiungere il suolo:
il suolo è a $y=0 \Rightarrow$ $0 = h - \frac{1}{2}gt^2$ da cui $\mathbf{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$ La velocità segue invece la legge **v= -gt** (v_0=0) per cui all'impatto si ha $\mathbf{v_{FIN}} = -\mathbf{g}\sqrt{\frac{\mathbf{2h}}{\mathbf{g}}} = -\sqrt{\mathbf{2gh}}$

Cap 2 - 2.26E

Un aereo a reazione, per decollare, deve raggiungere la velocità di 360 Km/h. Partendo da fermo qual'è la minima accelerazione necessaria a decollare se la pista è lunga 1.8 km? Il moto è accel. e conosciamo lo spazio da percorrere e la velocità finale Nel moto rett. unif. accelerato si ha

$$\begin{cases} s = \frac{1}{2}at^2 \\ \\ v = a \cdot t \end{cases}$$

Eliminando il tempo dalle due otteniamo $\mathbf{t = \frac{v}{a} \Rightarrow s = \frac{1}{2}a(\frac{v}{a})^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}}$ dove v è la velocità finale. Ne consegue che la soluzione è $\mathbf{a = \frac{1}{2}\frac{v^2}{s} = \frac{1}{2}\frac{360^2}{1.8} = 36000\ Km/h^2} =$
$= 36000\frac{1000}{3600^2}m/s^2 = 2.78\ \mathrm{m/s^2}$

Errori tipici (da non fare)
Tra gli errori più comuni che capita di fare e che possiamo evitare vi sono i seguenti:

- Prima di iniziare a risolvere il problema, conviene esprimere tutti i dati iniziali in unità di misura omogenee, il Sistema Internazionale (S.I.) è consigliato;
- Le formule viste prima valgono per casi particolari non dimentichiamolo! Ad esempio le formule indicate valgono solo quando a=costante
- I risultati vanno indicati con **le unità di misura** sempre e soprattutto per il risultato finale.

11 Problema 2.29

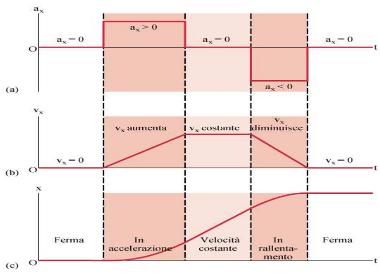
2.29E

I freni della vostra auto possono esercitare una decelerazione di 5.2 m/s^2. Se state viaggiando a 137 Km/h e notate la polizia stradale, qual'è il tempo minimo entro il quale potete portare la velocità entro il limite dei 90 Km/h? Il moto è decelerato e rettilineo quindi partiamo sempre dalle equazioni:

$$\begin{cases} s = v_{in}t - \frac{1}{2}at^2 \\ \\ v = v_{in} - a \cdot t \end{cases}$$

Questa volta le risolviamo nell'incognita che è il tempo t (mentre s non interessa). $\mathbf{t} = \frac{\mathbf{v_{fin} - v_{in}}}{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{(137-90)Km/h}}{\mathbf{5.2m/s^2}}$ $\mathbf{t} = \frac{\mathbf{47000}}{\mathbf{3600 \cdot 5.2}}\mathbf{s} = \mathbf{2.5s}$

Come interpretare rapidamente il diagramma orario



Guardando la figura in basso abbiamo un diagramma orario relativo al moto di una automobile. L'auto è inizialmente ferma poi accelera raggiungendo una certa velocità . Procede a velocità costante per un pò poi decelera ed infine si ferma. Infatti essendo la velocità la derivata prima della posizione **rappresenta anche la pendenza** del diagramma orario **(quindi la velocità è positiva se la funzione è crescente, negativa se decrescente)**. Nel grafico inferiore vediamo infatti che la pendenza è nulla nella prima regione (partendo da t=0), positiva dalla 2 alla 4 e nulla di nuovo nll'ultima. Il grafico della velocià che ricaveremmo dal diagramma orario è nella figura b) intermedia. Sempre analizzando la c) possiamo anche dedurre informazioni sull'accelerazione: l'accelerazione è la derivata seconda (rispetto al tempo) e quindi per il diagramma orario rappresenta il tipo di concavità della curva: nella regione 1 abbiamo una retta quindi a=0, nella 2 una curva con concavità verso l'alto quindi $\mathbf{a} > \mathbf{0}$ nella 3 di nuovo una retta **a=0**, nella **quarta** regione la concavità è verso il **basso** quindi $\mathbf{a} < \mathbf{0}$ ed infine l'ultima regione di nuovo a=0.

12 Esercizio 48-Tipler

Esercizio48-Tipler (velocità media)
Un'automobile percorre 100km, viaggia a 40 km/h per i primi 50 km. A quale velocità deve percorrere i rimanenti km per far si che la velocità media sull'intero percorso sia 50km/h?

la velocità media è dalla definiz. $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$ con $\Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{50\,\cancel{km}}{40\cancel{km}/h} = 1.25h$ La prima eq. ci dice inoltre che $\Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{100\,km}{50km/h} = 2h$ per cui $\Delta t_2 = 2 - 1.25 = 0.75h$ di conseguenza $v_2 = \frac{50km}{0.75h} = 66,7km/h$

13 Problema Mazzoldi 1.15

Problema Mazzoldi 1.15
Dalla cima di una torre alta 90 m, viene lasciata cadere una sferetta. Nello stesso momento viene lanciata dal suolo, verso l'alto e verticalmente, una seconda sfera con velocità 30m/s. Calcolare dove si incontrano le due sfere e le loro velocità all'incontro.

