

Fisica Generale – Modulo A

Classe B

ESERCIZI DI RIEPILOGO

Dott.ssa Marilena Giglio

marilena.giglio@poliba.it

Problema R.1

Un pallone di massa $m = 500$ g viene calciato con una velocità iniziale v_0 che forma un angolo $\alpha = 30^\circ$ con il suolo. Calcolare il valore di v_0 affinché il pallone, quando raggiunge la massima distanza dal suolo, colpisca la traversa della porta alta $h = 2,4$ m e distante $l = 11$ m dal dischetto.

Soluzione:

$$v_0 = 13,7 \frac{m}{s}$$

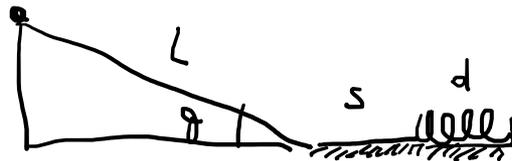
Problema R.2

Un oggetto di massa $m = 2 \text{ kg}$ viene lasciato cadere da fermo da un'altezza h lungo un piano inclinato liscio lungo $L = 1 \text{ m}$ e con inclinazione $\theta = 60^\circ$.

Dopo la discesa, l'oggetto si muove lungo un piano orizzontale scabro ($\mu_d = 0,2$) percorrendo una distanza $s = 85 \text{ cm}$.

Al termine di s , l'oggetto comprime una molla (lunghezza a riposo $d = 10 \text{ cm}$, costante elastica $k = 3 \text{ N/m}$) fino a fermarsi quando la molla è completamente compressa.

Determinare h .



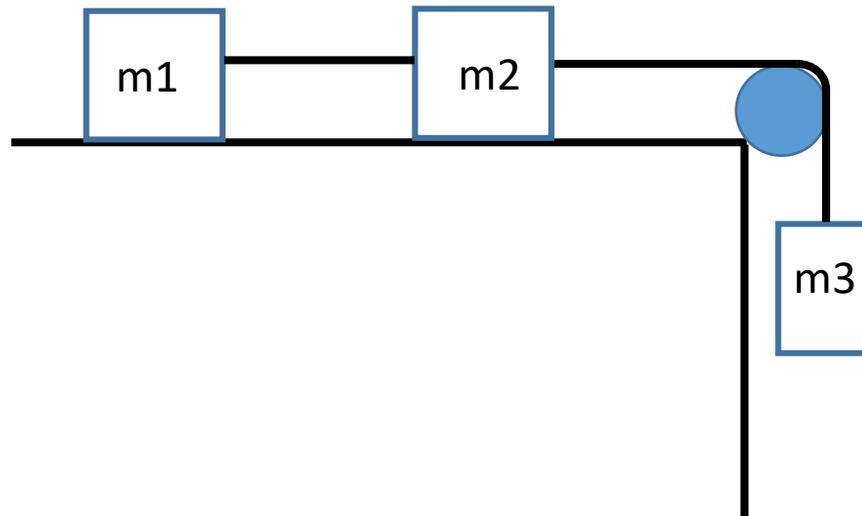
Soluzione:

$$h = 0,19 \text{ m}$$

Problema R.3

Gli oggetti in figura di massa $m_1 = 2 \text{ kg}$ e $m_2 = 4 \text{ kg}$ si muovono su un piano scabro con coefficiente di attrito dinamico rispettivamente $\mu_1 = 0,3$ e $\mu_2 = 0,6$.

- 1) Determinare il valore che deve possedere l'oggetto di massa m_3 affinché si muova con velocità costante e i valori delle tensioni delle corde.
- 2) Se la corda tra m_2 ed m_3 viene tagliata, la corda tra m_1 e m_2 resta tesa?



