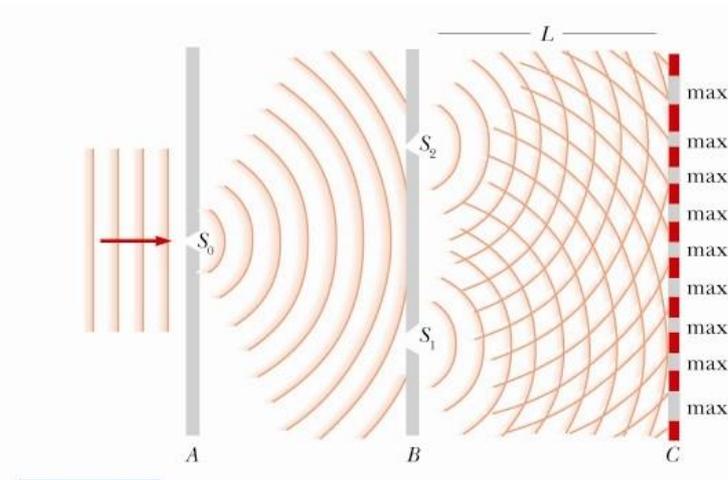


CAPITOLO 7

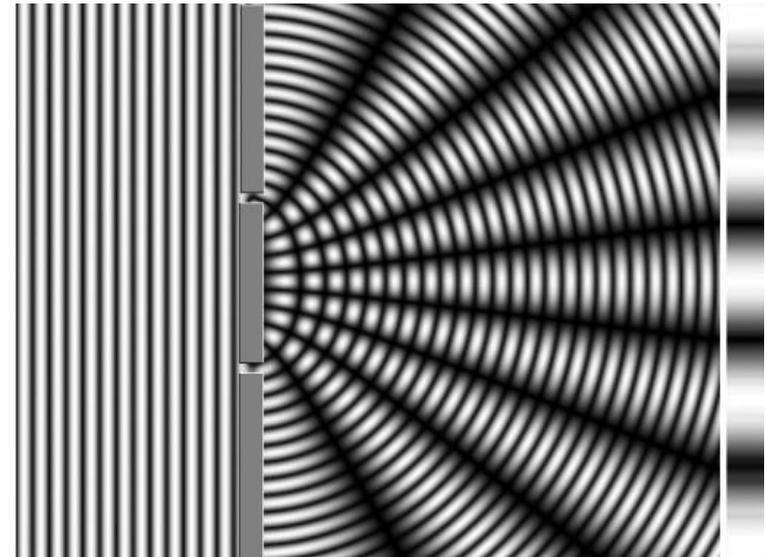
Ottica Fisica: Interferenza e Diffrazione



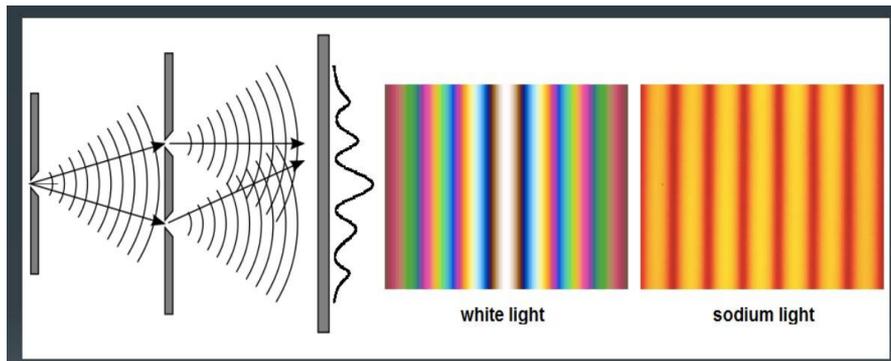


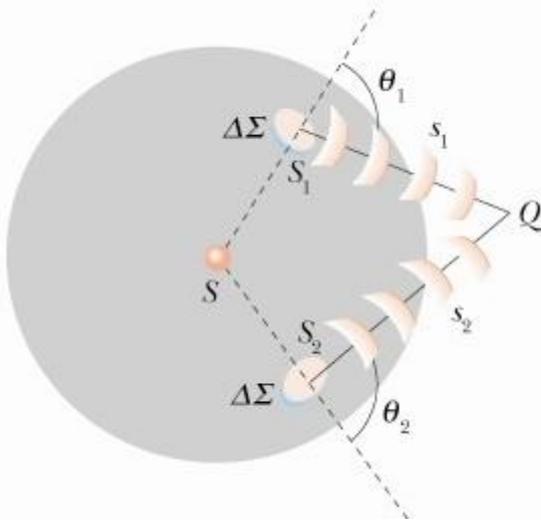
Costruzione di Huygens-Fresnel per due fenditure

Le sorgenti S_1 ed S_2 hanno la stessa fase iniziale perché appartengono allo stesso fronte d'onda.



Formazione sullo schermo di frange chiare (interferenza costruttiva) alternate a frange scure (interferenza distruttiva)

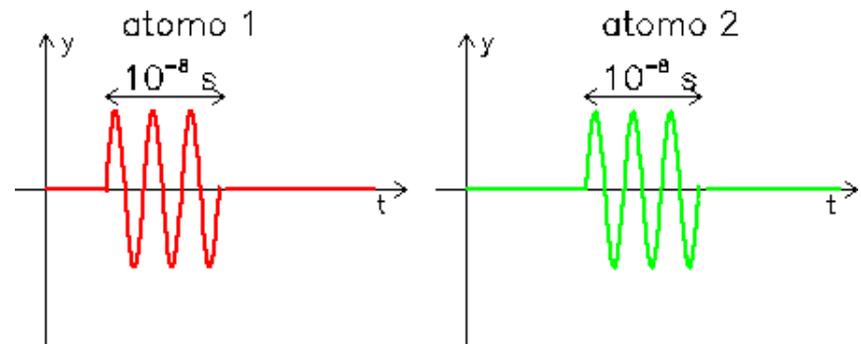


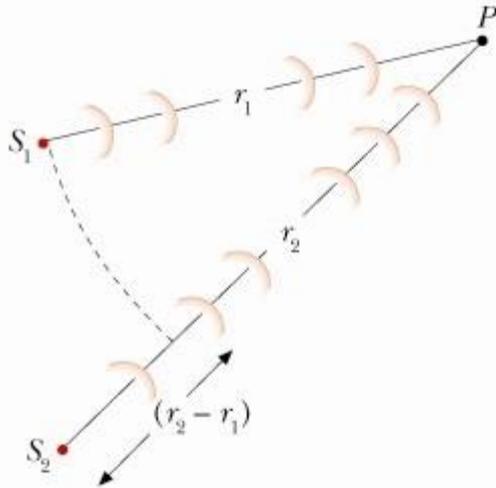


Per il principio di Huygens-Fresnel S_1 ed S_2 hanno la stessa fase iniziale perché appartengono allo stesso fronte d'onda. Nel punto P la differenza di fase fra le onde è

$$\delta = k(r_2 - r_1)$$

Con le sorgenti ordinarie non si rileva nessun effetto di interferenza perché le sorgenti di emissione non sono coerenti. Gli atomi emettono degli impulsi luminosi molto brevi, in modo non correlato.





Due sorgenti puntiformi di onde sferiche:

$$\vec{E}_1(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t + \phi_1)$$

$$\vec{E}_2(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t + \phi_2)$$

Nel punto P la differenza di fase fra le onde è:

$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\phi_2 - \phi_1)$$

Se la differenza di fase è costante nel tempo in ogni punto P, le sorgenti si dicono coerenti. Se ϕ_1 e/o ϕ_2 sono dipendenti dal tempo, le sorgenti sono incoerenti.

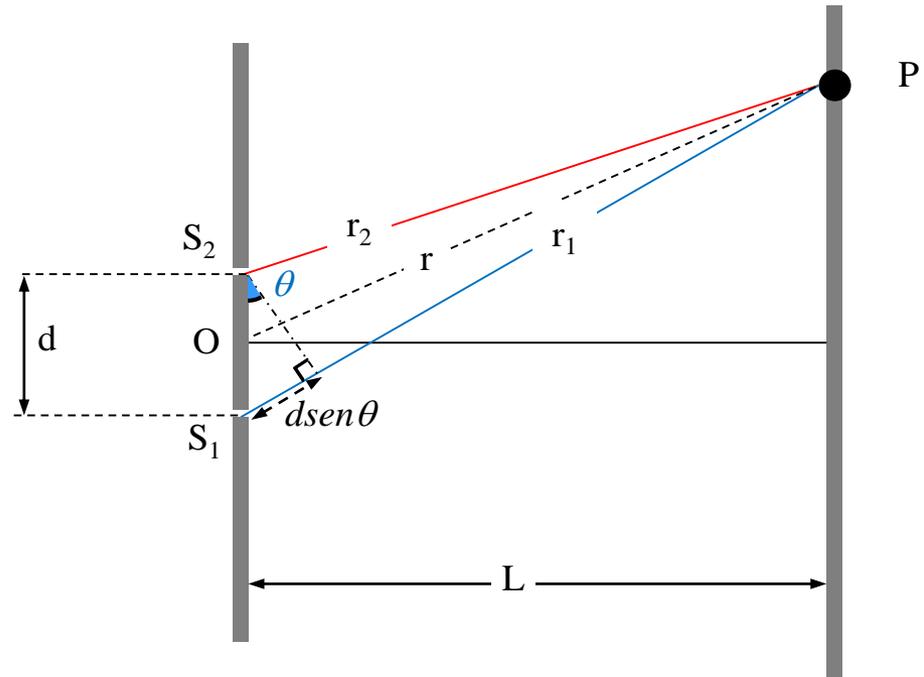
Studiamo la sovrapposizione di due onde sferiche, con la stessa lunghezza d'onda (quindi stesso k), pulsazione e intensità, emesse dalle sorgenti S_1 ed S_2 nel punto P .

$$\vec{E}_1(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t)$$

$$\vec{E}_2(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t)$$

Le onde si incontrano nel punto P , all'istante t' :

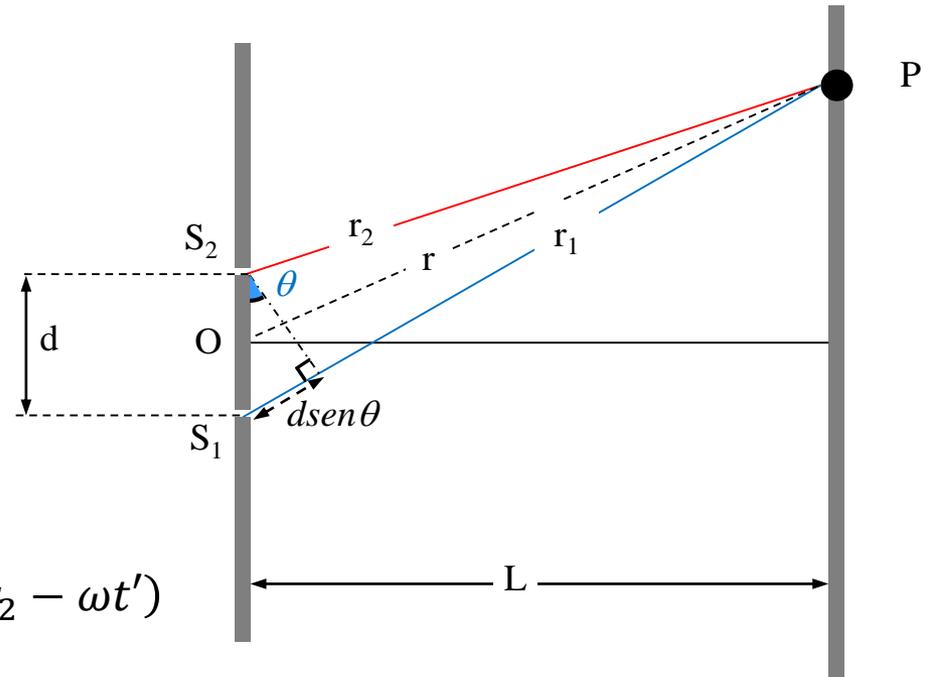
$$\vec{E}_P = \vec{E}_1(r_1, t') + \vec{E}_2(r_2, t') = \frac{\vec{E}_0}{r_1} \text{sen}(kr_1 - \omega t') + \frac{\vec{E}_0}{r_2} \text{sen}(kr_2 - \omega t')$$



Osserviamo ora che la sovrapposizione avviene nel cosiddetto «campo lontano», cioè a distanza grande dal piano nel quale ci sono le due sorgenti. In queste condizioni:

$$r_1 \approx r_2 \approx r$$

$$\vec{E}_P = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr_1 - \omega t') + \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr_2 - \omega t')$$



$$\begin{aligned} \vec{E}_P &= \frac{\vec{E}_0}{r} [\text{sen}(kr_1 - \omega t') + \text{sen}(kr_2 - \omega t')] = \\ &= 2 \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen} \left(\frac{(kr_1 - \omega t') + (kr_2 - \omega t')}{2} \right) \cos \left(\frac{(kr_1 - \omega t') - (kr_2 - \omega t')}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\vec{E}_P = 2 \frac{\vec{E}_0}{r} \operatorname{sen} \left(\frac{k(r_1 + r_2)}{2} - \omega t' \right) \cos \left(\frac{k(r_1 - r_2)}{2} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} r_1 \approx r_2 \approx r \\ \delta = k(r_1 - r_2) \end{array} \right\} \longrightarrow \frac{(r_1 + r_2)}{2} \approx r \longrightarrow \vec{E}_P = \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \cos \frac{\delta}{2} \right] \operatorname{sen}(kr - \omega t')$$

Ricordiamo che l'intensità in P è data da:

$$I = c \varepsilon_0 \langle E_p^2 \rangle = c \varepsilon_0 \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \cos \frac{\delta}{2} \right]^2 \langle \operatorname{sen}^2(kr - \omega t') \rangle = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \cos \frac{\delta}{2} \right]^2$$

$$I = \frac{1}{2} c \varepsilon_0 \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \cos \frac{\delta}{2} \right]^2 = 4 \left[\frac{1}{2} c \varepsilon_0 \left(\frac{\vec{E}_0}{r} \right)^2 \right] \cos^2 \frac{\delta}{2} = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

Quindi l'intensità dipende da δ , che dipende solo da r_1 e r_2 , e può assumere valori che vanno da 0 a $4I_0$. L'intensità dipende anche da $1/r^2$.

Calcoliamo δ :

$$\delta = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$$

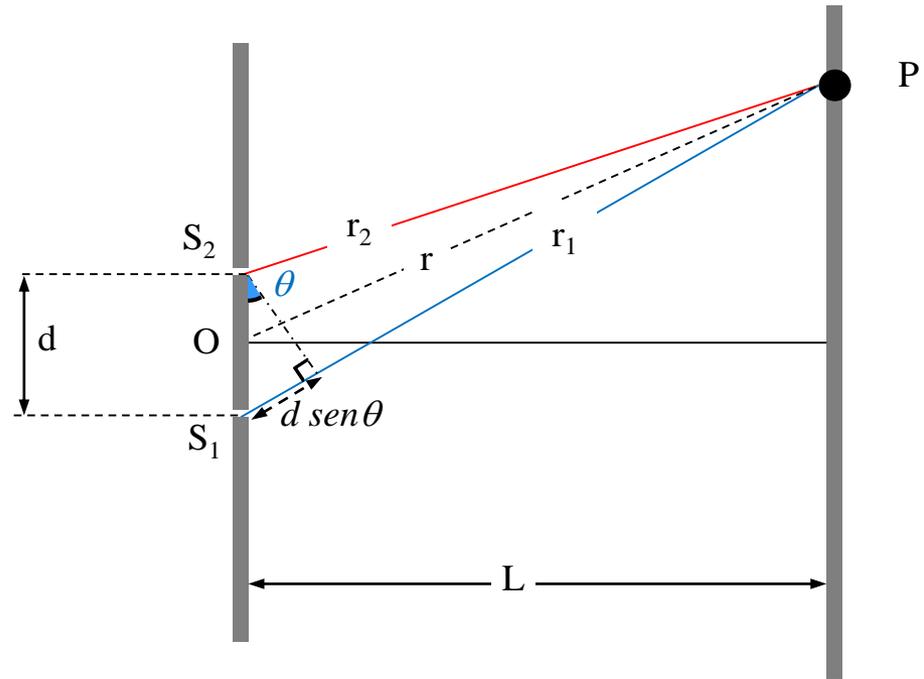
Se P è molto lontano dalle sorgenti, r_1 ed r_2 sono «praticamente» paralleli. Quindi:

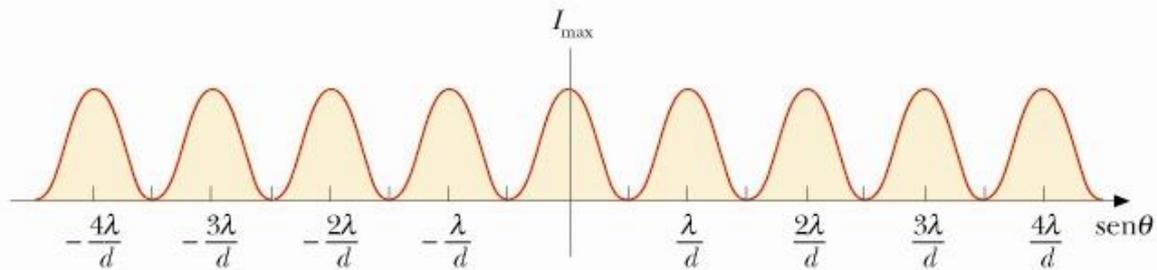
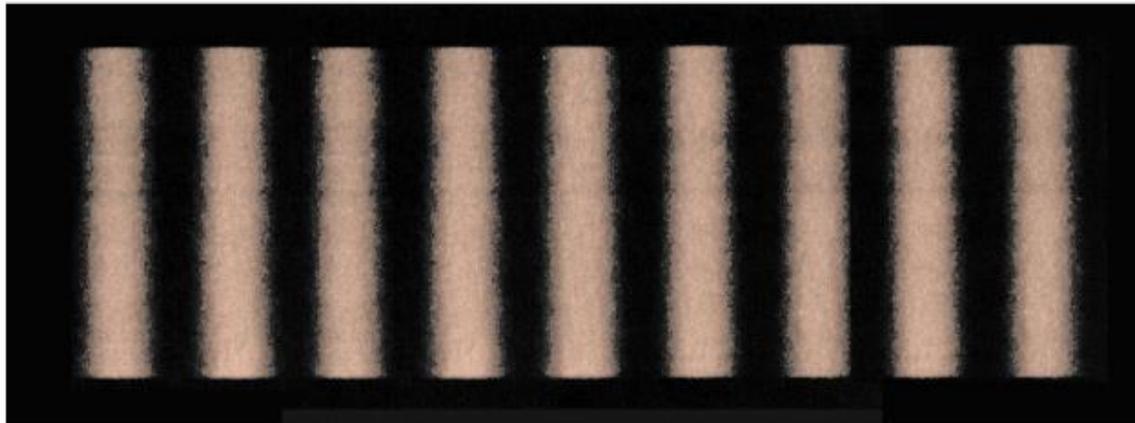
$$r_1 - r_2 \approx d \cdot \sin\theta$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \cdot \sin\theta}{\lambda} \right)$$

$$I = I_{max} = 4I_0 \Rightarrow \cos^2 \left(\frac{\pi d \cdot \sin\theta}{\lambda} \right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi d \cdot \sin\theta}{\lambda} = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$I = I_{min} = 0 \Rightarrow \cos^2 \left(\frac{\pi d \cdot \sin\theta}{\lambda} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi d \cdot \sin\theta}{\lambda} = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \dots)$$





$$MAX \Rightarrow d \cdot \text{sen}\theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$min \Rightarrow d \cdot \text{sen}\theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$L \gg d \Rightarrow \text{sen}\theta \approx \text{tg}\theta \approx \theta = \frac{x}{L}$$