Scriviamo separatamente le equazioni orarie dei due corpi

$$\begin{cases} y_1 = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ y_2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Imponiamo $y_1 = y_2$ e otteniamo: $h - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ da cui $t = \frac{h}{v_0} = 3s$ Da cui ricaviamo $y_1 = y_2 = 45.9m$ Infine per le velocità abbiamo:

$$v_1 = 0 - gt$$
$$v_2 = +v_0 - gt$$

Per cui inserendo il tempo si ha $v_1 = -29.4m/s$ (verso il basso) e $v_2 = +0.6m/s$ (verso l'alto)

2-87 Tipler

Un sasso viene **lasciato cadere** dalla sommità di una rupe. Un altro sasso **viene lanciato** verso il basso 1.6s più tardi, dallo stesso punto con velocità di 32 m/s. I due sassi arrivano insieme a terra. Qual'è l'altezza della rupe?

Scriviamo le eq. per entrambi i sassi, **notando che i tempi e le condizioni iniziali sono diverse tra loro**: $y_1 - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2$ $y_2 - y_0 = -\mathbf{v_0}(t-1.6) - \frac{1}{2}g(t-1.6)^2$ e $y_1 = y_2 = 0$ quando arrivano al suolo **notare che il tempo trasla di 1.6s e la v_0 col segno -** $-\frac{1}{2}\cancel{g}\cancel{t}^2 = -v_0(t-1.6) - \frac{1}{2}g(t-1.6)^2 = -32t + 32\cdot 1.6 - \frac{1}{2}\cancel{g}\cancel{t}^2 - \frac{1}{2}g(1.6)^2 + g(1.6)t$ $0 = -32t + 51.2 - 4.9\cdot 2.56 + 15.68t \Rightarrow (-32 + 9.8\cdot 1.6)t + 32\cdot 1.6 - 4.9\cdot 1.6^2 = 0$ $-16.32t + 38.66 = 0$ $t = \frac{38.66}{16.32} = 2.37s \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}gt^2 = 4.9(2.37)^2 = 27.5m$

14 Esercizio 75 Tipler

Esercizio difficile

Esercizio 75 Tipler caduta-1d
Un sasso viene lanciato verso il basso da una rupe di 200m. Durante l'ultimo mezzo secondo di volo il sasso percorre una distanza di 45m. Determinare la velocità iniziale del sasso.

il moto è rettilineo unif.accelerato quindi possiamo dire che $\mathbf{y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$ con $y_0 = 200m$ se indichiamo con t il tempo di caduta (incognito) avrò **y=0m** cioè $\mathbf{0 = 200 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2}$. Ma sappiamo anche che al tempo **t'= t-0,5** si deve avere **y=45m** cioè : $\mathbf{45 = 200 + v_0(t-0.5) - \frac{1}{2}g(t-0.5)^2}$ da mettere a sistema con la precedente dopo un po' di passaggi avrete un'eq. di 2 grado in t **Alternativa:** la seconda parte potete pensarla come un secondo moto accelerato

$$y = h' - v1t - \frac{1}{2}gt^2$$

con h'=45, v1 la velocità alla quota h' (incognita) e la condizione da imporre è **y=0, t=0.5s** $\Rightarrow \mathbf{0 = 45 - v1\cdot 0.5 - \frac{1}{2}g0.5^2}$ da cui $v1 = \frac{45 - \frac{1}{2}g0.5^2}{0.5} = 87.55m/s$ Avendo trovato la velocità alla quota di 45m dobbiamo ancora scrivere una equazione prima di ricavare quello che ci serviva, consideriamo il tratto da 200m a 45m:

$$v1 = -v0 - gt_2 \quad (t_2 \; in \; tempo \; per \; percorrere \; il \; tratto)$$
$$h' = h - v0t - \frac{1}{2}g(t_2)^2 \qquad con \; h' = 45, h = 200$$

e v1 la velocità appena calcolata $-87.55 = -v0 - gt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{+87.55 - v0}{g}$ che sostituiamo nell'altra eq anche qui adesso un bel po' di passaggi che portano alla soluzione: Sol: $\mathbf{v0 = 68m/s}$, $\mathbf{t_2 = 2.0s}$ quindi il tempo di caduta totale è **2.5s**

Problema 7-Serway
Uno studente è immediatamente sotto una finestra e lancia in alto un mazzo di chiavi verso un suo amico che si trova alla quota di 4m. Le chiavi sono prese dall'amico dopo 1.5s. Determinare la velocità iniziale e quella finale.

Sol. $\mathbf{v_0 = 10\ m/s}$ e $\mathbf{v_f = -4.68m/s}$

Quesito 1.13 Mazzoldi
Una persona in un ascensore in salita a velocità costante lascia cadere una monetina, quando passa per il quarto piano, nel vano ascensore. Una seconda persona nello stesso momento ferma allo stesso piano lascia anche lui cadere una monetina. Quale arriva prima?

NB: la risposta non richiede la calcolatrice, ma va motivata.