Soluzione:

1) $m_3 = 3 \text{ kg}$

$T_1 = 5,88 \text{ N}$

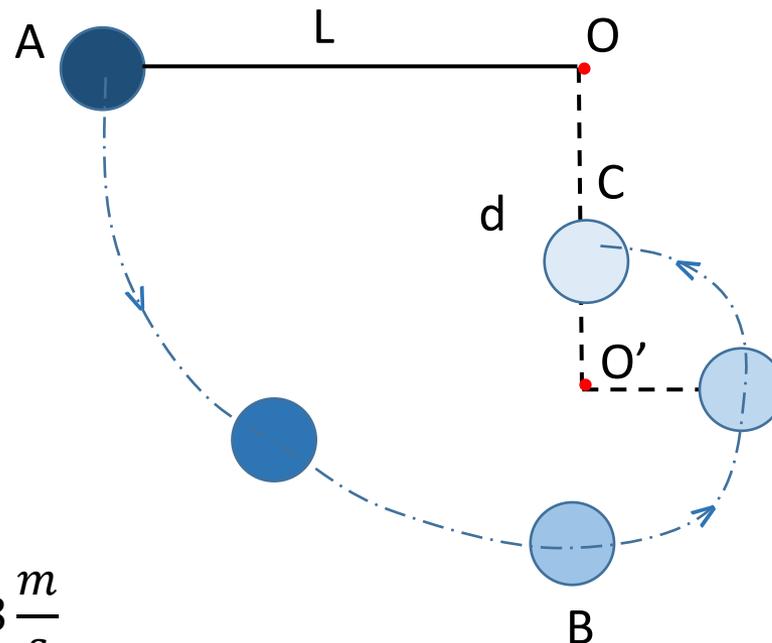
$T_2 = 29,4 \text{ N}$

2) no

Problema R.4

Una massa $m=25$ kg collegata all'estremo di un filo di lunghezza $L=50$ cm e massa trascurabile fissato al perno in O , è lasciata cadere dalla posizione A in cui il filo è orizzontale.

A distanza d dal perno, si trova un chiodo fisso O' . Determinare la velocità posseduta da m quando passa per il punto B e quanto deve valere d affinché la massa si fermi nel punto C ?

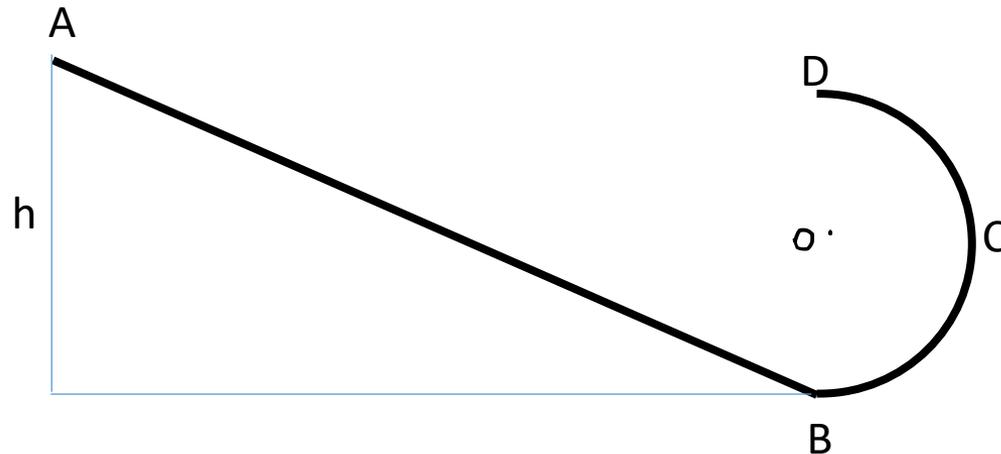


Soluzione:

$$v_B = 3,13 \frac{m}{s}$$
$$d = 0,25 m$$

Problema R.5

Un oggetto di massa $m=3$ kg è lasciato scivolare da un'altezza h lungo una pista inclinata di 35° nel tratto AB, lungo 2 m, e circolare verticale di raggio $R= 1,5$ m, nel tratto BD. Trovare: a) il valore di h , affinché la massa non perda contatto in D; b) il valore della forza risultante in C, c) il valore di h se l'oggetto è un disco di raggio $r=5$ cm.