$$I(x) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda L} x \right)$$

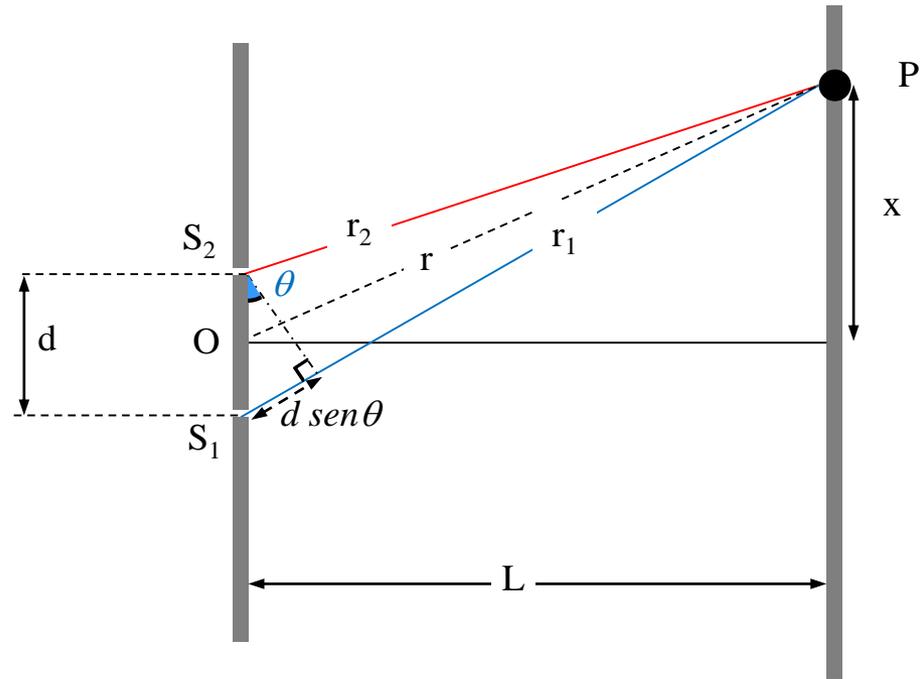
MAX

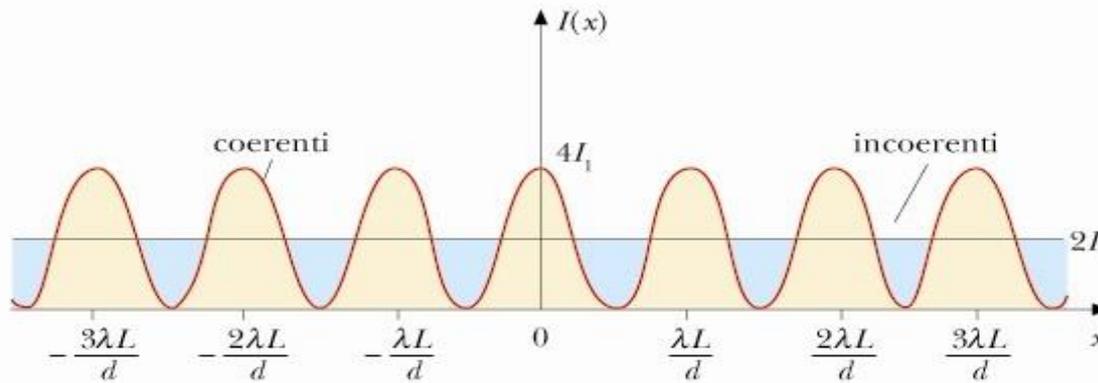
$$x_M = m \frac{\lambda L}{d} \quad \theta_M(\text{rad}) = m \frac{\lambda}{d}$$

min

$$x_m = (2m + 1) \frac{\lambda L}{2d} \quad \theta_m(\text{rad}) = (2m + 1) \frac{\lambda}{2d}$$

$$(m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$$





La *frangia centrale* è quella corrispondente ad $m=0$

Si definisce *passo dei massimi* la distanza misurata sullo schermo tra i centri di due frange chiare.

$$p = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda L}{d}$$

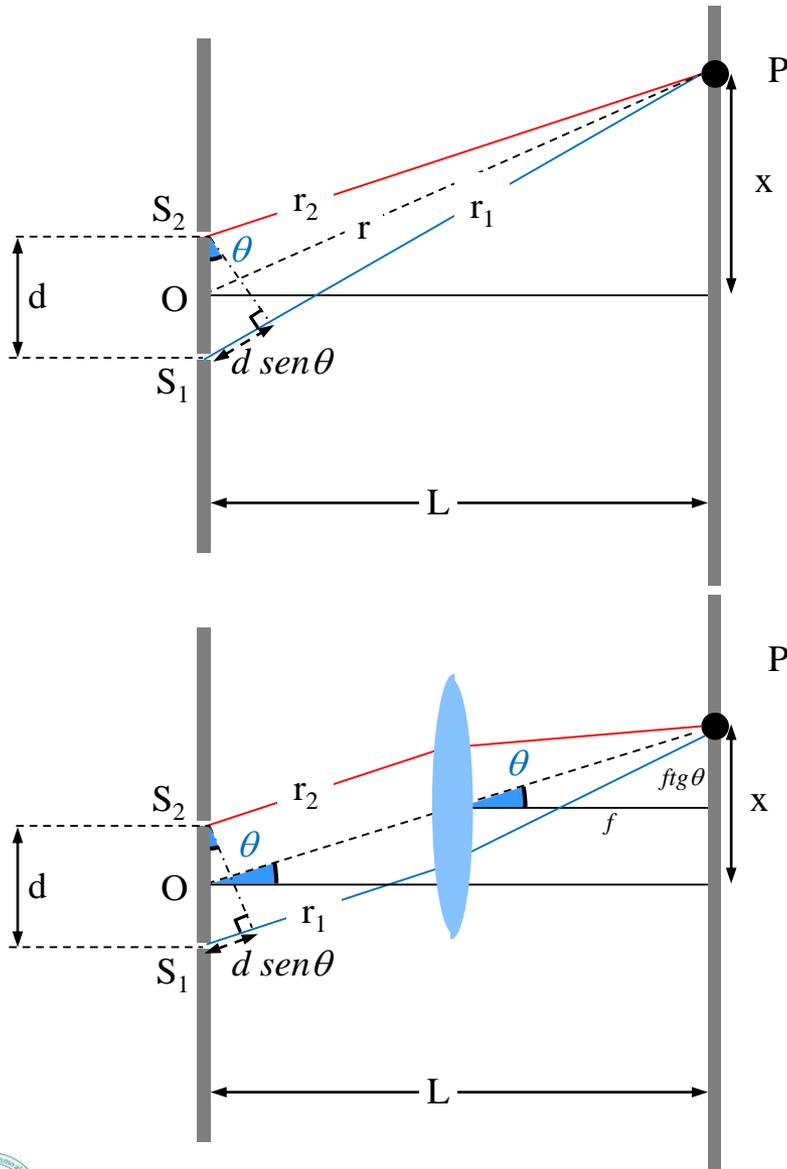
Nel caso le onde viaggiano in un mezzo con indice di rifrazione n , va considerato il cammino ottico

$$\delta = kn(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} nd \cdot \text{sen}\theta$$

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2 \left(n \frac{\pi d \cdot \text{sen}\theta}{\lambda} \right)$$

$$I(x) = 4I_0 \cos^2 \left(n \frac{\pi d}{\lambda L} x \right)$$





Nell'esperimento di Young si fa l'ipotesi che r_1 ed r_2 siano praticamente paralleli. Il che vuole dire che il fronte d'onda è piano e si pone:

$$r_1 \approx r_2 \approx r$$

Per fare questo, oltre ad avere $L \gg d$, si deve comunque avere L molto grande. Ma mettere uno schermo a distanza L molto grande porta ad una riduzione dell'intensità che si riduce come $1/L^2$ avendo onde sferiche.

L'introduzione di una lente permette di ridurre la lunghezza di L . I raggi luminosi che incidono parallelamente sulla lente vengono focalizzati sul piano focale della lente. Se si mette la lente addossata al piano che contiene le fenditure, la lunghezza focale definisce la distanza fra schermo e fenditure, $L=f$ e quindi:

$$x = L \cdot \text{tg} \theta = f \cdot \text{tg} \theta$$



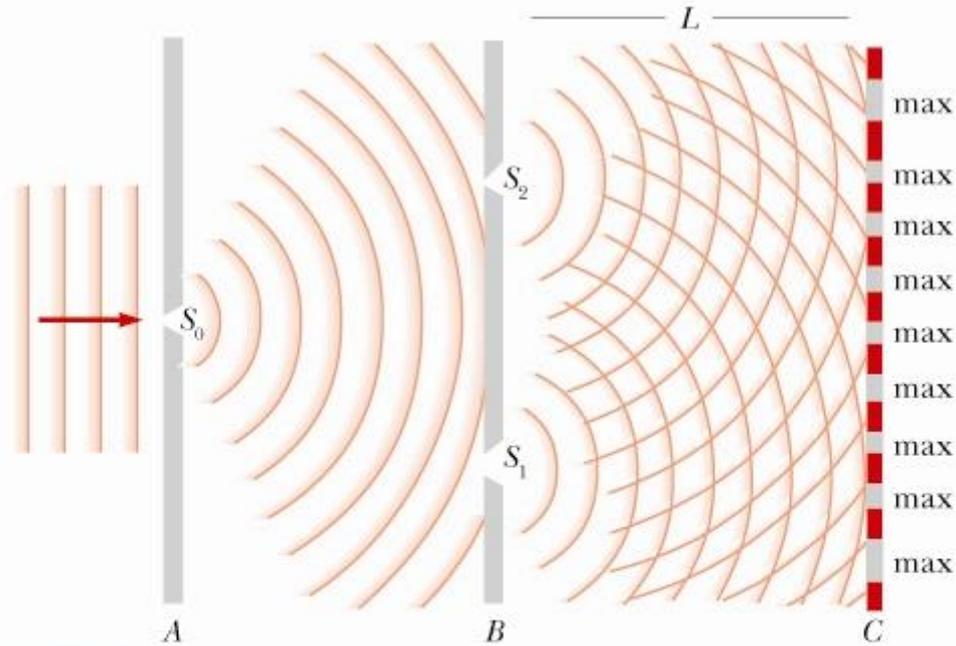


Figura 13.4

Schema del dispositivo di Young per ottenere una figura d'interferenza.



Mazzoldi - Nigro - Voci
 Elementi di Fisica - Onde
EdiSES

Vediamo ora cosa succede nel punto P quando le sorgenti non sono coerenti.

$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\phi_2 - \phi_1) = k(r_2 - r_1) + \Delta\phi(t)$$



$$\vec{E}_P = \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \cos\left(\frac{\delta + \Delta\phi(t)}{2}\right) \right] \text{sen}(kr - \omega t')$$



$$I = c\varepsilon_0 \langle E_p^2 \rangle = c\varepsilon_0 \left\langle \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \cos\left(\frac{\delta + \Delta\phi(t)}{2}\right) \right]^2 \right\rangle \langle \text{sen}^2(kr - \omega t') \rangle$$

$$I = c\varepsilon_0 \left[2 \frac{\vec{E}_0}{r} \right]^2 \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2I_0$$

Costante e indipendente da x

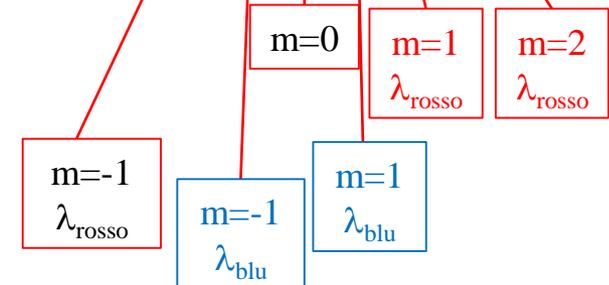
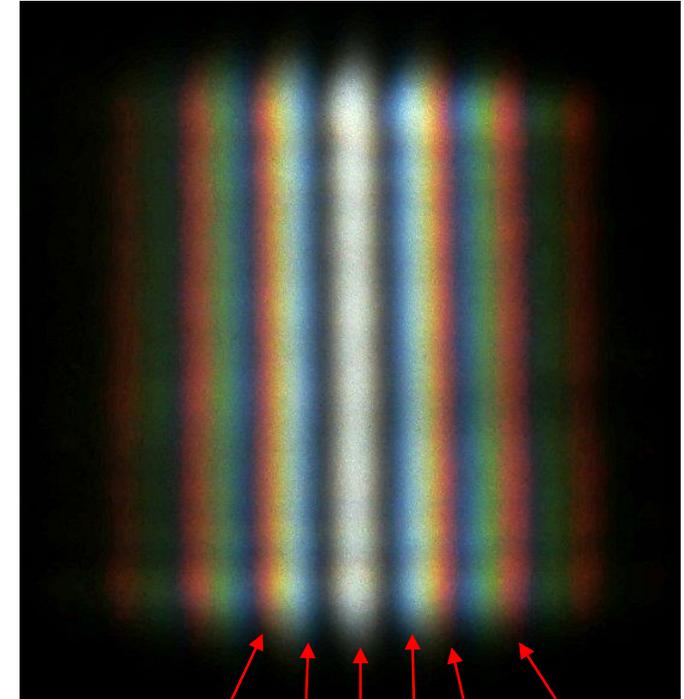
La distribuzione di intensità dipende dalla lunghezza d'onda.

$$I(\theta) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \cdot \sin \theta}{\lambda} \right) = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \cdot \theta}{\lambda} \right)$$

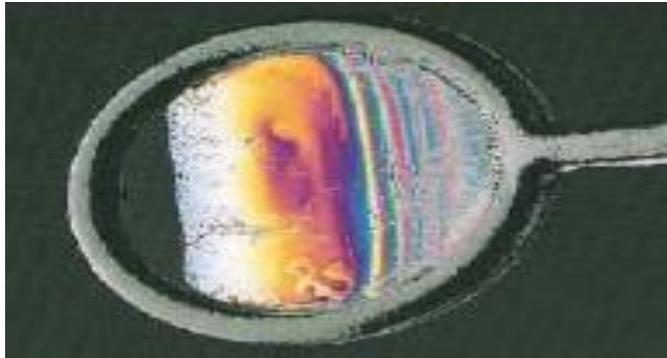
La posizione dei massimi dipende da λ . Se effettuiamo un esperimento di Young in luce bianca (d =distanza fra le fenditure e L =distanza fra fenditure e schermo).

$$x(\lambda) = m \frac{\lambda L}{d}$$

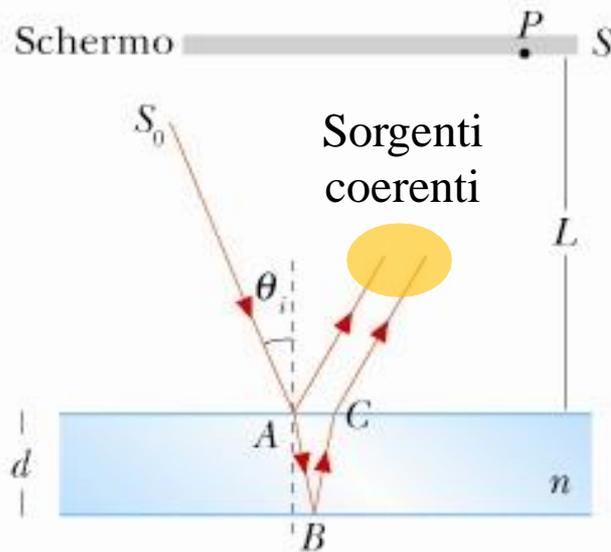
La posizione dei massimi coinciderà solo per $m=0$. (massimo di ordine 0). Mentre la posizione sarà diversa per i massimi di ordine superiore.



Bolla di sapone



Macchia di olio

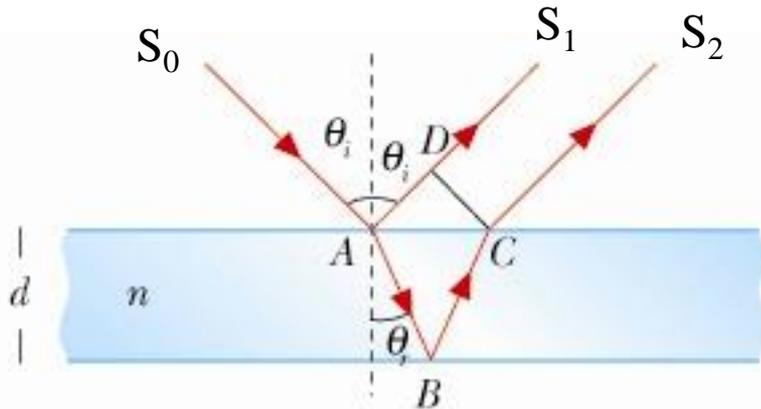


$$r_1 = \overline{S_0A} + \overline{AP}$$

$$r_2 = \overline{S_0A} + n\overline{AB} + n\overline{BC} + \overline{CP}$$

$$(r_2 - r_1) = n(\overline{AB} + \overline{BC}) + \overline{CP} - \overline{AP}$$





$$(r_2 - r_1) = n(\overline{AB} + \overline{AC}) + \overline{CP} - \overline{AP}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} = 2 \frac{d}{\cos\theta_r}$$

$$\overline{AP} - \overline{CP} = \overline{AD} = \overline{AC} \sin\theta_i = 2d \operatorname{tg}\theta_r \sin\theta_i = 2nd \operatorname{tg}\theta_r \sin\theta_r = 2nd \frac{\sin^2\theta_r}{\cos\theta_r}$$

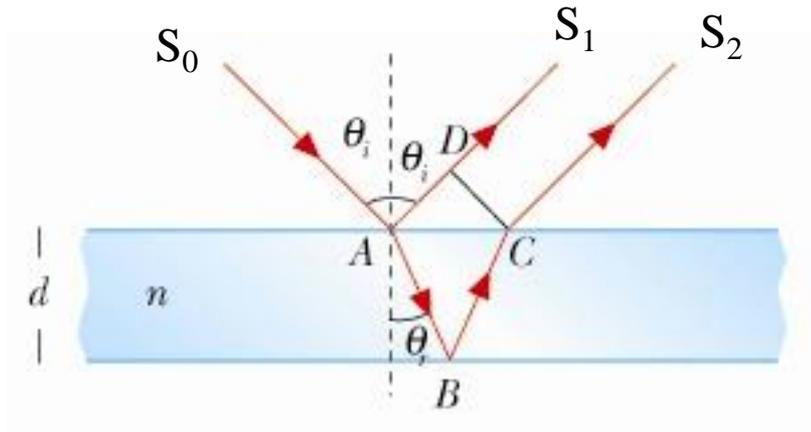
$$(r_2 - r_1) = n(\overline{AB} + \overline{AC}) - \overline{AD} = 2nd \frac{1}{\cos\theta_r} - 2nd \frac{\sin^2\theta_r}{\cos\theta_r} = 2nd \cos\theta_r$$

Poichè $n > 1$, dopo la riflessione l'onda è sfasata di π , mentre l'onda trasmessa è in fase. Quando l'onda trasmessa arriva in **B**, poiché si passa da $n > 1$ a 1 , l'onda riflessa è in fase con l'onda incidente in **B**. In **C** c'è di nuovo trasmissione e quindi nessun ulteriore cambiamento di fase. Ricapitolando, per effetto delle riflessioni:

$$\phi_1 = \phi_0 + \pi$$

$$\phi_2 = \phi_0$$

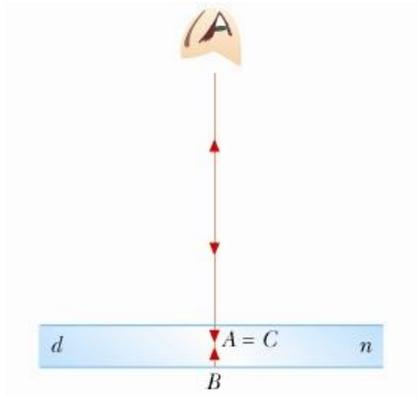




$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\phi_2 - \phi_1)$$

$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\phi_2 - \phi_1) = 2knd\cos\theta_r - \pi = 2kd\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i} - \pi$$

Osserviamo che in questa analisi abbiamo trascurato la componente rifratta in B che influenza il processo sottraendo energia all'onda riflessa in B .



$$\theta_i = \theta_r = 0$$

$$\delta = \frac{4\pi nd}{\lambda} - \pi$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

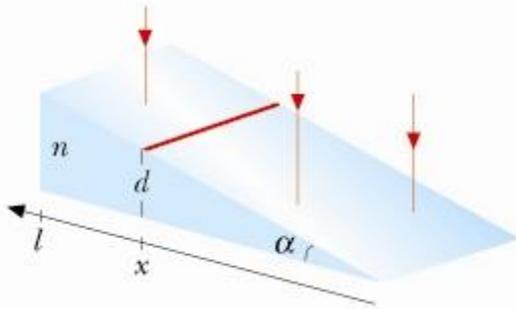
$$\frac{\delta}{2} = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \text{Interferenza costruttiva (I.C.)}$$

$$\frac{\delta}{2} = (2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \dots) \quad \text{Interferenza distruttiva (I.D.)}$$

$$d = (2m + 1)\frac{\lambda}{4n} \quad (\text{I.C.})$$

$$d = m'\frac{\lambda}{2n} \quad (\text{I.D.}) \quad (m, m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$





Se consideriamo un cuneo sottile in cui l'angolo α sia molto piccolo possiamo considerare che la superficie superiore e quella inferiore siano «quasi» parallele e quindi usare le relazioni sviluppate per una lamina sottile.