Soluzione:

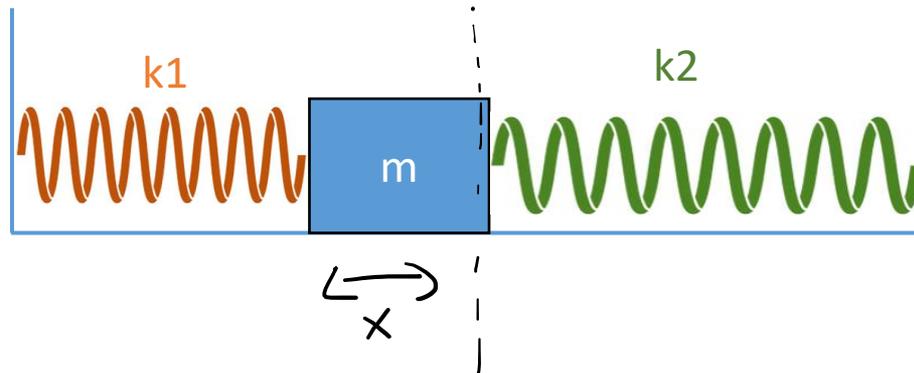
a) $h = 3,75$ m

b) $R_C = 93$ N, $\theta = 19^\circ$

c) $h = 4,125$ m

Problema R.6

Un corpo di massa $m=600$ g è collegato a due molle di costanti elastiche rispettivamente $k_1=100$ N/m e $k_2=50$ N/m, aventi uguale lunghezza a riposo $L=12$ cm. Si determini il periodo di oscillazione di m quando viene spostato di ~~una~~ ~~viene spostato di~~ una distanza x rispetto alla posizione in quiete.



Soluzione:

$$T = 0,4 \text{ s}$$

Problema R.7

Due cubetti di massa $m_1=200\text{ g}$ e $m_2=100\text{ g}$ sono collegati mediante due funi ideali ad una carrucola di massa $m=2\text{ kg}$ e raggio $R=16\text{ cm}$, sospesa nel suo centro di massa O . Si determini il modulo delle tensioni e l'accelerazione con cui si muovono i cubetti.

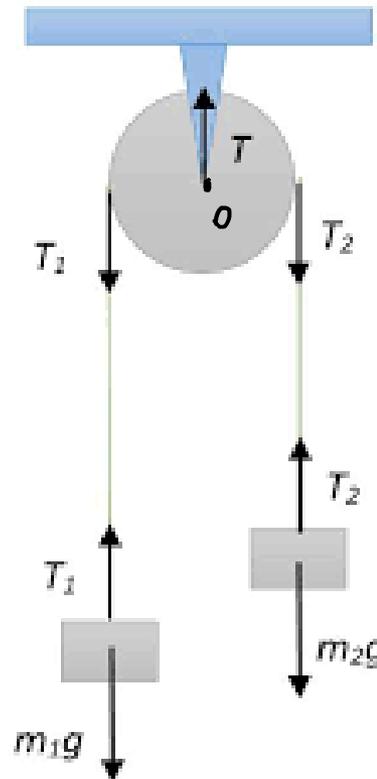
Soluzione:

$$a = 0,75\text{ m/s}^2$$

$$T_1 = 1,8\text{ N}$$

$$T_2 = 1,1\text{ N}$$

$$T = 22,5\text{ N}$$



Problema R.8

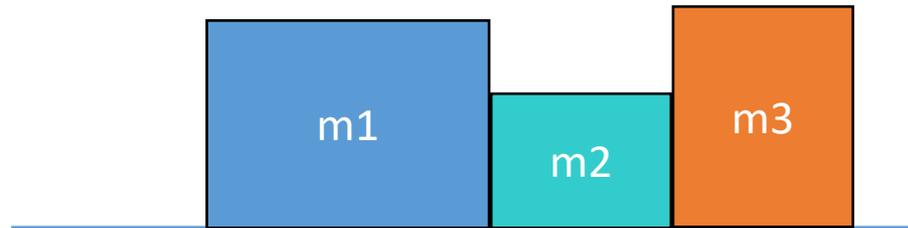
Un pacco di massa $m = 2 \text{ kg}$ scivola su una superficie orizzontale con velocità $v_1 = 4 \text{ m/s}$. Ad un certo istante incontra una molla e la comprime fino ad arrestarsi momentaneamente. Dal punto in cui la massa tocca la molla, il piano è scabro ed esercita una forza di attrito di modulo 15 N . La costante elastica della molla vale 10000 N/m . Determinare di che lunghezza d si comprime la molla per arrestare il pacco.

Soluzione:

$d = 5,5 \text{ cm}$

Problema R.9

Gli oggetti in figura possiedono massa $m_1=700$ g, $m_2=200$ g, $m_3=400$ g. La forza $F=15$ N spinge l'oggetto di massa m_1 verso destra. Determinare l'accelerazione con cui si muovono gli oggetti e le forze di contatto. Cosa cambia se viene invece F spinge m_3 verso sinistra?



Soluzione:

$$a = 11,53 \text{ m/s}^2$$

$$F_{c1} = 6,92 \text{ N}$$

$$F_{c2} = 4,61 \text{ N}$$

$$a' = 11,53 \text{ m/s}^2$$

$$F'_{c1} = 8,1 \text{ N}$$

$$F'_{c2} = 10,38 \text{ N}$$

Problema R.10

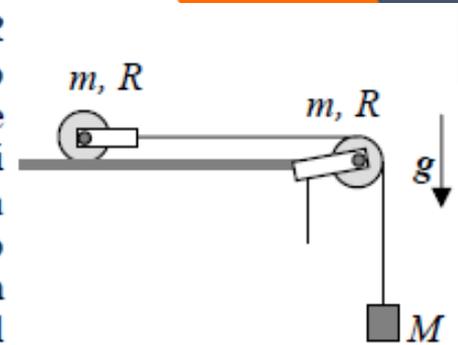
All'istante $t=0$ viene lasciato cadere un sasso da una rupe. Dopo $t=1,6\text{s}$ un altro sasso viene lanciato verso il basso con velocità 32 m/s . Entrambi i sassi arrivano insieme al suolo. Determinare l'altezza della rupe.

Soluzione:

$$h = 27,5\text{ m}$$

Problema R.11

Un rullo, costituito da un cilindro pieno **omogeneo** di massa $m = 5.0 \times 10^{-1}$ kg e raggio $R = 10$ cm, può muoversi di **rotolamento puro** (senza strisciamento) su un piano orizzontale scabro. Il rullo è dotato di un giogo, di massa trascurabile, che ne consente la rotazione (attorno al proprio asse) con attrito trascurabile; una fune inestensibile e di massa trascurabile è collegata al giogo. Dopo essere passata per la gola di una puleggia, costituita da un cilindro analogo al precedente che può ruotare senza attrito attorno al proprio asse, la fune termina con una massa $M = 1.0$ kg, libera di muoversi in direzione verticale (vedi figura). La fune non slitta sulla gola della puleggia. [Usate il valore $g = 9.8$ m/s² per il modulo dell'accelerazione di gravità]



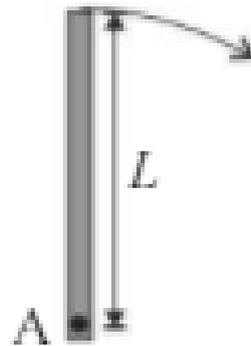
- Inizialmente il rullo è tenuto fermo da una causa esterna che poi viene rimossa ed il rullo si mette quindi in movimento. Quanto vale la velocità v_{CM} che possiede il suo centro di massa dopo uno spostamento $\Delta s = 5.0$ m? [Si intende che si deve dare una risposta tenendo conto della condizione di rotolamento puro del rullo e del fatto che la fune non slitta sulla puleggia]
- Quanto vale la forza di attrito F_A che si esercita tra piano orizzontale e rullo in condizioni di rotolamento puro?