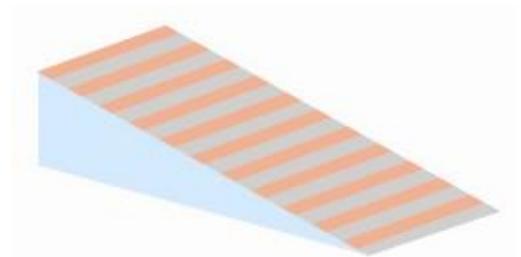
$$d = (2m + 1) \frac{\lambda}{4n} \quad (I. C.)$$

$$d = m' \frac{\lambda}{2n} \quad (I. D.)$$

$(m, m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$

$$tga \approx \alpha = \frac{d}{x} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} x_M = (2m + 1) \frac{\lambda}{4n\alpha} \quad (I. C.) \\ x_m = m' \frac{\lambda}{2n\alpha} \quad (I. D.) \end{cases}$$

Si può notare che per $m(m')=0$ si ha $x_m=0$ e $x_M=\lambda/4n\alpha$. Quindi sul bordo del cuneo si ha sempre interferenza distruttiva e il bordo sottile del cuneo è sempre scuro.



Consideriamo il sistema costituito da una lente di vetro piano-convessa appoggiata su una lastra piana di vetro, illuminata dall'alto. La regione compresa tra la lastra e la lente è una lamina d'aria a simmetria circolare, con spessore variabile.

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2$$

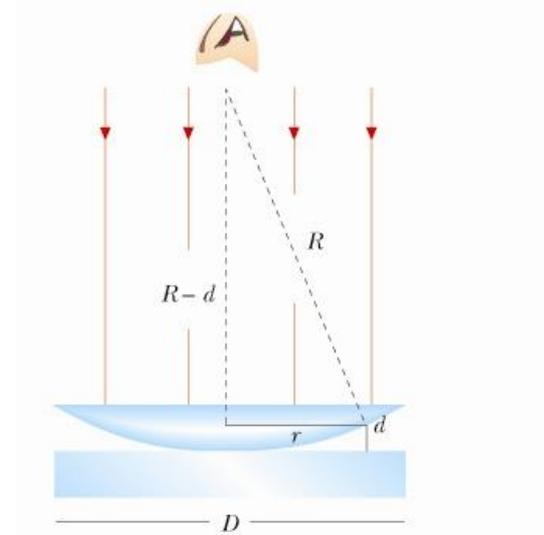
divido tutto per $4R^2$:

$$\frac{r^2}{4R^2} = \frac{d}{2R} - \left(\frac{d}{2R}\right)^2$$

Come si vede dalla figura possiamo assumere che $d \ll R$ e trascurare il termine del secondo ordine:

$$\frac{r^2}{4R^2} = \frac{d}{2R} - \left(\frac{d}{2R}\right)^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{r^2}{4R^2} = \frac{d}{2R} \quad \longrightarrow \quad r^2 = 2Rd$$

Il sistema è simile al cuneo e quindi applichiamo le relazioni precedentemente ricavate per la lamina.



$$d = (2m + 1) \frac{\lambda}{4n} \quad (I. C.)$$

$$d = m' \frac{\lambda}{2n} \quad (I. D.)$$

la zona fra lente e lamina è in aria, $n=1$.

$$(m, m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

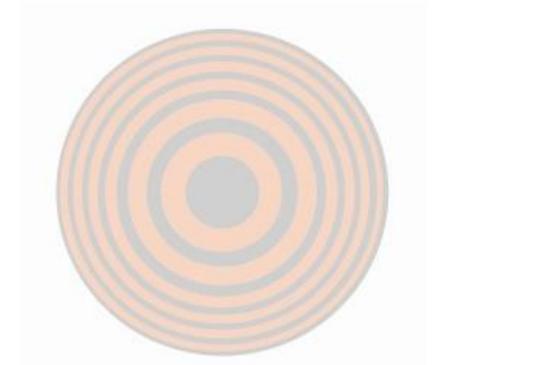
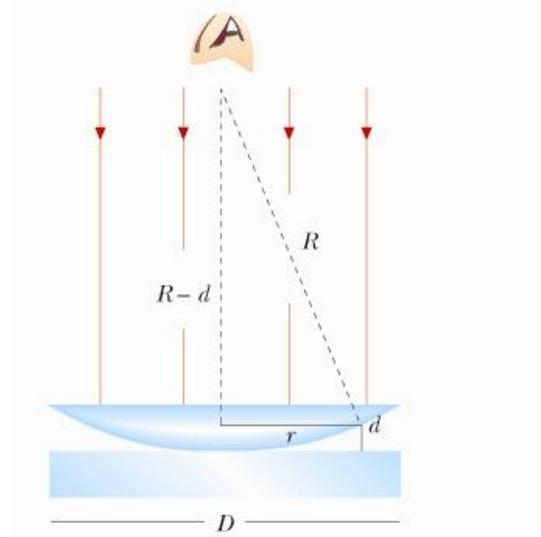
$$\frac{r^2}{2R} = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (I. C.)$$

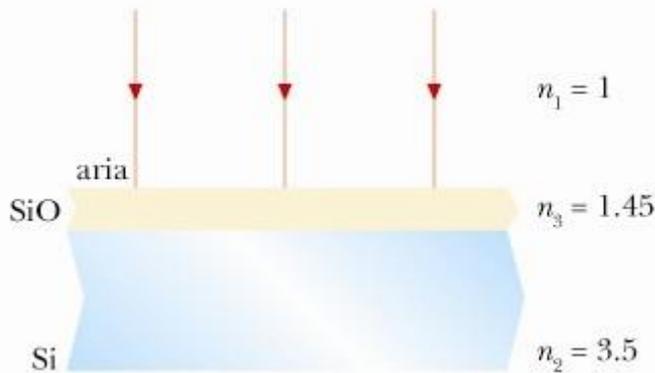
$$\frac{r^2}{2R} = m' \frac{\lambda}{2n} \quad (I. D.)$$

$$r = \sqrt{(2m + 1) \frac{\lambda R}{2}} \quad (I. C.)$$

$$r = \sqrt{m' \lambda R} \quad (I. D.)$$

Siccome il raggio dipende dal m (m') secondo una radice quadrata, le frange si addensano verso il bordo della lente. Il centro della figura di interferenza è un disco nero ($m'=0$ implica $r=0$), per la stessa ragione per cui è nera la prima frangia nel cuneo.





Detto d lo spessore dell'ossido, i raggi riflessi alla superficie superiore e inferiore della lamina di SiO_2 , subiscono entrambi uno sfasamento di π . Questo perché $n_1 < n_3$ e $n_3 < n_2$. In incidenza normale si ha:

$$\delta = \frac{4\pi n d}{\lambda} - \pi - \pi = \frac{4\pi n_3 d}{\lambda} - 2\pi = \frac{4\pi n_3 d}{\lambda}$$

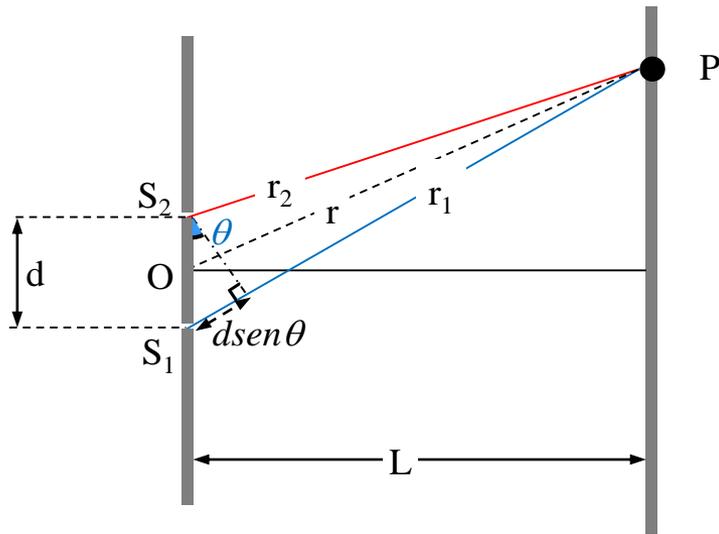
Poiché non vogliamo riflessione noi siamo interessati a interferenza distruttiva:

$$\frac{\delta}{2} = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \dots)$$

$$\frac{2\pi n_3 d}{\lambda} = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad \longrightarrow \quad d = (2m + 1) \frac{\lambda}{4n_3}$$

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n_3}$$

d_{min} dipende da λ , quindi in generale si realizzano diversi strati ognuno «sensibile» ad una diversa lunghezza d'onda.



$$\vec{E}_P = \frac{\vec{E}_0}{r_1} \text{sen}(kr_1 - \omega t') + \frac{\vec{E}_0}{r_2} \text{sen}(kr_2 - \omega t')$$

$$r_1 \approx r_2 \approx r$$

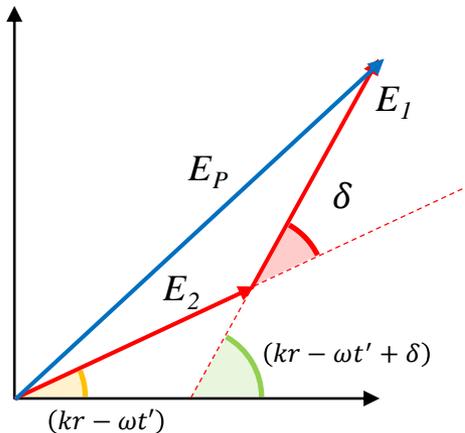
$$\delta = k(r_1 - r_2) \quad \longrightarrow \quad kr_1 = kr_2 + \delta$$

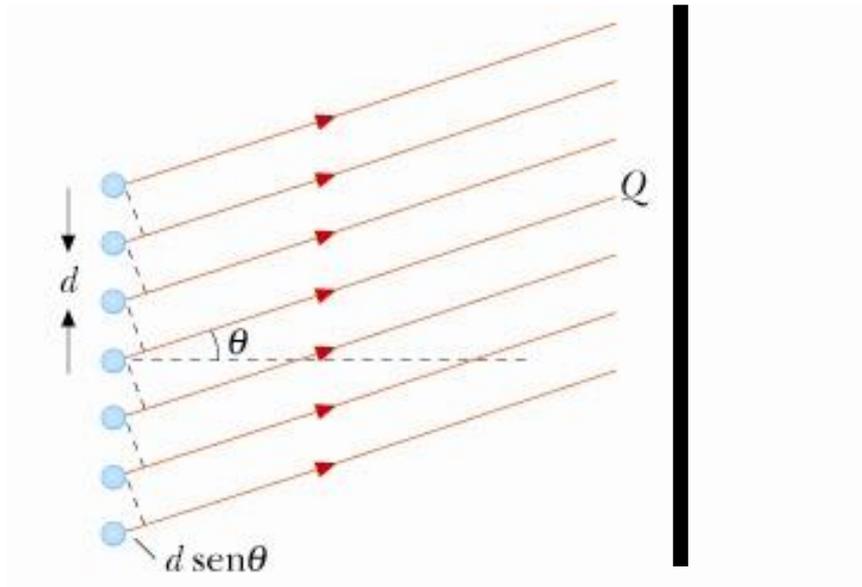
$$\vec{E}_P = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t' + \delta) + \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t')$$

$$E_p^2 = \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 + \left(\frac{E_0}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{E_0}{r}\right)\left(\frac{E_0}{r}\right) \cos\delta$$

$$I_p = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0}\sqrt{I_0} \cos\delta = 2I_0(1 + \cos\delta)$$

$$I_p = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$





$$\delta = k(r_i - r_{i+1}) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_i - r_{i+1})$$

$$\vec{E}_0(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t)$$

$$\vec{E}_m(r, t) = \frac{\vec{E}_0}{r} \text{sen}(kr - \omega t + m\delta)$$

$$(m = 0, 1, 2, \dots N)$$

$$\vec{E}_P(r, t) = \vec{E}_1(r, t) + \vec{E}_2(r, t) + \vec{E}_3(r, t) + \dots + \vec{E}_N(r, t)$$

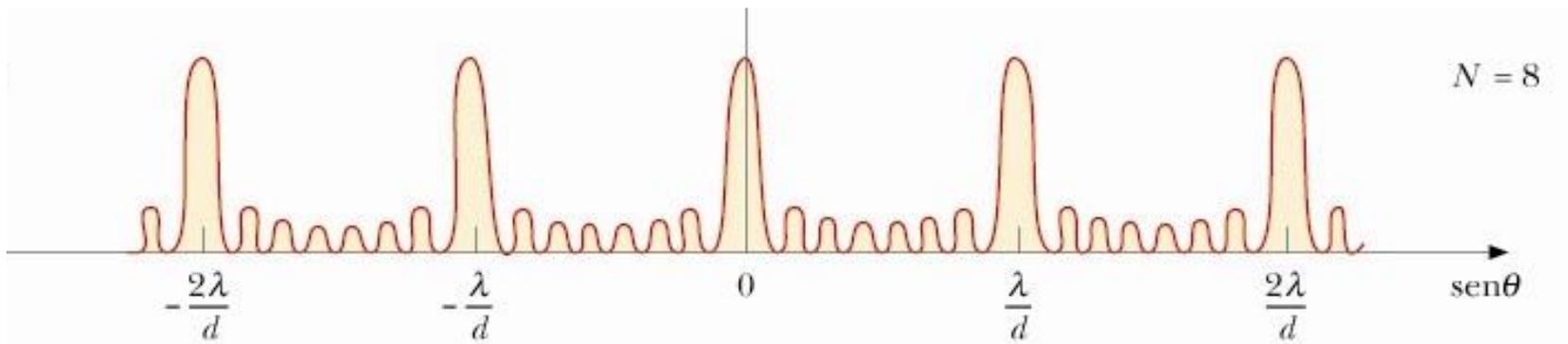
Calcoliamo δ :

$$\delta = k(r_i - r_{i+1}) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_i - r_{i+1}) = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta$$

$$I_p(\theta) = I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_0 \left(\frac{\text{sen} \frac{\pi Nd \cdot \text{sen}\theta}{\lambda}}{\text{sen} \frac{\pi d \cdot \text{sen}\theta}{\lambda}} \right)^2$$

Se $N=2$:

$$I_p(\theta) = I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{2\delta}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_0 \frac{\text{sen}^2(\delta)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = I_0 \frac{\left(2\text{sen} \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}\right)^2}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

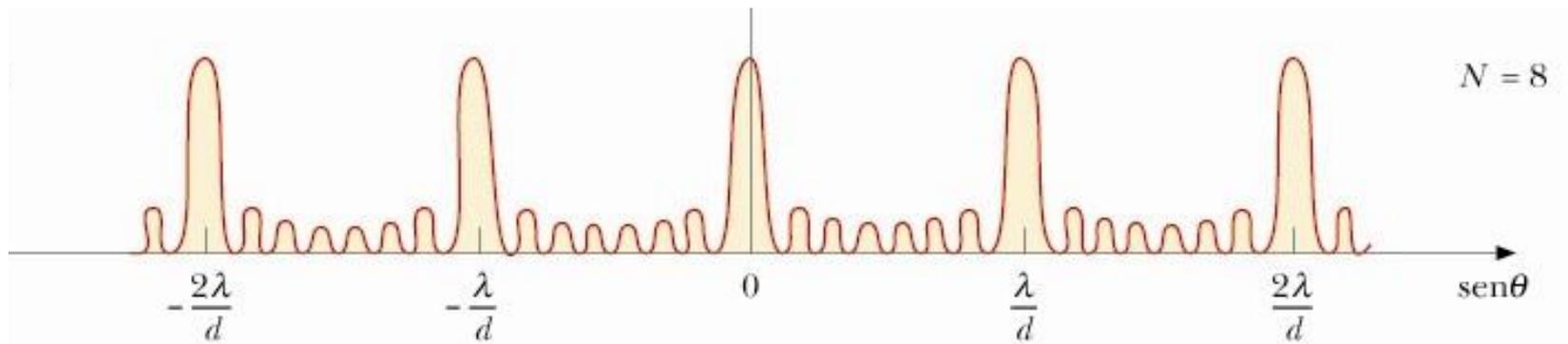


Studiamo la funzione:

$$I_p(\theta) = I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \lim_{\delta \rightarrow 0} I_0 \frac{\frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2}}{\frac{\text{sen}^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2}} = I_0 \frac{N^2 \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\left(\frac{N\delta}{2}\right)}\right)^2}{\left(\frac{\text{sen}\left(\frac{\delta}{2}\right)}{\left(\frac{\delta}{2}\right)}\right)^2} = N^2 I_0 \frac{1}{1} = N^2 I_0$$





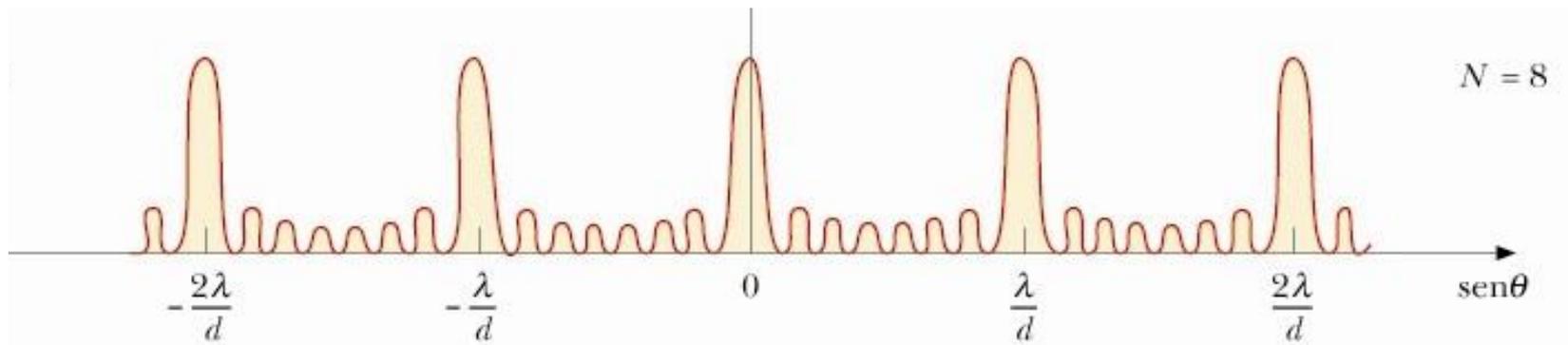
Nel nostro caso:

$$I_p(\theta) = I_0 \frac{\text{sen}^2 \left(\frac{N\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta \right)}{\text{sen}^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta \right)} = N^2 I_0 \left(\frac{\text{sen} \left(\frac{N\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta \right)}{\frac{N\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta} \right)^2 \left(\frac{\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta}{\text{sen} \left(\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta \right)} \right)^2$$

$$\delta \rightarrow 0 \quad \longrightarrow \quad \text{sen}^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta \right) \rightarrow 0$$

$$\frac{\pi}{\lambda} d \cdot \text{sen}\theta = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$





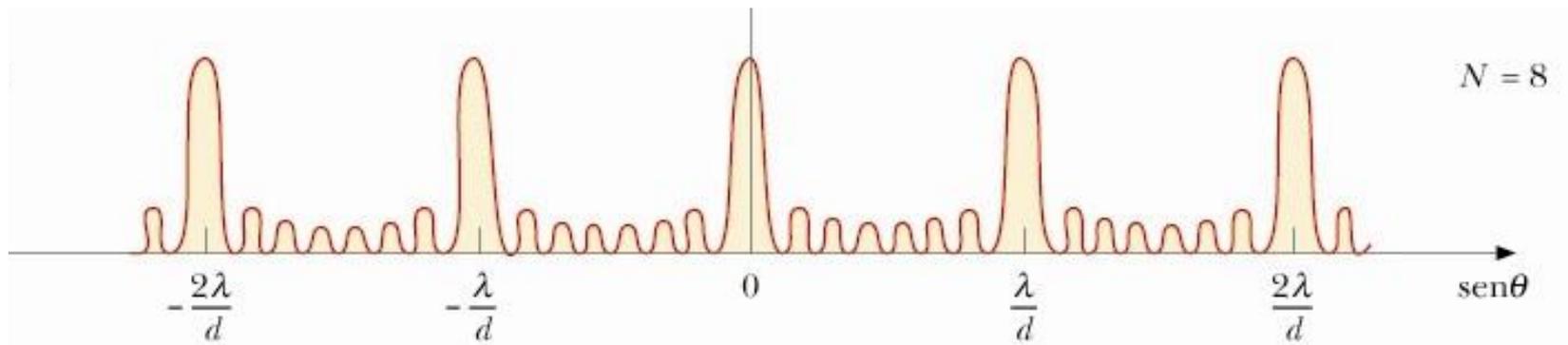
Massimi principali quando il *denominatore* tende a zero: $\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta\right) \rightarrow 0$

$$\frac{\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta = m\pi \quad \longrightarrow \quad (\text{sen}\theta)_{Max} = m \frac{\lambda}{d} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