Soluzione:

$$v_{CM} = 7 \frac{m}{s}$$
$$f_s = 1,2 N$$

Problema R.12

Un'asta rettilinea omogenea, di lunghezza L , è incernierata senza attrito ad un suo estremo A. L'asta viene lasciata cadere da ferma dalla posizione verticale di equilibrio instabile, come mostrato in figura. Si calcoli la velocità angolare istantanea dell'asta quando essa transita dalla posizione verticale di equilibrio stabile.

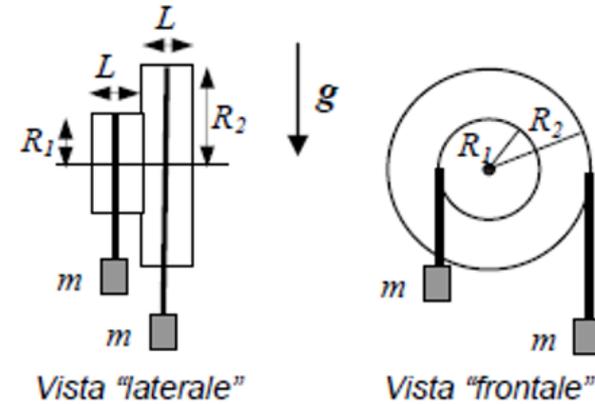


Soluzione:

$$\omega = \sqrt{\frac{6g}{L}}$$

Problema R.13

Una puleggia “a doppio raggio” è costituita da due dischi pieni, di raggio $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 2R_1$, liberi di ruotare senza attrito attorno al loro asse (parallelo al suolo) rimanendo solidali fra loro. I due dischi hanno lo stesso spessore $L = 5.0$ cm, e sono fatti dello stesso materiale solido omogeneo; il disco di raggio R_1 ha massa $M_1 = m = 10$ kg, mentre la massa del disco di raggio R_2 è M_2 (incognita). Attorno ai due cilindri sono avvolte due funi inestensibili di massa trascurabile, che entrambe sono attaccate a due blocchetti (puntiformi) di massa $m = 10$ kg liberi di muoversi in direzione verticale. La figura rappresenta le viste “laterale” e “frontale” del sistema. [Nella soluzione supponete che le funi non slittino sulla superficie laterale dei dischi e usate $g = 9.8$ m/s² per l’accelerazione di gravità]



- a) Quanto vale il modulo della tensione T_2 della corda avvolta sul cilindro 2?

$$T_2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \text{ N}$$

- b) **Supponete** ora che a un certo istante tutto il sistema si trovi fermo e che in questo stesso istante la fune 2 venga tagliata: il blocchetto che vi era attaccato cade in terra “per conto suo”, mentre il blocchetto attaccato alla fune 1 comincia a scendere facendo ruotare la puleggia. Quanto vale il modulo v della velocità del blocchetto quando questo è sceso di un tratto $\Delta h = 10$ cm rispetto alla posizione di partenza?

$$v = \dots\dots\dots \sim \dots\dots\dots \text{ m/s}$$

Soluzione:

$$T_2 = 83,48 \text{ N}$$

$$v = 0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Per conseguire la piena valutazione di ciascuna prova è indispensabile indicare correttamente e ordinatamente tutti i passaggi e calcolare le quantità richieste. La prova è superata se si consegue una votazione ≥ 18 e si risponde in modo corretto e argomentato ad almeno un quesito.

P1 Un'automobile frena bruscamente bloccando le ruote e scivolando sull'asfalto, lasciando delle strisce di pneumatico sull'asfalto lunghe **8,4 m** e con una decelerazione di **11,4 m/s²**. L'automobile superava il limite di **50 km/h** nel momento in cui ha cominciato a frenare?

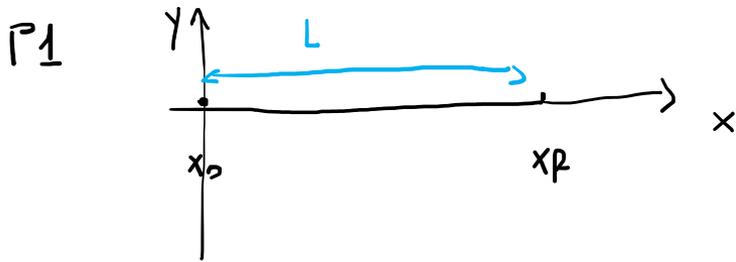
P2 Un blocco di massa **m = 4,5 kg** si muove su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito dinamico **$\mu_d = 0,17$** . Inizialmente il blocco ha velocità **v₀ = 9,0 m/s** e si trova ad una distanza **d = 2,3 m** da una molla ideale di costante elastica **k = 111 N/m**. Si calcoli la velocità **v_d** del blocco un istante prima di impattare con la molla e la massima compressione della molla.

P3 Una massa **m = 2,8 kg** è appesa ad una puleggia cilindrica (**M = 23 kg, R = 0,4 m**) mediante una fune ideale che si avvolge senza slittare attorno alla puleggia. La puleggia è libera di ruotare senza attrito attorno al suo centro. All'istante iniziale, la massa m viene lasciata cadere da **ferma**, mettendo in rotazione la puleggia. Determinare la velocità angolare **ω** di rotazione della puleggia dopo che la massa m è scesa di un tratto **h = 2,9 m**.

Q1 Due masse **m₁** e **m₂ = 2 m₁** vengono sparate con la stessa velocità, quanto vale **E_{k,1}/E_{k,2}** ?

Q2 Un uomo è a braccia conserte su uno sgabello rotante. Cosa accade se allarga le braccia?

Q3 Descrivere il moto di una pallina di massa m attaccata ad una fune ideale lunga L vincolata ad un perno all'altro estremo e spostata dalla posizione di fune verticale di un piccolo angolo α . Da quali grandezza dipende il periodo di oscillazione?



$$L = 8,4 \text{ m}$$

$$|a| = 11,4 \text{ m/s}^2$$

$$v_f = 0$$

$$v_i > 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} ?$$

$$50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{3,6 \cdot 10^3 \text{ s}} = 13,89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_0 = 0$$

$$t_0 = 0$$

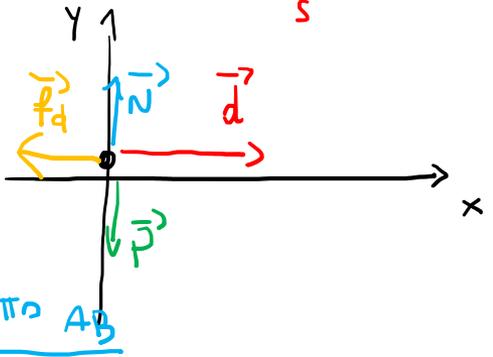
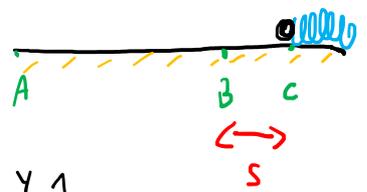
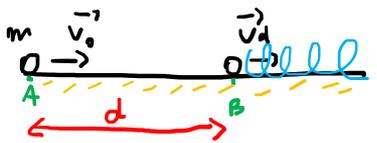
$a \rightarrow -a$ (DECELERAZIONE)