I massimi assoluti distano fra loro: $\Delta(\text{sen}\theta)_M = \frac{\lambda}{d}$

I massimi assoluti hanno intensità: $I_M = \lim_{\frac{\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta \rightarrow m\pi} I_0 \frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta\right)}{\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta\right)} = N^2 I_0$





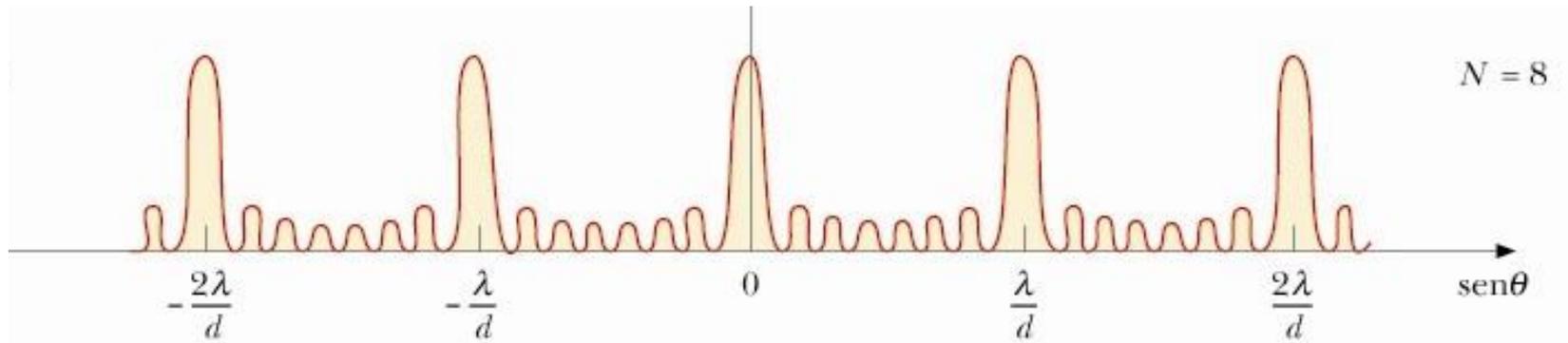
Minimi quando il *numeratore* della funzione tende a zero: $\text{sen}^2\left(\frac{N\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta\right) \rightarrow 0$

$$\frac{N\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta = m'\pi \quad (\text{sen}\theta)_{\min} = m' \frac{\lambda}{Nd} \quad (m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Tuttavia ci sono valori di m' che coincidono con m . Infatti:

$$(\text{sen}\theta)_{\min} = (\text{sen}\theta)_{\max} \quad \longrightarrow \quad m' \frac{\lambda}{Nd} = m \frac{\lambda}{d} \quad \longrightarrow \quad m' = Nm$$

I valori per i quali $m' = Nm$ non sono validi per m' .



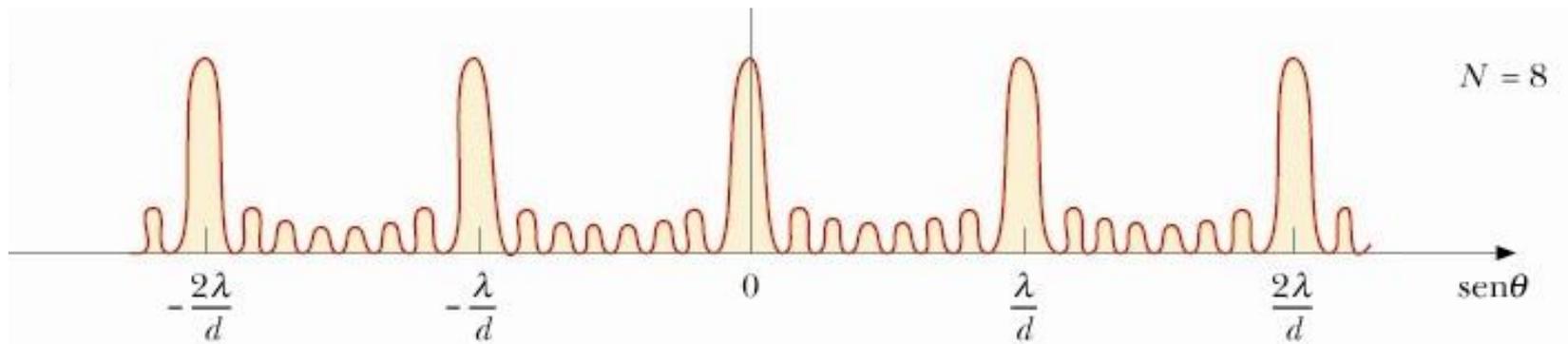
Massimi secondari quando il *numeratore* della funzione è 1: $\frac{\text{sen}^2\left(\frac{N\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta\right)}{\lambda} = 1$

$$\frac{N\pi}{\lambda}d \cdot \text{sen}\theta = (2m'' + 1)\frac{\pi}{2} \longrightarrow \text{sen}\theta = (2m'' + 1)\frac{\lambda}{2Nd} \quad (m'' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

I massimi secondari hanno intensità:

$$I_{\text{maxrel}} = \frac{I_0}{\text{sen}^2\left((2m'' + 1)\frac{\pi}{2N}\right)} = \frac{I_M}{N^2 \text{sen}^2\left((2m'' + 1)\frac{\pi}{2N}\right)}$$

Attenzione: non tutti i valori di m'' sono possibili.

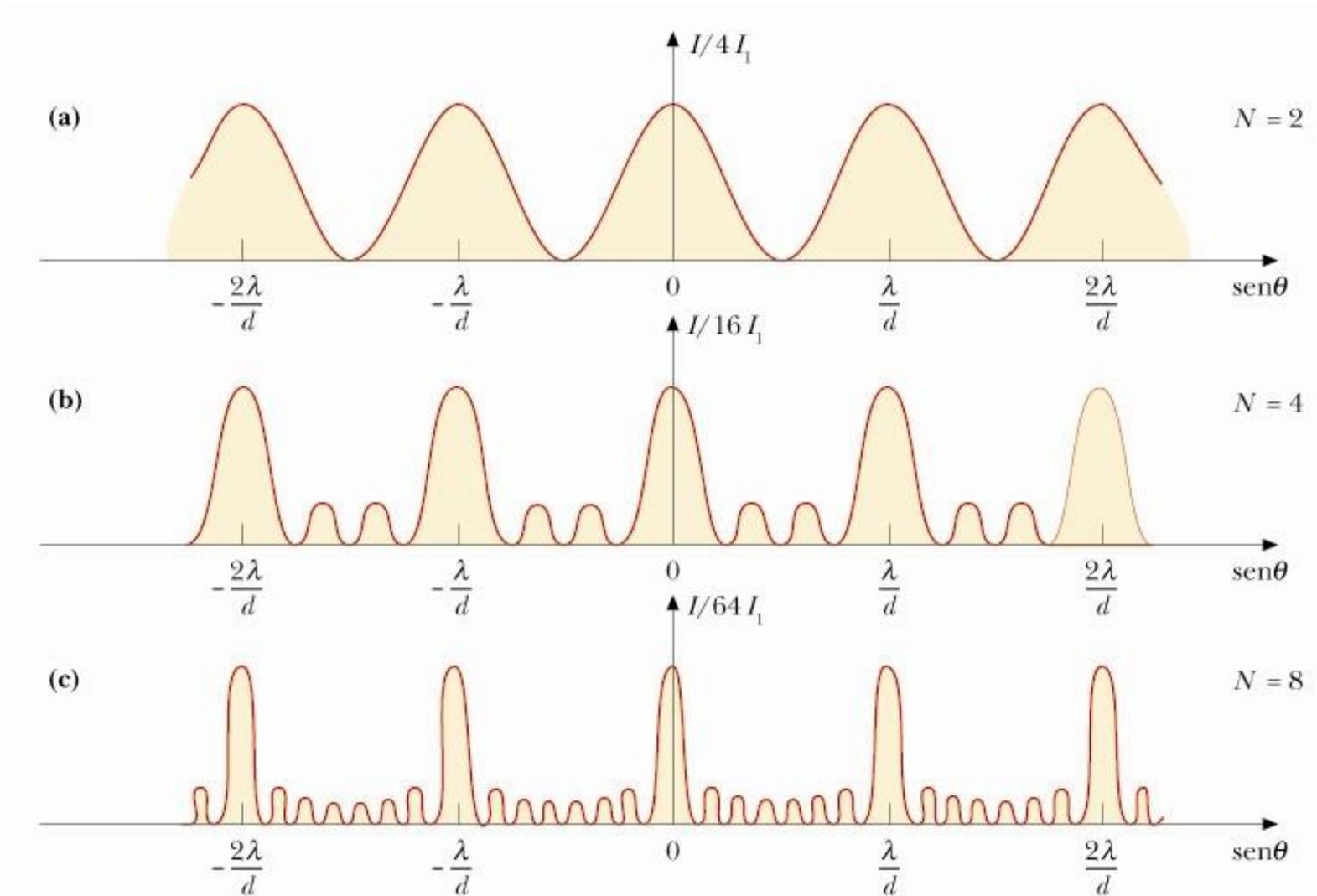


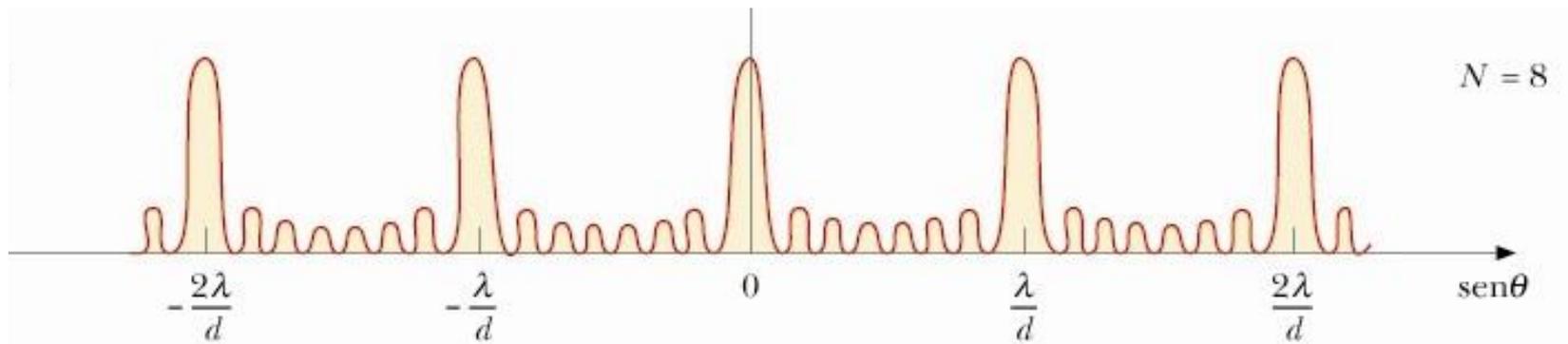
La larghezza angolare dei massimi assoluti si calcola attraverso la distanza fra i due minimi adiacenti il massimo, per esempio quello centrale ($m=0$), cioè $m'=1$ e $m'=-1$:

$$(\text{sen}\theta)_{m'=1} = \frac{\lambda}{Nd} \quad (\text{sen}\theta)_{m'=-1} = -\frac{\lambda}{Nd}$$

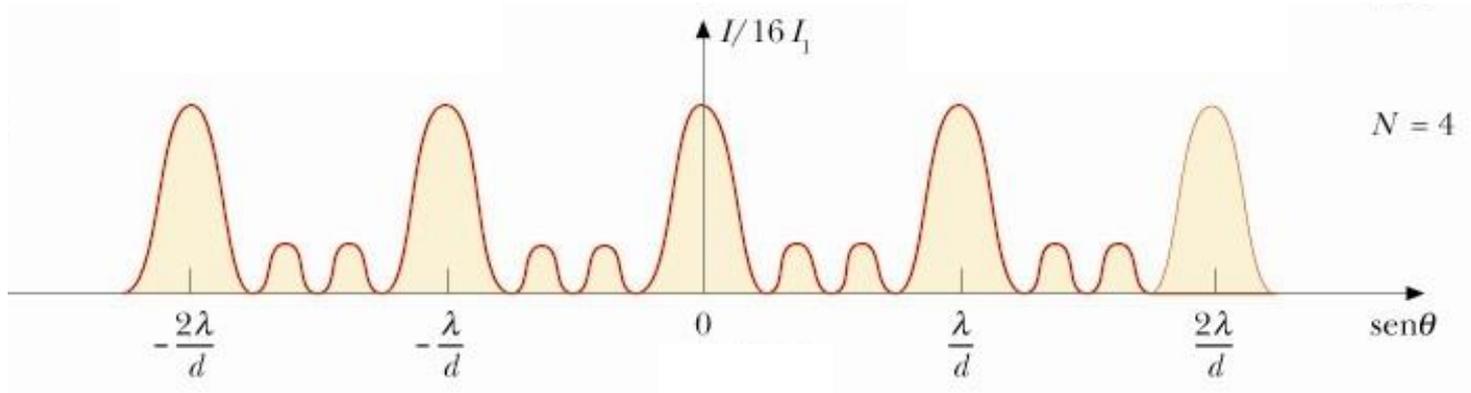
$$(\text{sen}\theta)_{m'=1} - (\text{sen}\theta)_{m'=-1} = \Delta(\text{sen}\theta) = \frac{2\lambda}{Nd}$$

La larghezza angolare diminuisce all'aumentare di N.





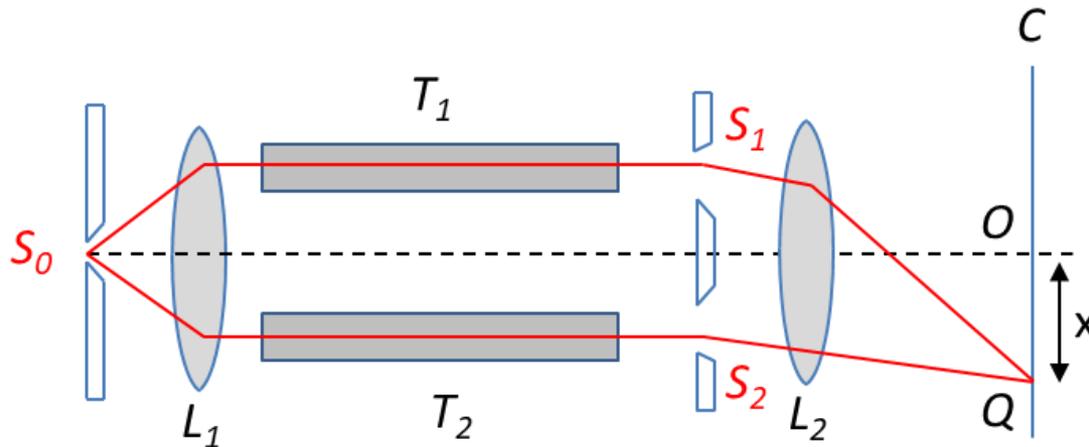
- All'ordine $m=0$ c'è sempre un massimo;
- Fra due massimi *principali* ci sono sempre $N-2$ massimi *secondari*;
- Fra due massimi *principali* ci sono sempre $N-1$ minimi;
- L'intensità dei massimi *principali* va come $N^2 I_0$;
- L'ampiezza angolare dei massimi *principali* va come $1/N$;
- L'intensità dei massimi *secondari* è proporzionale a $1/N^2$ e quindi è trascurabile rispetto a quella dei massimi *principali*.



senθ	0	$\frac{1\lambda}{8d}$	$\frac{2\lambda}{8d}$	$\frac{3\lambda}{8d}$	$\frac{4\lambda}{8d}$	$\frac{5\lambda}{8d}$	$\frac{6\lambda}{8d}$	$\frac{7\lambda}{8d}$	$\frac{\lambda}{d}$	$\frac{9\lambda}{8d}$	$\frac{10\lambda}{8d}$	$\frac{11\lambda}{8d}$	$\frac{12\lambda}{8d}$	$\frac{13\lambda}{8d}$	$\frac{14\lambda}{8d}$
Max (m)	0								1						
min (m')	0		1		2		3		4		5		6		7
MaxS (m'')		0		1		2		3		4		5		6	

In **ROSSO** i valori di m' (*minimo*) non permessi;

In **VERDE** i valori di m'' (*massimo secondario*) non permessi perché cadono fra un massimo principale e il primo minimo successivo ad esso.



S_0 sorgente di luce monocromatica
 T_1, T_2 tubi paralleli e di uguali di lunghezza
 $h. T_1$ pieno di gas a pressione P
 δ in un generico punto Q , senza gas in T_1 :
 $\delta = k_0 r_1 - k_0 r_2 = (r_1 - r_2) 2\pi/\lambda_0$

Gas in T_1 dall'indice di rifrazione n :

$$\delta = k_0(r_1 - h) + nk_0h - k_0r_2 = k_0(r_1 - r_2) + k_0h(n - 1) \quad \text{in } O, (r_1 - r_2) = 0 \rightarrow \delta = k_0h(n - 1)$$

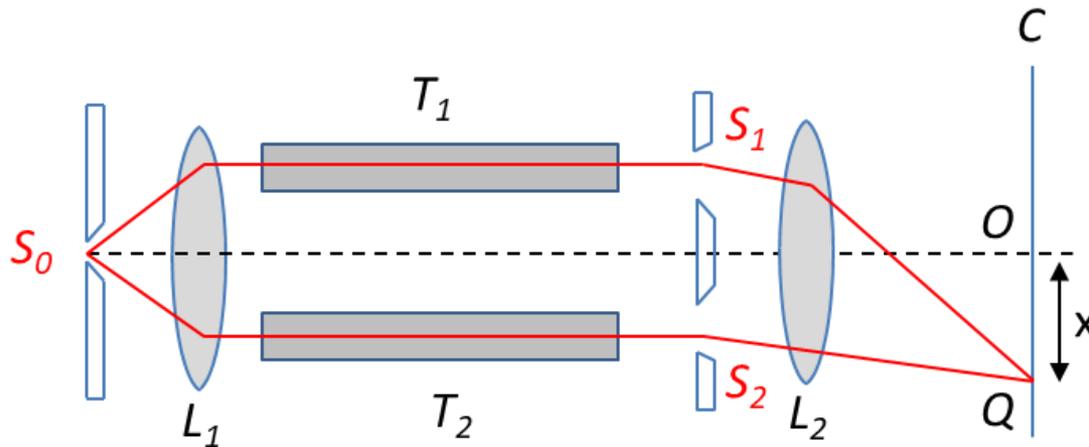
Se in T_1 non c'è gas $\rightarrow (n - 1) = 0 \rightarrow \delta = 0 \rightarrow$ int. costr. In O , col massimo di ordine zero.

Se $n > 1 \rightarrow \delta \neq 0$ in particolare se $\delta = m(2\pi)$ avrò ancora int. costr. in O , ma con un massimo di ordine m .

Ciò significa che il massimo di ordine zero si è spostato dal centro di $m\lambda_0$, ma in quale direzione?

Impongo che il massimo di ordine zero si verifichi in un generico punto dello schermo per cui $(r_1 - r_2) \neq 0$

$0 = k_0(r_1 - r_2) + k_0h(n - 1) \rightarrow (r_2 - r_1) = h(n - 1) > 0 \rightarrow r_2 > r_1$ quindi nella parte superiore dello schermo.



Quindi per avere una misura di n del gas contenuto in T_1 ad una data pressione P , man mano che si riempie la cella del gas campione e quindi cambia n , si contano il numero di massimi di intensità (escluso il massimo iniziale) che transitano da O .

Se sono transitati m massimi, allora in O si avrà un massimo di ordine m : $m(2\pi) = k_0 h(n - 1)$

Se divido ambo i membri per $k_0 \rightarrow m\lambda_0 = h(n - 1) \rightarrow n = 1 + \frac{m\lambda_0}{h}$

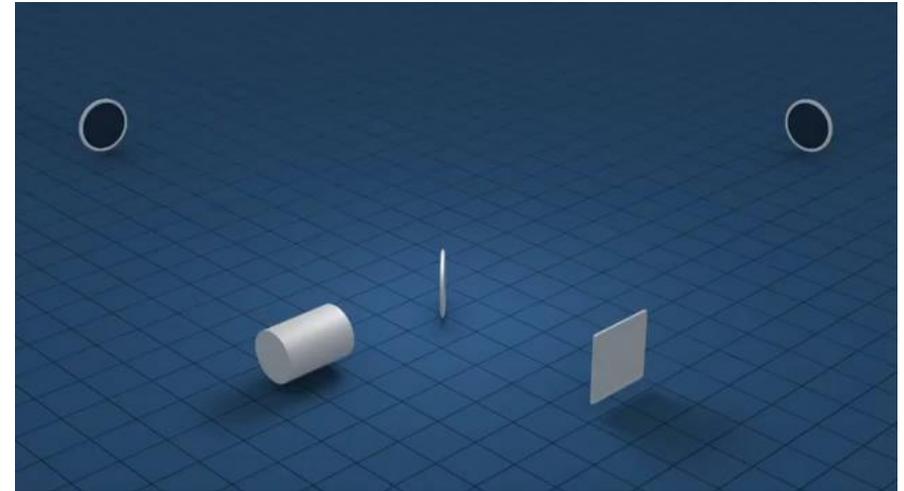
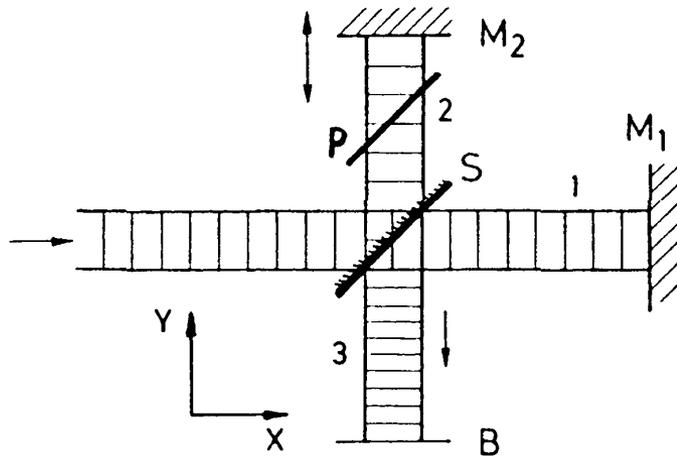
Ad esempio se $h = 50cm$ $\lambda_0 = 600nm$ e sono capace di apprezzare lo spostamento di una frangia

$$\Delta m = 1$$

Allora il Δn minimo che il mio strumento può misurare è $\Delta n = 1 + \frac{(m+1)\lambda_0}{h} - \left(1 + \frac{m\lambda_0}{h}\right) = \frac{\lambda_0}{h} = 1.2 \cdot 10^{-6}$

Ciò significa che un indice di rifrazione $n = 1.00012$ può essere misurato con un errore del 1%.

Il principio base di un interferometro di Michelson è illustrato in Figura:



Un'onda piana incidente

è divisa in due onde parziali da un beam-splitter S (con riflettività R e trasmittanza T):

$$E = A_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$E_1 = A_1 e^{i(\omega t - kx + \phi_1)}$$

$$E_2 = A_2 e^{i(\omega t - ky + \phi_2)}$$



Se il beam-splitter ha un assorbimento trascurabile della radiazione con cui interagisce, allora $R + T = 1$ e le ampiezze A_1 (riflessa) e A_2 (trasmessa) sono determinate dalle relazioni:

$$\begin{cases} A_1 = \sqrt{R}A_0 \\ A_2 = \sqrt{T}A_0 \\ A_0^2 = A_1^2 + A_2^2 \end{cases}$$

Dopo essere riflesse agli specchi piani M_1 e M_2 , i due fasci parziali vengono sovrapposti nel piano di osservazione B . L'ampiezza delle due onde nel piano B sarà: $\sqrt{RT}A_0$ poiché ogni onda sarà trasmessa e riflessa una volta dalla superficie del beam-splitter S . La differenza di fase tra le due onde sarà:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} 2(SM_1 - SM_2) + \Delta\phi$$

dove $\Delta\phi$ tiene conto di una differenza di fase aggiuntiva che potrebbe essere causata dalle riflessioni.

L'ampiezza complessa totale del campo di radiazione nel piano B potrà quindi essere scritta come la somma di un campo $E_1 = \sqrt{RT}e^{i(\omega t + \phi_0)}$ con un campo $E_2 = \sqrt{RT}e^{i(\omega t + \phi_0 + \phi)}$ sfasato di ϕ rispetto al primo (ϕ_0 è la fase maturata da entrambi lungo il percorso comune):

$$E = \sqrt{RT}A_0e^{i(\omega t + \phi_0)}(1 + e^{i\phi})$$

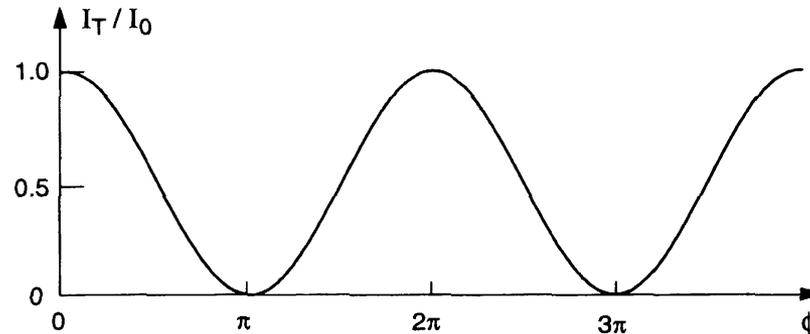
Il rivelatore ottico posto in B non riuscirà a seguire le oscillazioni rapide del campo di radiazione alla frequenza ω e pertanto misurerà un'intensità media nel tempo \bar{I} pari a:

$$\bar{I} = \frac{1}{2}c\varepsilon_0A_0^2RT(1 + e^{i\phi})(1 + e^{-i\phi}) = c\varepsilon_0A_0^2RT(1 + \cos\phi) = \frac{1}{2}I_0(1 + \cos\phi)$$

$$\text{con } R = T = \frac{1}{2} \text{ e } I_0 = \frac{1}{2}c\varepsilon_0A_0^2$$

Se lo specchio M_2 è montato su un carrello e si muove di una quantità Δy , la differenza di cammino ottico cambia di $\Delta s = 2\Delta y$ e la differenza di fase di $2\pi \frac{\Delta s}{\lambda} = 4\pi \frac{\Delta y}{\lambda}$.

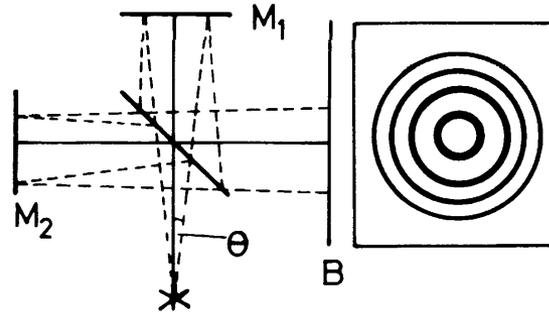
La figura seguente mostra l'intensità $I_T(\phi)$ nel piano B in funzione di ϕ per un'onda monocromatica incidente.



Per i massimi d'intensità a $\phi = 2m\pi$ ($m = 0,1,2 \dots$) l'intensità I_T è uguale all'intensità incidente I_0 , che vuol dire che la «trasmissione» dell'interferometro è $T_I = 1$ per $\phi = 2m\pi$. Nei punti di minimo a $\phi = (2m + 1)\pi$, l'intensità trasmessa è 0 , che vuol dire che l'onda piana incidente è tutta riflessa indietro alla sorgente.

Questo ci permette di dire che un interferometro può essere usato o come filtro spettrale per la luce trasmessa o come riflettore spettrale.

Per fasci di luce divergenti, la differenza di cammino tra due onde dipende dall'angolo di inclinazione:

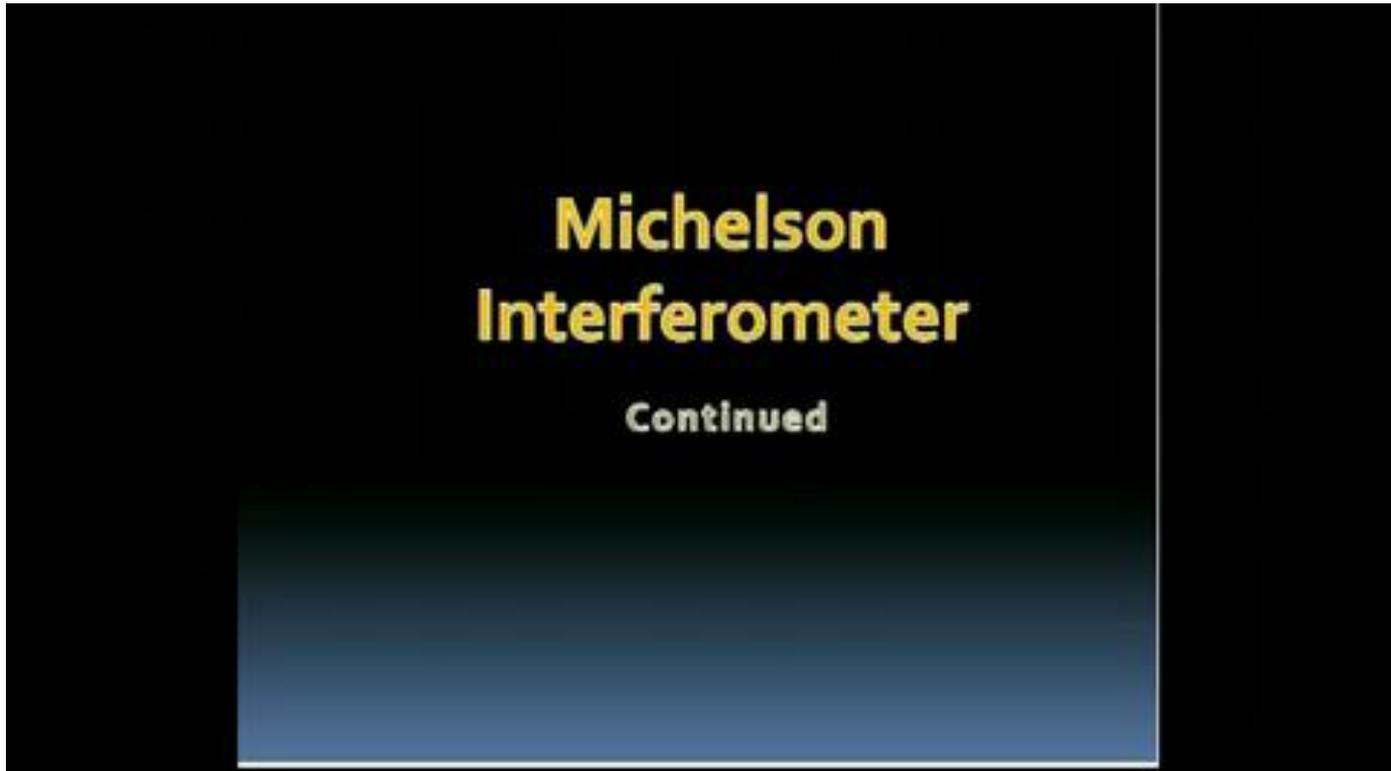


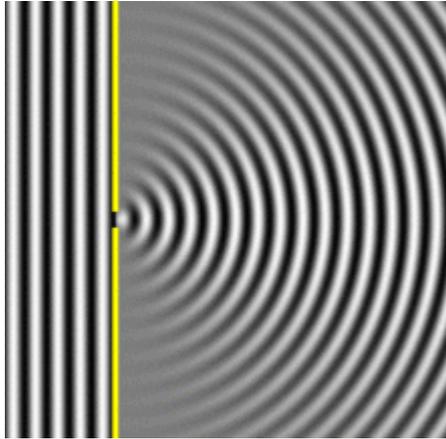
Nel piano B si formerà una figura di interferenza a frange circolari, concentriche all'asse di simmetria del sistema. Muovendo lo specchio M_2 , il diametro degli anelli cambierà. In ogni caso, l'intensità distribuita su una piccola apertura seguirà approssimativamente la funzione $I_T(\phi)$ della figura precedente.

L'interferometro di Michelson può essere usato anche per effettuare misure assolute della lunghezza d'onda, contando il numero N di massimi in B quando lo specchio M_2 si muove lungo una distanza nota Δy . In tal caso, la lunghezza d'onda λ sarà data da:

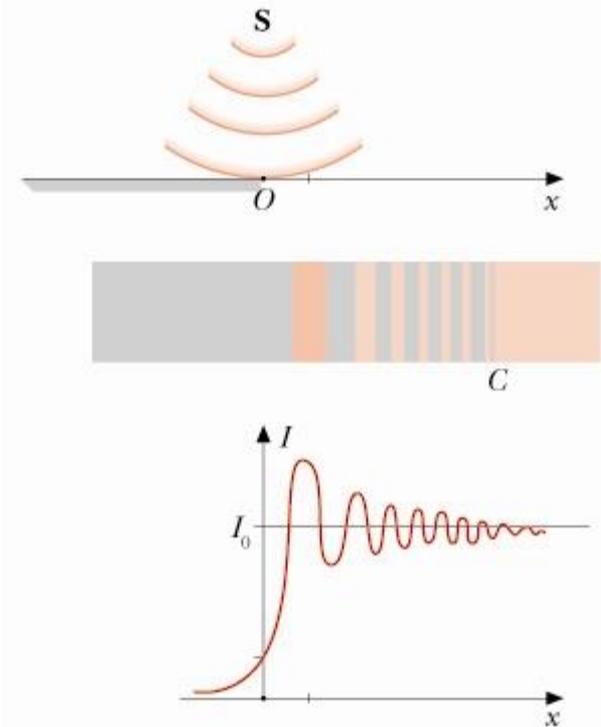
$$N \cdot 2\pi = 4\pi \frac{\Delta y}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{2\Delta y}{N}$$







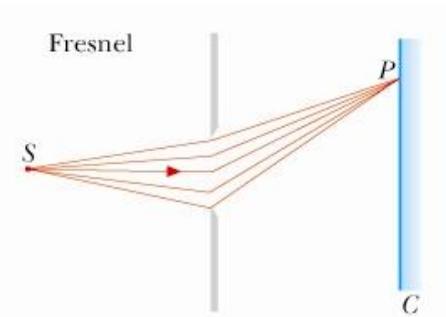
La diffrazione è un fenomeno di interferenza che avviene tutte le volte che si ostacola un fronte d'onda e le dimensioni dell'ostacolo su uno schermo opaco sono confrontabili con le lunghezze d'onda della radiazione. nello spazio oltre l'ostacolo o l'apertura le onde si propagano anche lungo direzioni



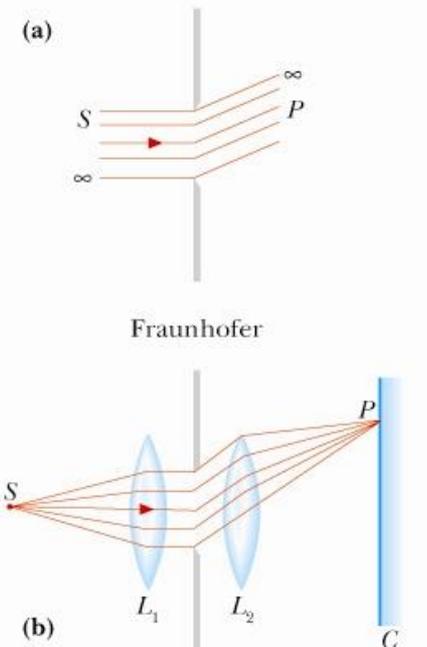
diverse da quella di incidenza e hanno origine differenze di percorso tra onde che si sovrappongono in un dato punto; possono quindi avvenire fenomeni di interferenza con conseguente redistribuzione dell'energia nei punti dello spazio, da cui risultano le caratteristiche figure di diffrazione. Gli effetti della diffrazione sono di norma tanto più vistosi quanto più le dimensioni dell'apertura o dell'ostacolo sono vicine al valore della lunghezza d'onda delle onde incidenti.



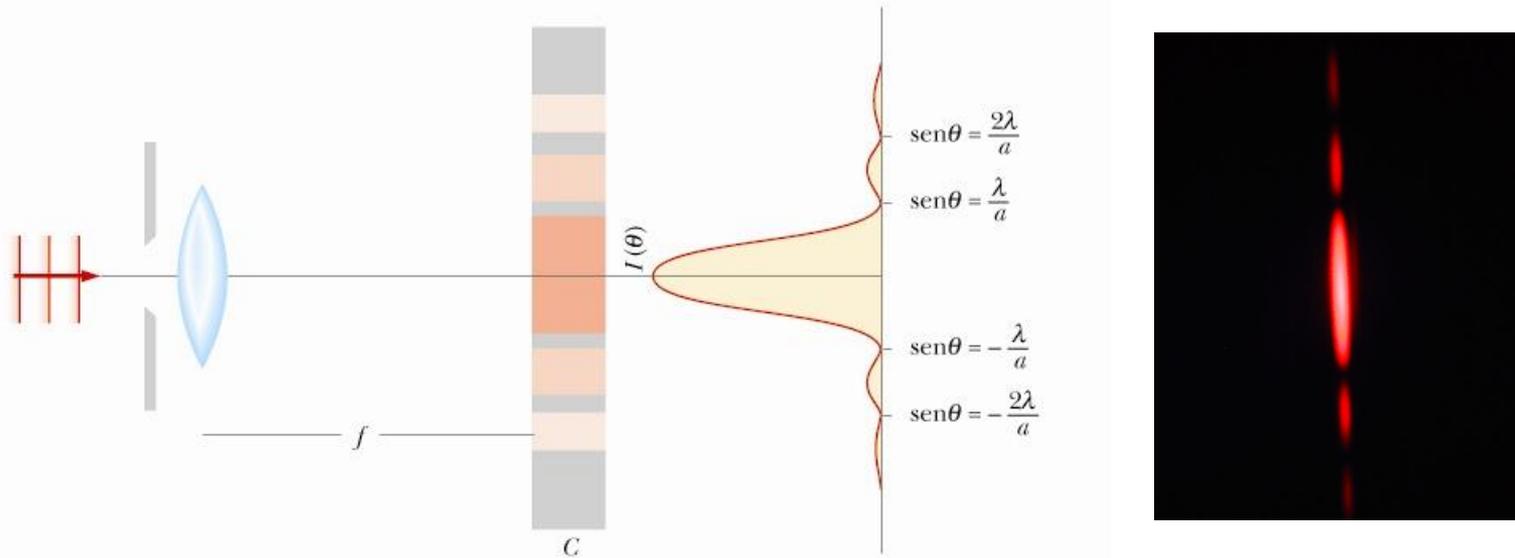
Diffrazione di Fresnel (*campo vicino*): La sorgente S e lo schermo C sono a distanza finita dall'apertura, i fronti d'onda non sono piani e i raggi che arrivano in P non sono paralleli; la stessa situazione può essere considerata per un ostacolo generico. Appartengono a questa categoria gli esempi della diffrazione di uno spigolo netto e di un disco opaco.



Diffrazione di Fraunhofer (*campo lontano*): La sorgente di luce S e lo schermo C sono a grande distanza dall'apertura. I fronti d'onda che giungono su questa sono piani e tali sono anche i fronti d'onda che giungono in P provenienti dall'apertura.

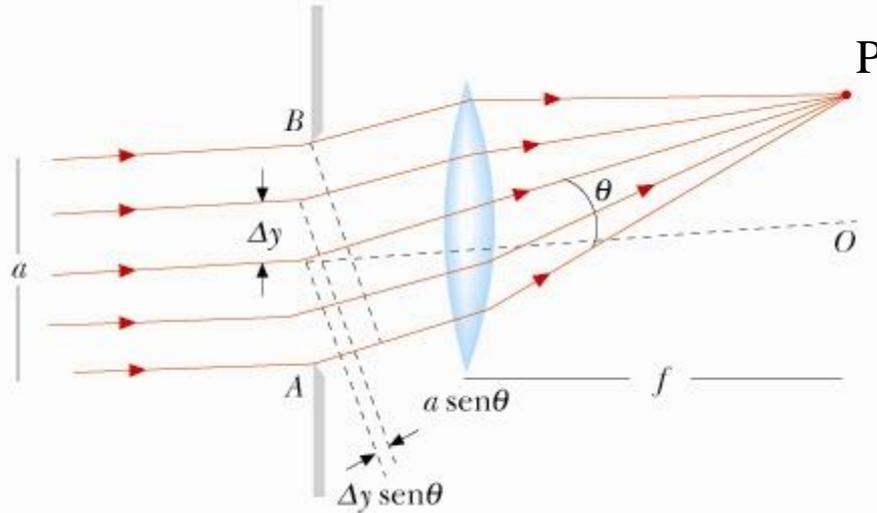


La diffrazione di Fraunhofer si realizza in laboratorio, quale che sia la situazione di partenza, con due lenti: la prima L_1 trasforma l'onda sferica proveniente da S in un'onda piana con fronte d'onda che contiene l'apertura, la seconda L_2 focalizza in un punto P i raggi provenienti dall'apertura secondo una stessa direzione.



Consideriamo un foro rettangolare praticato in uno schermo opaco, di larghezza a e lunghezza $L \gg a$, (fenditura rettilinea indefinita che si sviluppa ortogonalmente al disegno). Tale fenditura è illuminata da un'onda piana di lunghezza d'onda λ , con il fronte d'onda parallelo al piano contenente la fenditura. La figura di diffrazione di Fraunhofer è osservata su uno schermo C , posto nel piano focale di una lente convergente.

La figura è costituita da una frangia chiara (rossa in figura) centrale e di frange chiare laterali con intensità rapidamente decrescente allontanandosi dal centro, intervallate da frange scure.



Suddividiamo la fenditura in N «segmenti di fenditura» di larghezza:

$$\Delta y = \frac{a}{N}$$

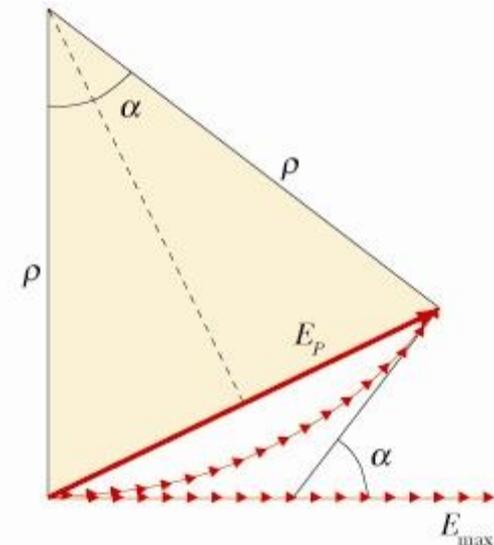
Ogni segmento, in base al principio di Huygens-Fresnel, funge da sorgente di onde secondarie. Ogni sorgente contribuisce con un campo elettrico E_i .

Nel punto P, la differenza di fase fra sorgenti consecutive è:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y \sin\theta$$

La differenza di fase totale sarà ovviamente:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$



Utilizzando il metodo dei fasori, l'ampiezza totale E_p del campo è data dalla lunghezza della corda che sottende l'arco di circonferenza di raggio ρ e angolo α :

$$E_p = 2\rho \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$$

L'arco di circonferenza, che corrisponde all'ampiezza massima, E_{max} , è:

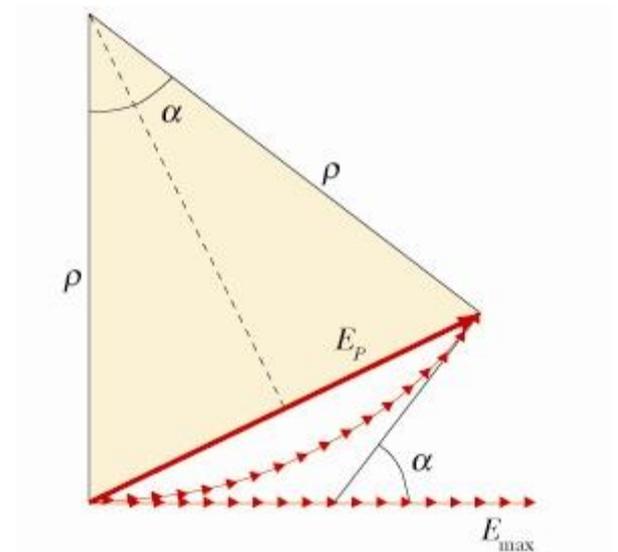
$$E_{max} = \rho\alpha$$

da cui:

$$E_p = 2\rho \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = 2 \frac{E_{max}}{\alpha} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$$

e infine:

$$E_p(\theta) = E_{max} \frac{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} = E_{max} \frac{\operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{\lambda} a \operatorname{sen} \theta \right)}{\frac{\pi}{\lambda} a \operatorname{sen} \theta}$$



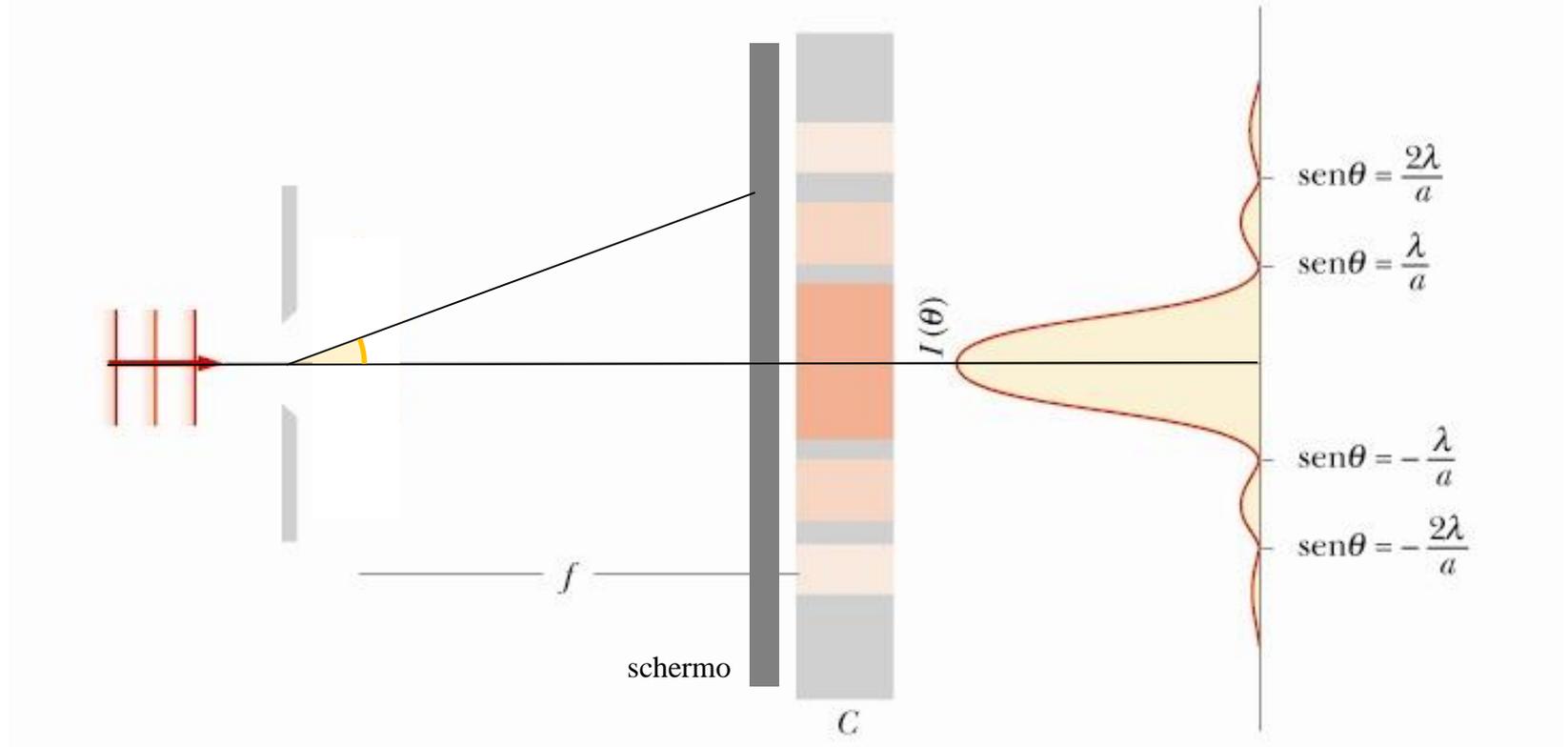
Oltre a quello centrale ci sono una serie di *massimi secondari che*, con buona approssimazione, si avranno quando il numeratore è pari a 1:

$$\frac{\pi}{\lambda} a \sin\theta = (2m' + 1) \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \sin\theta = (2m' + 1) \frac{\lambda}{2a} \quad (m' = 1, 2, \dots)$$

L'intensità relativa dei *massimi secondari* sarà:

$$\frac{I_p}{I_{max}} = \left(\frac{1}{(2m' + 1) \frac{\pi}{2}} \right)^2 \approx \frac{0.4}{(2m' + 1)^2}$$

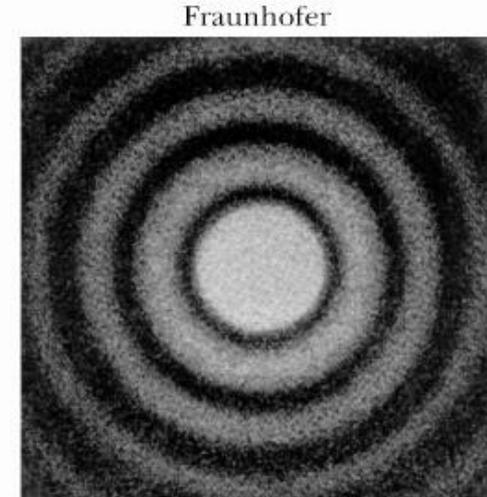
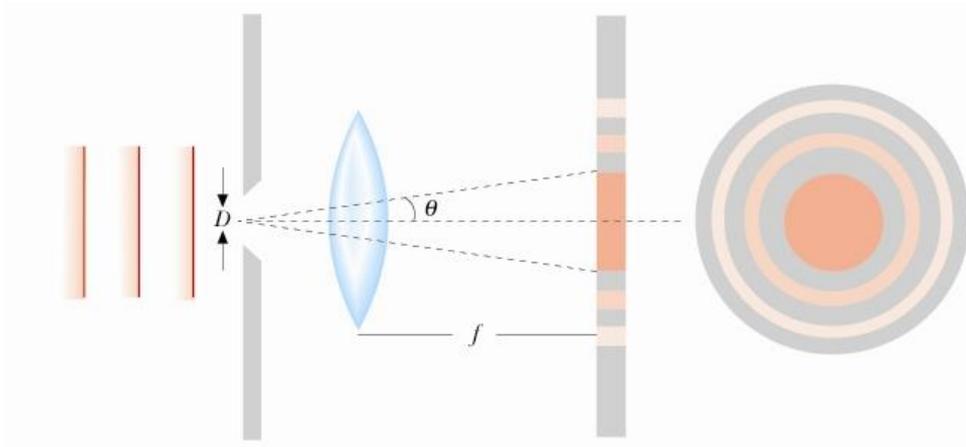
Come si può notare, $m=1$ fornisce $I_p=0.045I_{max}$. Quindi il primo massimo adiacente a quello centrale ha solo il 4.5% dell'intensità del *massimo centrale*. Si dimostra che la maggior parte della potenza (~80%) è concentrata nella *frangia centrale*, per cui si dice che questa rappresenta *l'immagine della fenditura*.



La larghezza (angolare) del *massimo centrale* e quindi dell'immagine della fenditura, è:

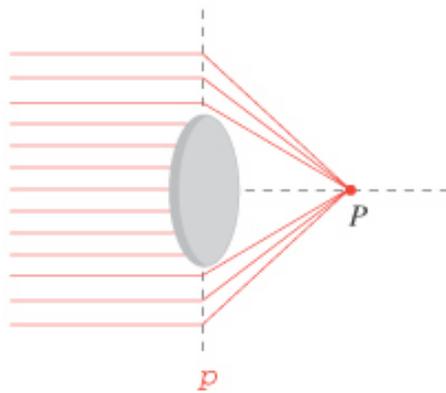
$$\Delta(\text{sen}\theta) = 2 \frac{\lambda}{a} \quad \xrightarrow{\text{angoli piccoli}} \quad \Delta\theta = 2 \frac{\lambda}{a}$$



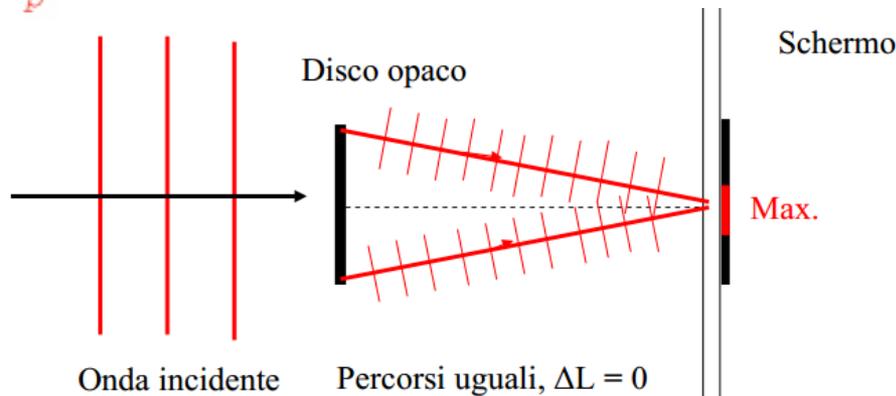
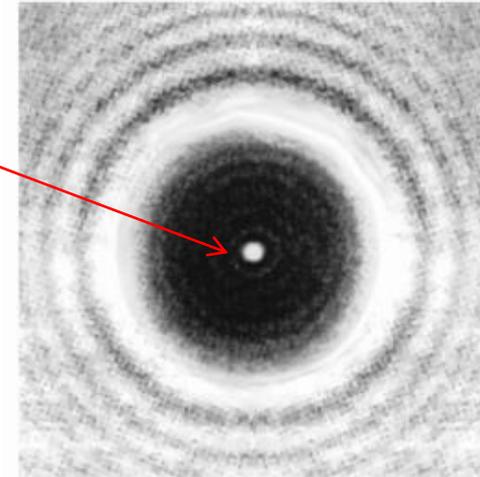


Primo minimo di intensità $\text{sen}\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

Se θ piccolo $\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$



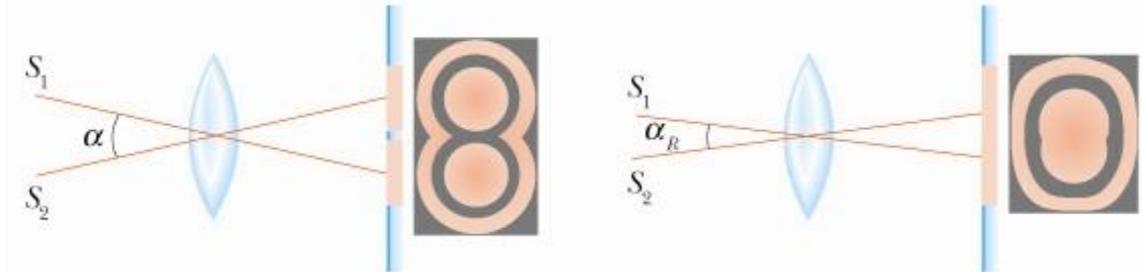
Punto luminoso di Poisson



Principio di Babinet

La figura di diffrazione prodotta da un corpo opaco è identica a quella di Fraunhofer prodotta da un'apertura "complementare" con la stessa forma e dimensione ad eccezione della direzione $\theta = 0$

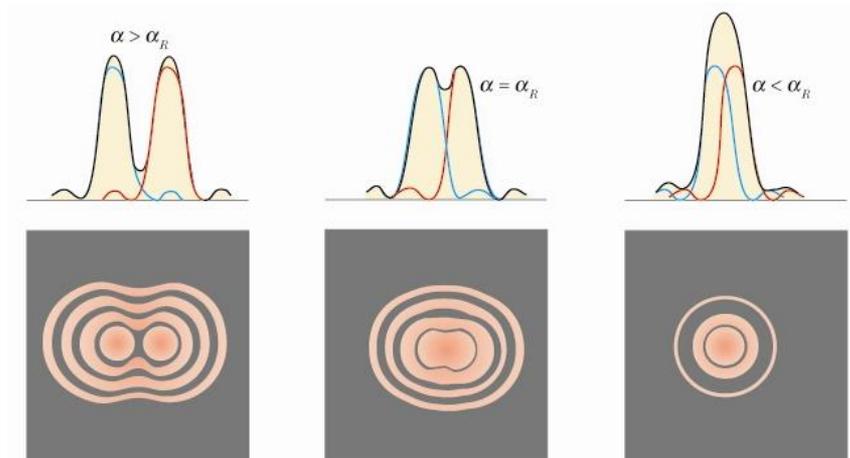
Il potere risolutivo è definito come il minimo angolo di separazione tra due onde piane le cui figure di diffrazione sono ancora visivamente separabili su uno schermo.



Il criterio di Rayleigh

Due figure di diffrazione sono risolvibili se come situazione limite il massimo centrale di una delle due cade sul primo zero dell'altra.

$$\alpha_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



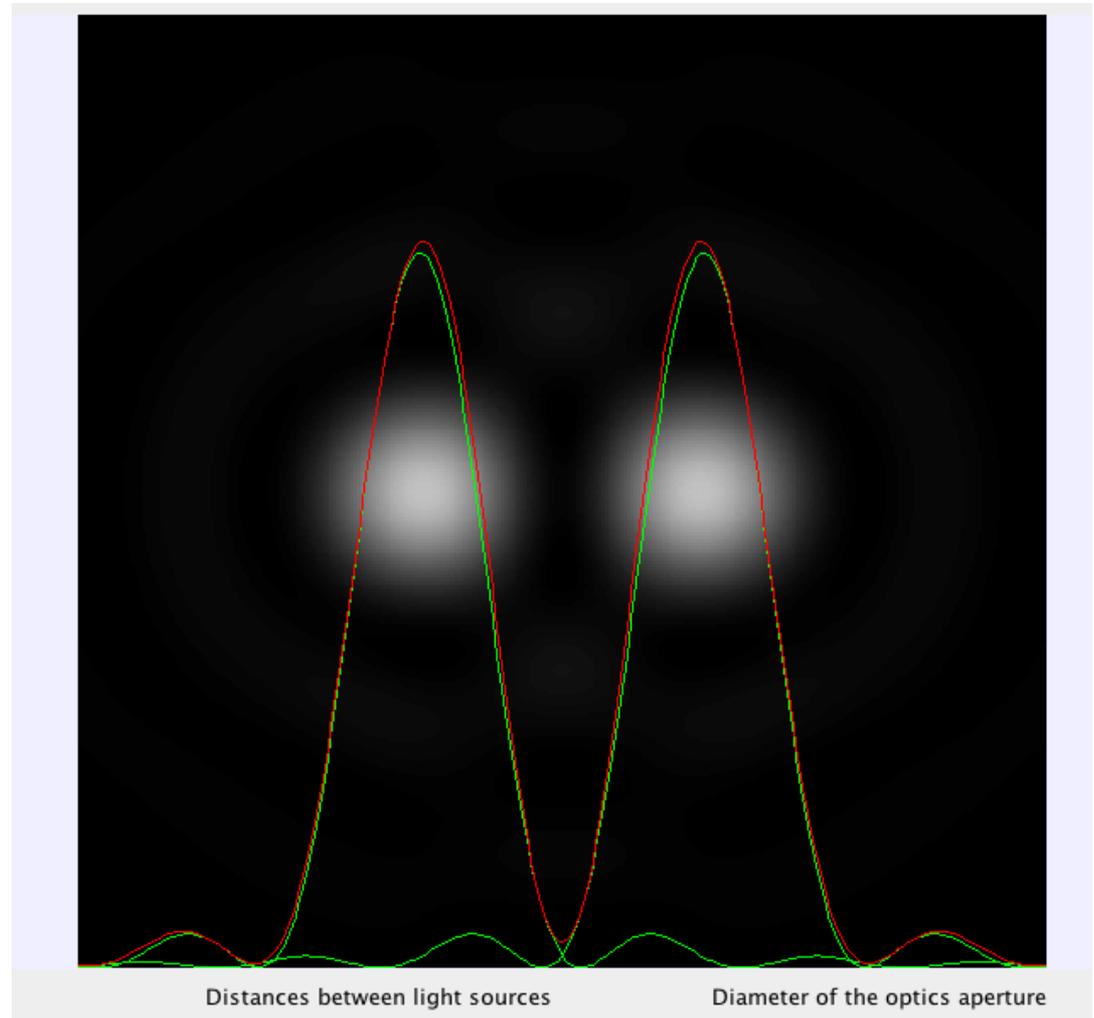
Potere risolutivo

$$\rho = 1 / \alpha_R$$

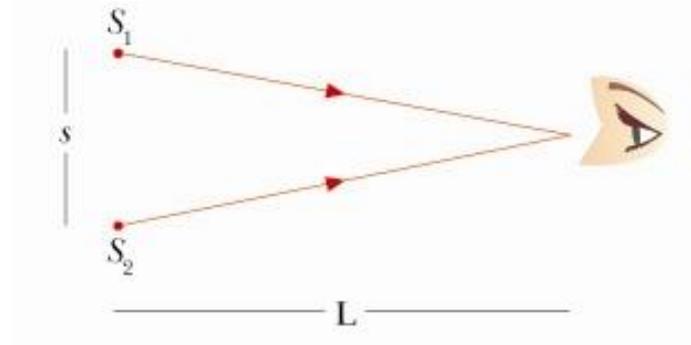
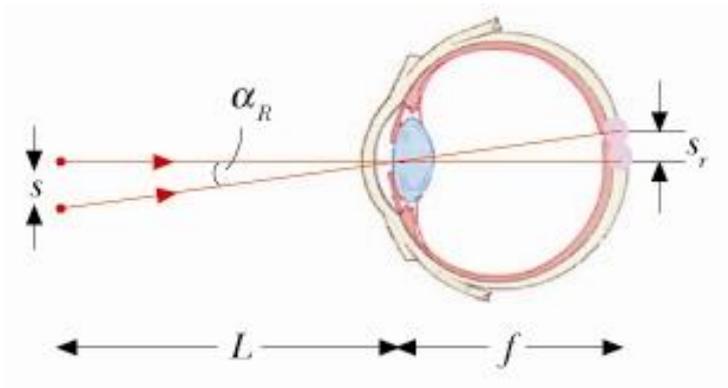
$$\alpha_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Potere risolutivo

$$\rho = 1 / \alpha_R$$



Potere risolutivo dell'occhio



$$\alpha_R = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Dimensione minima pupilla: $2 \text{ mm} < D < 8 \text{ mm}$

Ad una lunghezza d'onda: $\lambda = 0.55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$$0.84 \cdot 10^{-4} \text{ rad} < \alpha_R < 3.36 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Separazione minima fra due punti distinguibili su uno schermo a distanza $L = 25 \text{ cm}$

$$s = L\alpha_R = 84 \text{ }\mu\text{m}$$

Potere risolutivo del microscopio

$$s = f \alpha_R = 1.22 \lambda \frac{f}{D} = 0.61 \lambda \frac{f}{R}$$

angolo di accettazione obiettivo $\text{sen} \phi = \frac{R}{f}$

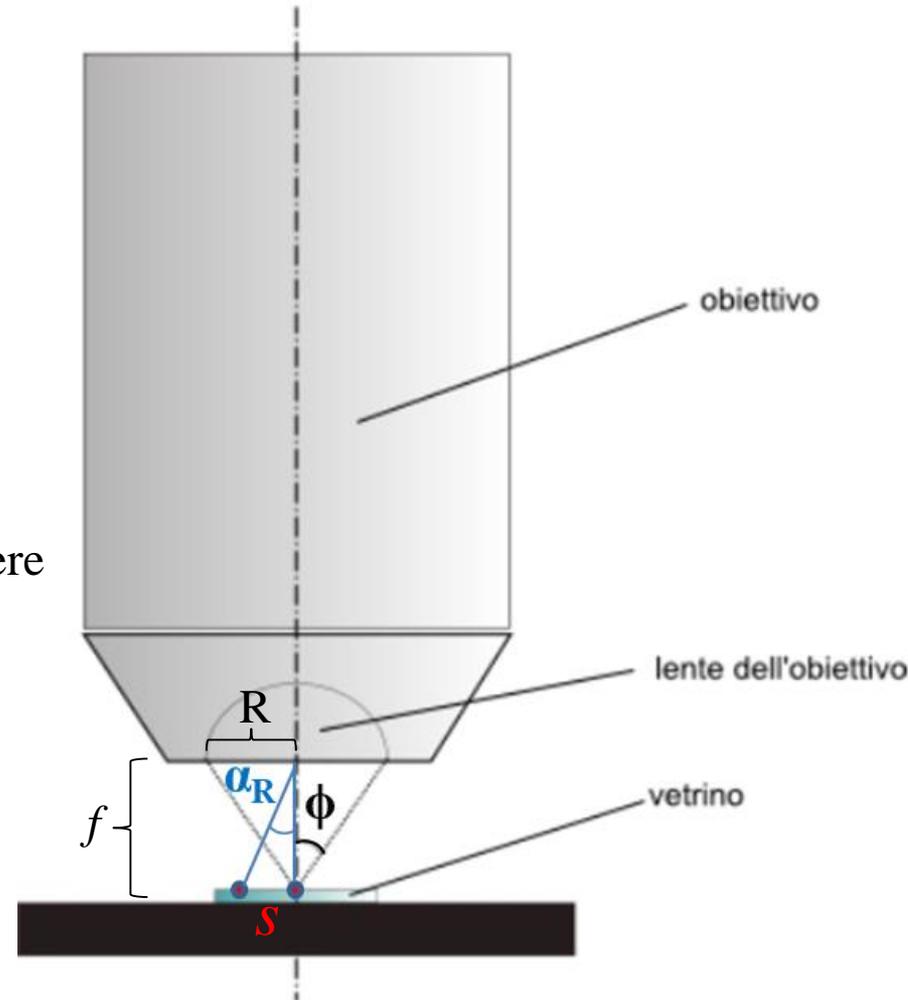
$$s = \frac{0.61 \lambda}{\text{sen} \phi} = \frac{0.61 \lambda_0}{n \text{sen} \phi} = \frac{0.61 \lambda_0}{A_n}$$

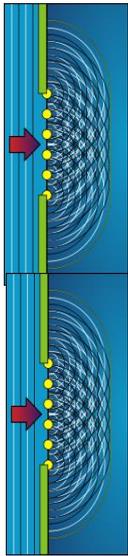
Con A_n apertura numerica del microscopio. Il potere risolutivo lineare è dunque

$$\rho_l = \frac{1}{s} = \frac{A_n}{0.61 \lambda_0}$$

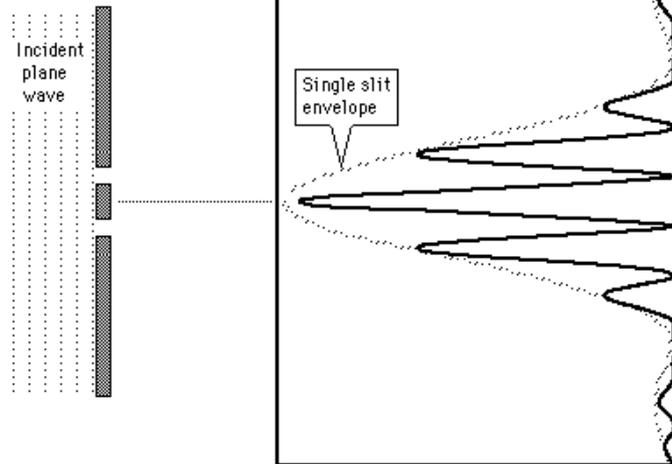
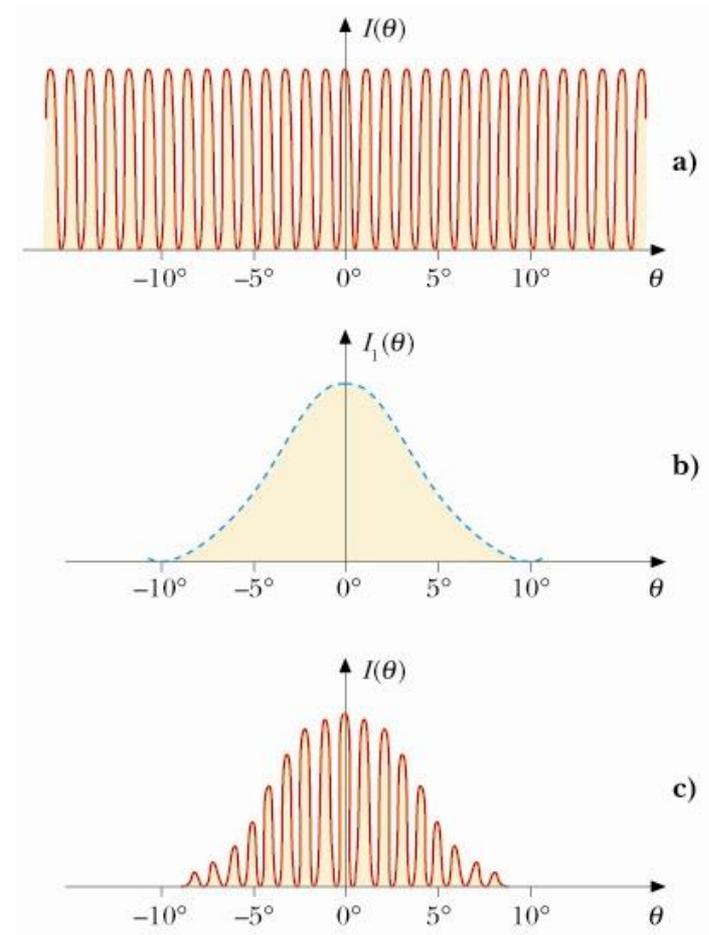
Valori tipici sono: $A_n = 1.4$, $\lambda_0 = 0.55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

$$s = 0.24 \mu\text{m}, \rho_l = 4.2 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

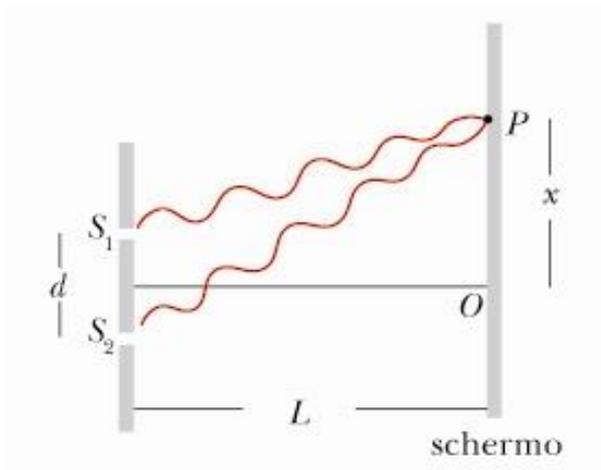




Larghezza della fenditura confrontabile con la lunghezza d'onda. Si sommano gli effetti dell'interferenza e della diffrazione



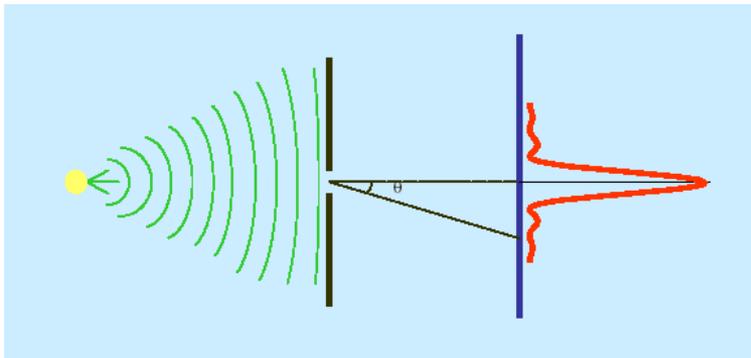
Ricordiamo che nel caso di interferenza da due fenditure



$$I_P = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

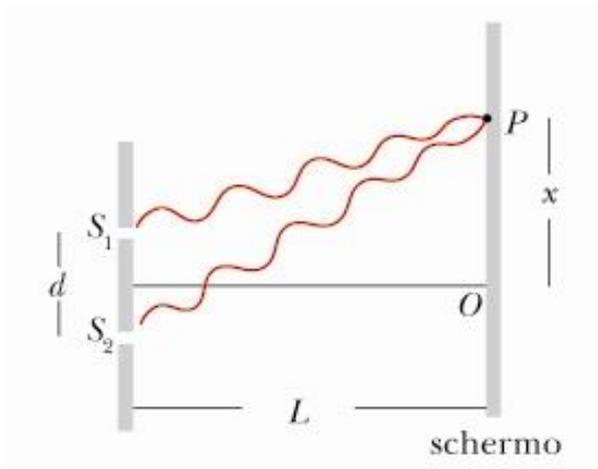
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

Mentre per la diffrazione

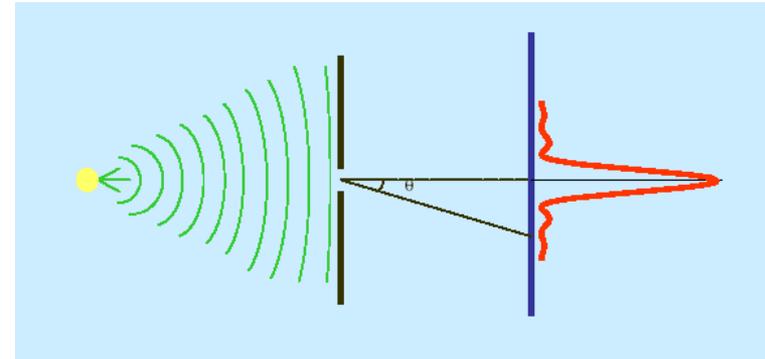


$$I_\theta = I_{Max} \left(\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$



+



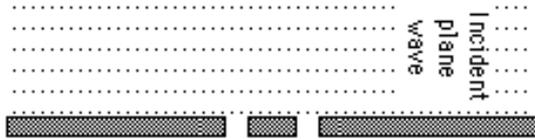
$$I_{\theta} = I_{Max} \left(\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}$$

Fattore diffrattivo

Fattore di interferenza

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

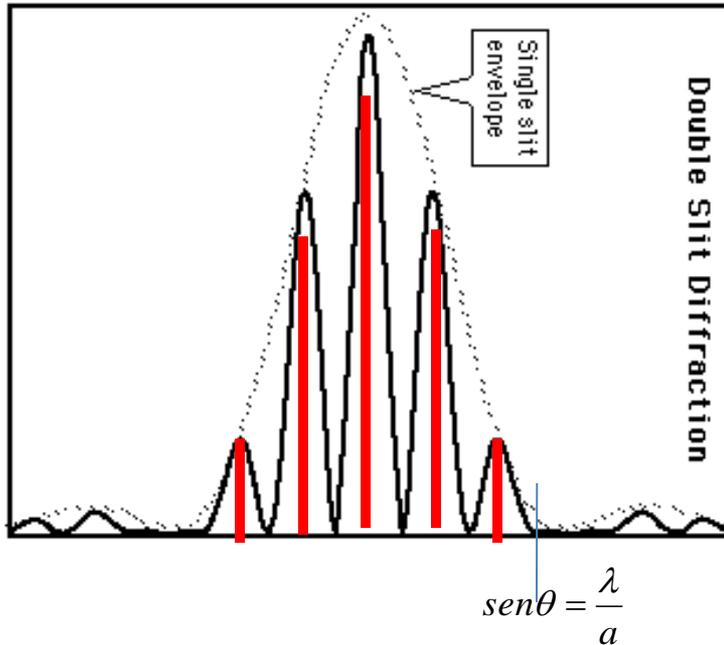


Primo minimo di diffrazione per

$$\text{sen}\theta = \frac{\lambda}{a}$$

Quindi vediamo distintamente solo le frange di interferenza per

$$\text{sen}\theta < \frac{\lambda}{a}$$



I massimi di interferenza si hanno per

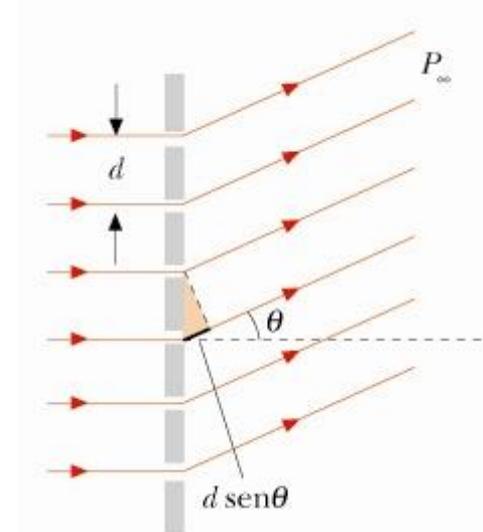
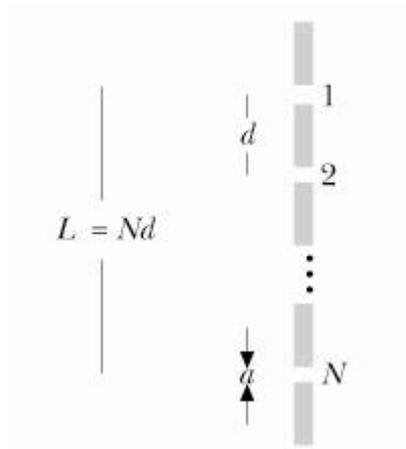
$$d \text{sen}\theta = m\lambda \quad \text{sen}\theta = \frac{m}{d} \lambda$$

$$\frac{m\lambda}{d} < \frac{\lambda}{a}$$

Quindi $m < \frac{d}{a}$

Sono visibili chiaramente solo le linee di ordine $m < d/a$

Reticolo di diffrazione



Per $\theta = 0$ tutte le onde emesse dalle N fenditure sono in fase

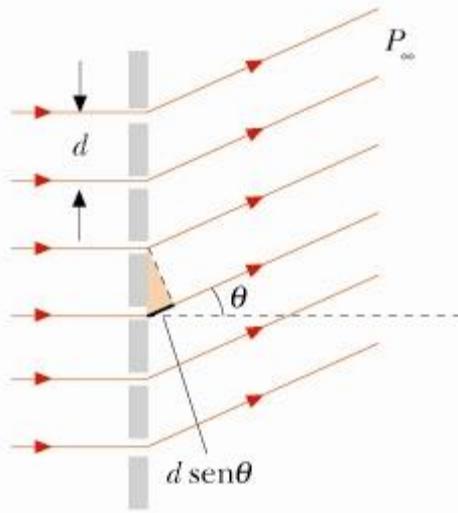
$$I_{\theta=0} = N^2 I_0$$

I_{max} è l'intensità emessa dalla singola fenditura a $\theta = 0$.

Altri massimi

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = 2\pi m$$

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{d}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$



Quanti massimi principali?

Solo interferenza	Interf. e diffrazione
$\sin\theta < 1 \quad m \leq \frac{d}{\lambda}$	$m < \frac{d}{a}$

$$I_{\theta} = I_{Max} \left(\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\frac{\alpha}{2}} \right)^2 \left(\frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \right)^2$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

Fattore diffrattivo

Fattore di interferenza

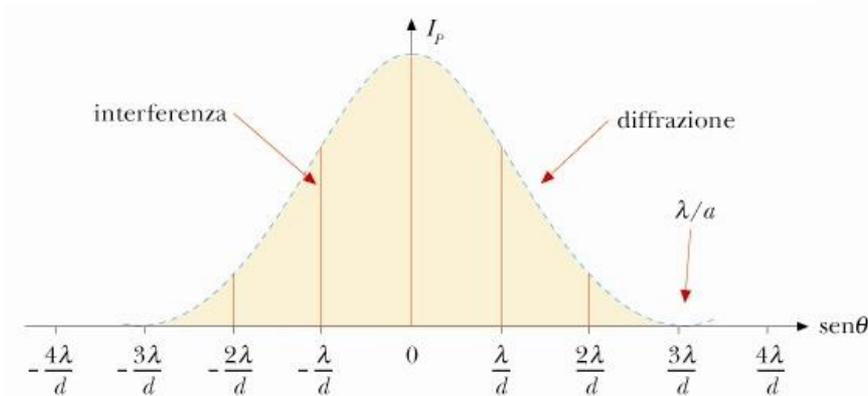
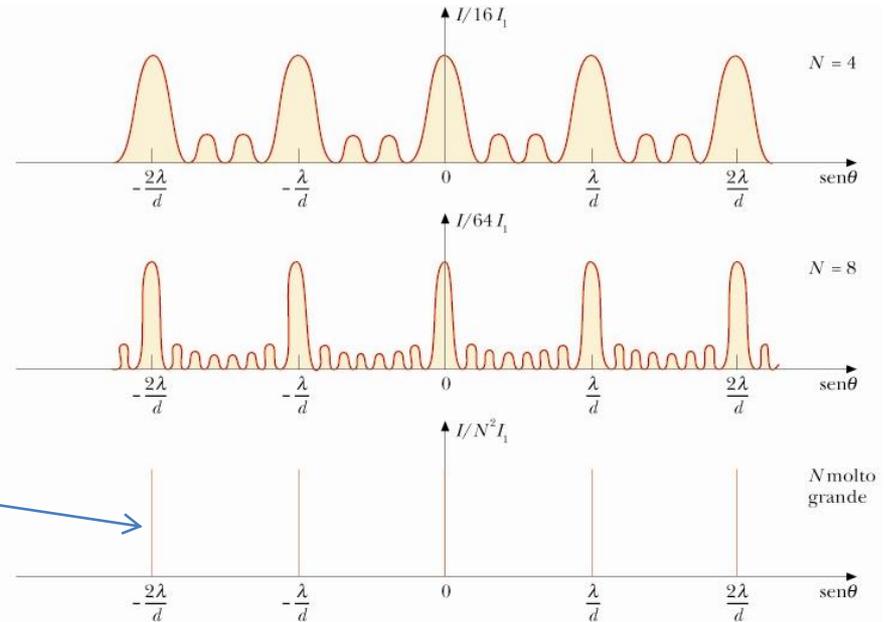
Larghezza angolare dei massimi principali

$$\Delta(\sin \theta) = \frac{2\lambda}{Nd}$$

Anche
$$\Delta\theta(\text{rad}) = \frac{2\lambda}{Nd \cos\theta}$$

Per piccoli angoli
$$\Delta\theta(\text{rad}) = \frac{2\lambda}{Nd}$$

Per N molto grande si hanno delle righe



Ma l'ampiezza delle righe è modulato dalla diffrazione. Il numero di massimi principali (oltre a quello centrale) effettivamente visibili è :

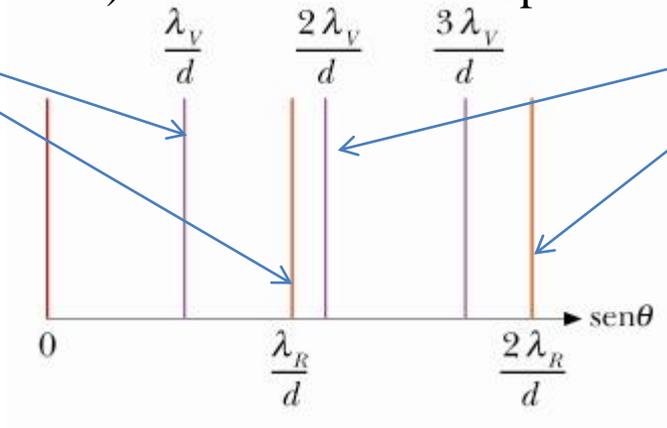
$$m' < d/a$$

Per luce non monocromatica

Spettro del primo ordine ($m = 1$)

Spettro del secondo ordine ($m = 2$)

Massimi principali

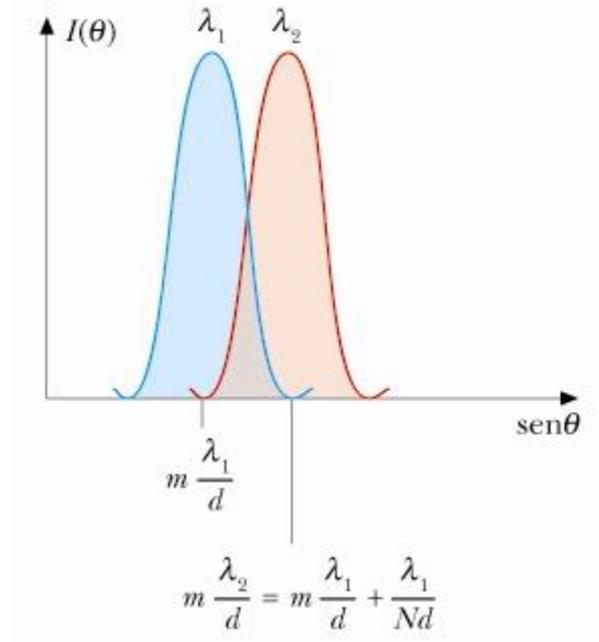


$$(\text{sen}\theta_{m,1})_{MAX} = m \frac{\lambda_1}{d}$$

$$(\text{sen}\theta'_{m,1})_{min} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd}$$

$$(\text{sen}\theta_{m,2})_{MAX} = m \frac{\lambda_2}{d}$$

$$(\text{sen}\theta'_{m,2})_{min} = m \frac{\lambda_2}{d} + \frac{\lambda_2}{Nd}$$



$$m \frac{\lambda_2}{d} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd}$$

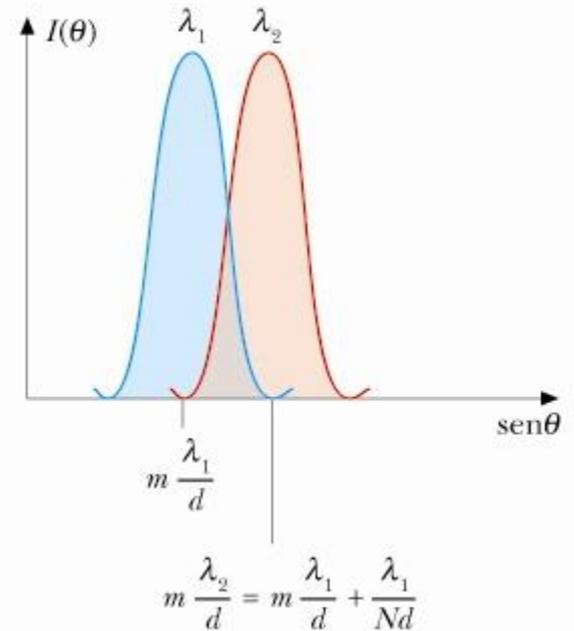


Per poter distinguere due lunghezze d'onda, si utilizza il criterio di Reyleigh:

$$m \frac{\lambda_2}{d} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd}$$

Dato che $\lambda_1 \sim \lambda_2 \sim \lambda$ e chiamando $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$

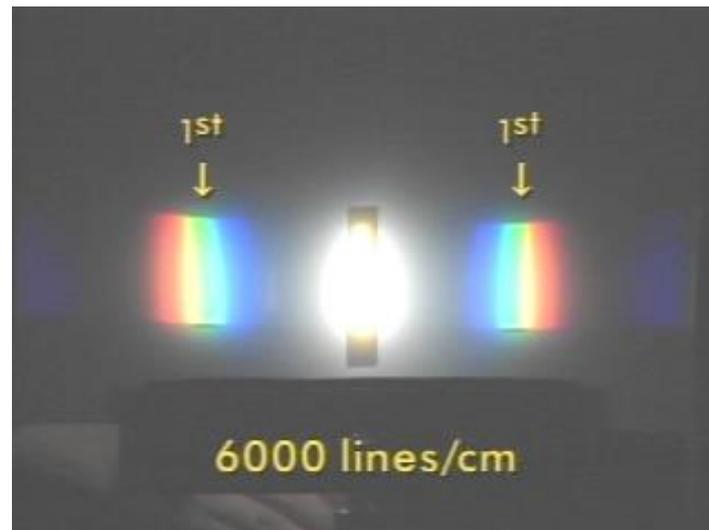
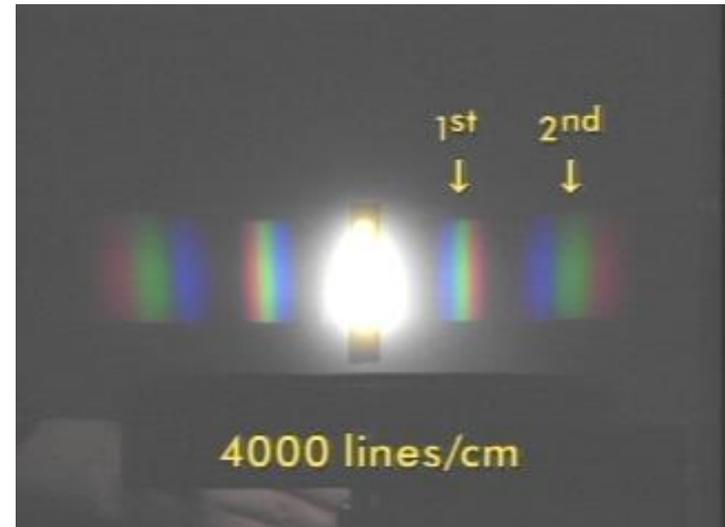
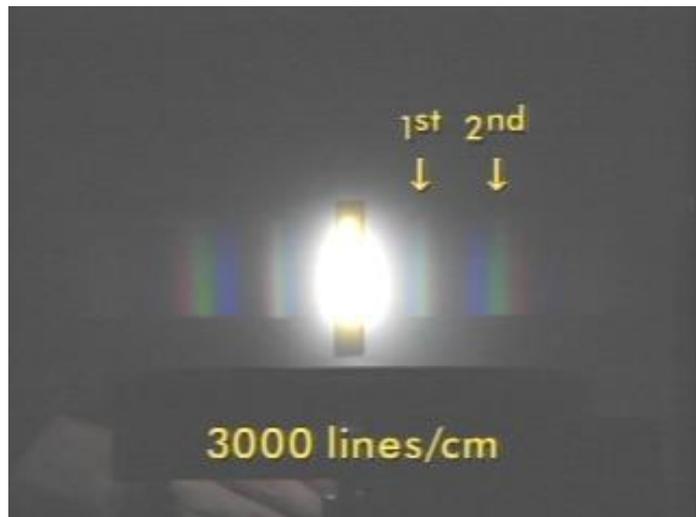
$$m \frac{\lambda_2}{d} = m \frac{\lambda_1}{d} + \frac{\lambda_1}{Nd} \quad \longrightarrow \quad m\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}$$

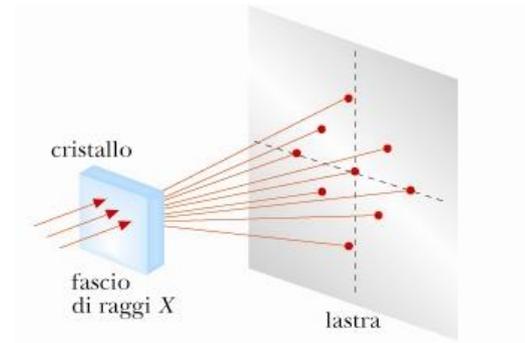
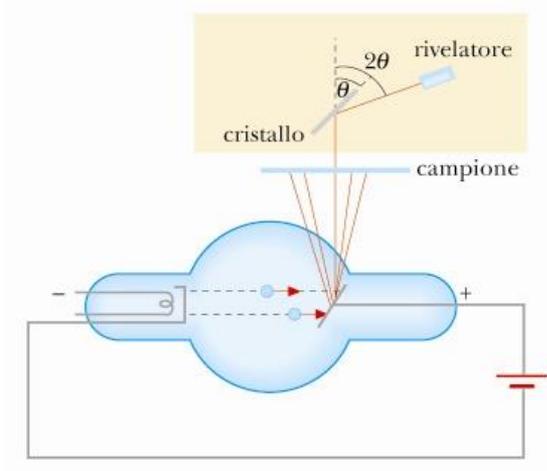


Si definisce *potere risolutivo* del reticolo all'ordine m :

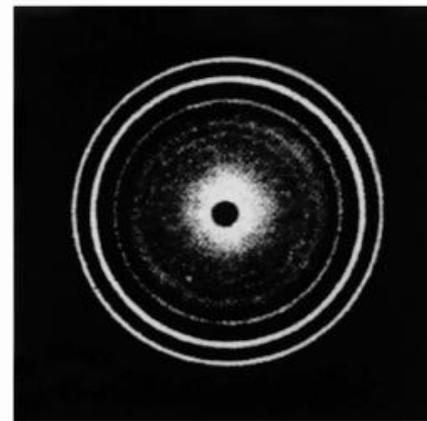
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

- **Proporzionale al numero totale delle fenditure**
- **Non dipende dal passo del reticolo!**



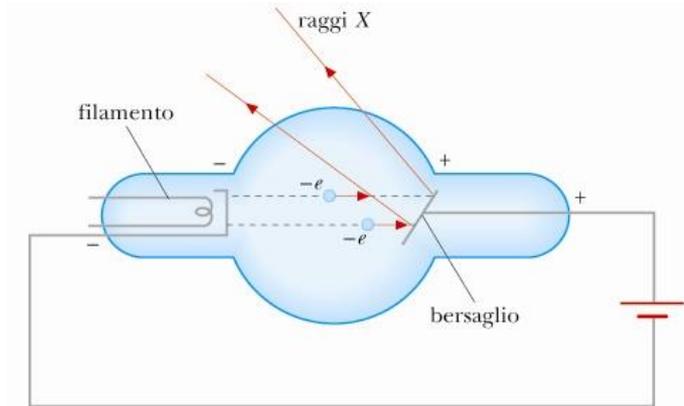


Diffrazione di Raggi X su cristallo di salgemma



Diffrazione di Raggi X su polvere cristallina

I raggi X vengono prodotti accelerando elettroni mediante una differenza di potenziale contro un bersaglio metallico



Un normale reticolo non riesce a discriminare le lunghezze d'onda dei raggi X ($\approx 1 \text{ \AA}$)

Se $d = 3 \mu\text{m}$

$$\theta = \arcsin(m \lambda / d) = 0.0019^\circ$$

I reticoli dei cristalli hanno invece $d \approx \lambda$

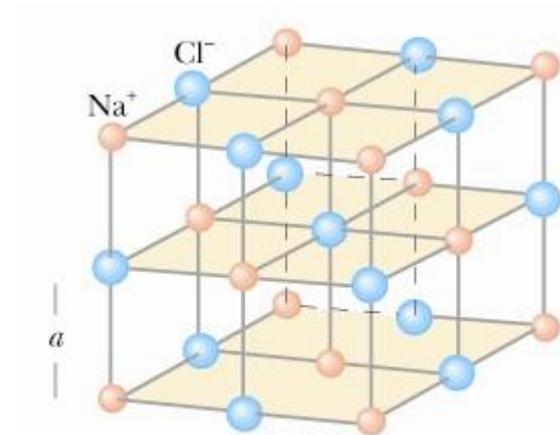
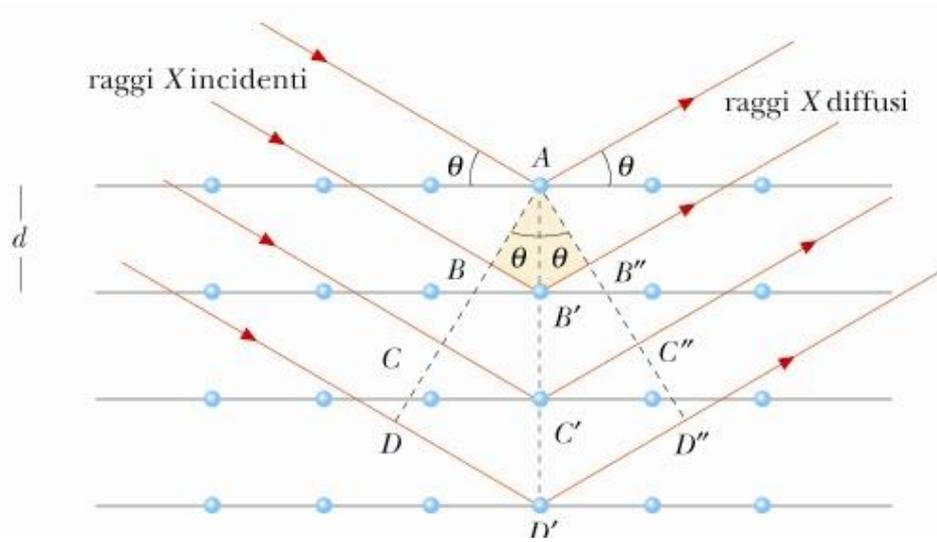


Figura 14.40

Schema della struttura di un cristallo di salgemma.

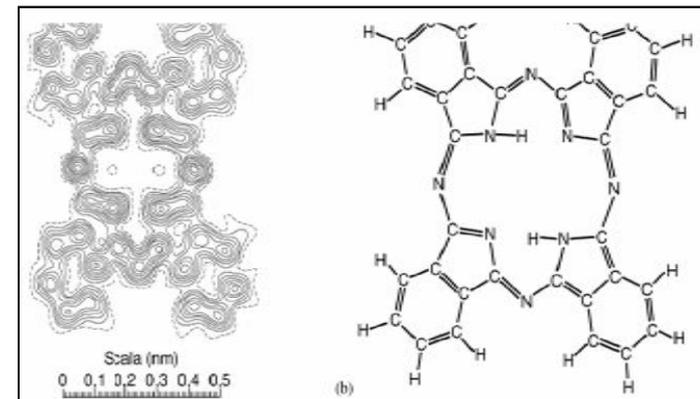


I piani determinati dagli atomi fungono da reticoli di diffrazione. I massimi soddisfano quindi:

$$2d \sin\theta = m\lambda$$

Il 2 proviene dal fatto che sia in entrata che in uscita c'è una differenza di cammino ottico.

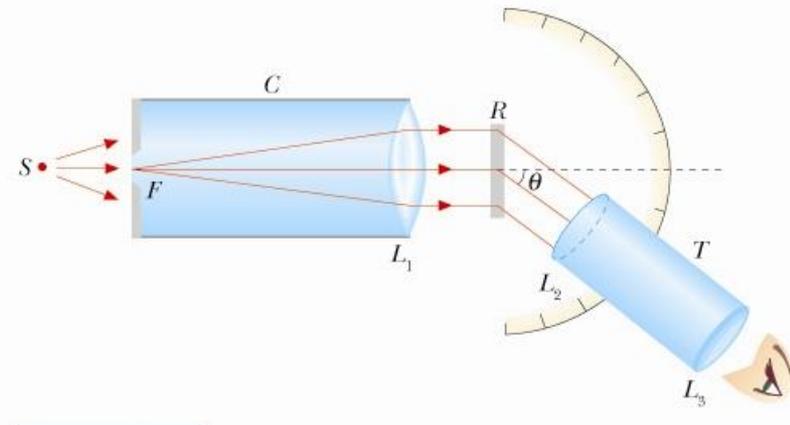
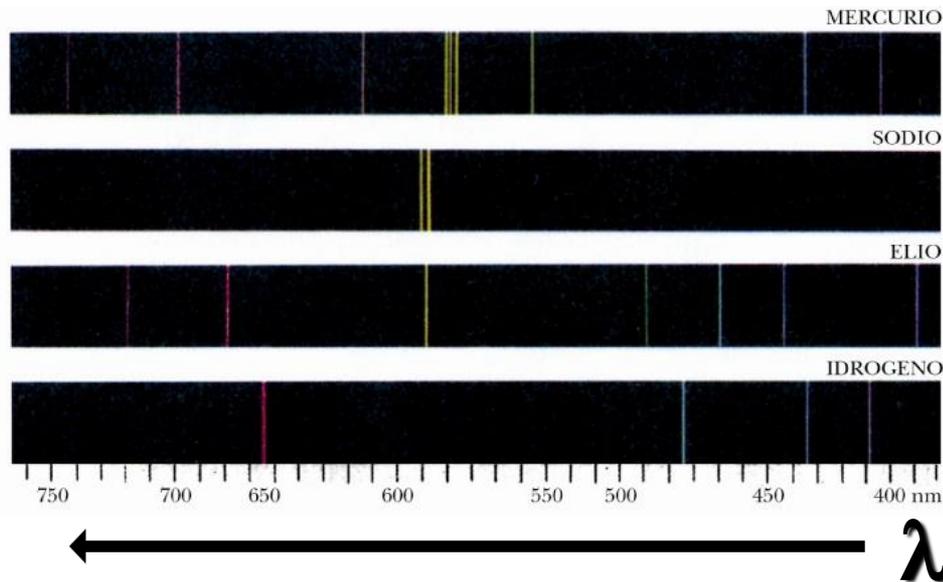
Usando un fascio di raggi X monocromatici e variando θ si può ricostruire la struttura di un cristallo. Es: flalocianina



Spettri di emissione

Quando un gas (in una lampada a scarica ad esempio) a bassa pressione è eccitato con scariche elettriche, emette radiazione di frequenza definita. Possiamo analizzare tale radiazione con un reticolo.

Ad ogni elemento corrisponde una precisa sequenza di linee.



Spettri di assorbimento

La regola di Kirchhoff stabilisce che ogni sostanza è in grado di assorbire le radiazioni che, nelle stesse condizioni è capace di emettere

Spettro della luce solare dovuto ad un corpo a $T \sim 6000$ con assorbimenti dovuti all'insieme degli elementi presenti sulla cromosfera (in figura due righe dell'idrogeno H_α H_β e il doppietto del sodio D_1 D_2)