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2} a(t-t_0)^2 \\ v(t) = v_0 + a(t-t_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 - a t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t_f) = L \\ v(t_f) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L = v_0 t_f - \frac{1}{2} a t_f^2 \\ 0 = v_0 - a t_f \end{cases} \rightarrow \begin{cases} L = v_0 \frac{v_0}{a} - \frac{1}{2} \cancel{a} \frac{v_0^2}{\cancel{a^2}} \\ t_f = \frac{v_0}{a} \end{cases} \Rightarrow L = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \Rightarrow \Rightarrow L = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 2aL \Rightarrow v_0 = \sqrt{2aL} = \sqrt{2 \cdot 11,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8,4 \text{ m}} = \sqrt{191,52 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 13,84 \frac{\text{m}}{\text{s}} < 13,89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

P2



a)

L' >
TRATTO AB

$$m = 4,5 \text{ kg}$$

$$\mu_d = 0,17$$

$$v_0 = v_A = 9,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$d = 2,3 \text{ m}$$

$$K = 111 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 111 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{m}} = 111 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

a) $v_d = ? = v_B$

b) $s = ?$

$$y: N - P = 0 \Rightarrow N = P = mg$$

$$f_d = \mu_d N = \mu_d mg$$

L'en. mecc. NON si conserva =>

$$\Rightarrow W_{\text{diss}} = \Delta E_m \Rightarrow$$

$$W_{\text{diss}, AB} = E_{m,B} - E_{m,A}$$

$$W_{\text{diss}} = \vec{f}_d \cdot \vec{d} = -\mu_d mg d$$

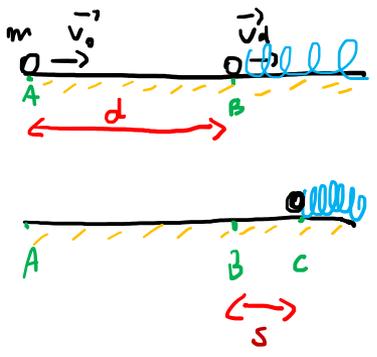
$$\Delta E_{m,AB} = (E_{p,B} + E_{k,B}) - (E_{p,A} + E_{k,A}) = \frac{1}{2} m v_d^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Rightarrow -\mu_d mg d = \frac{1}{2} m v_d^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow -2 \mu_d g d = v_d^2 - v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_d^2 = v_0^2 - 2 \mu_d g d \Rightarrow v_d = \sqrt{v_0^2 - 2 \mu_d g d} = \sqrt{81,0 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 2 \cdot 0,17 \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,3 \text{ m}} =$$

$$= \sqrt{73,34 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 8,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

P2



$m = 4,5 \text{ kg}$
 $\mu_d = 0,17$

$v_0 = v_A = 9,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $d = 2,3 \text{ m}$

$K = 111 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 111 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{m}} = 111 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$

a) $v_d = ? \Rightarrow v_B = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 b) $s = ?$

b) → TRATTO BC

$W_{\text{diss}, BC} = \Delta E_{m, BC}$



$W_{\text{diss}, BC} = -\mu_d m g s$

$\Delta E_{m, BC} = (E_{p, c} + E_{p_{el}, c} + E_{k, c}) - (E_{p, b} + E_{p_{el}, b} + E_{k, b})$

• $E_{p_{el}, b} = 0$

• $E_{k, c} = 0$ poiché MASSIMA COMPRESIONE $\Leftrightarrow v_c = 0$

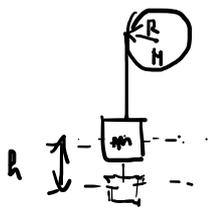
$\Rightarrow \Delta E_{m, BC} = \frac{1}{2} k s^2 - \frac{1}{2} m v_d^2$

$\Rightarrow -\mu_d m g s = \frac{1}{2} k s^2 - \frac{1}{2} m v_d^2 \Rightarrow k s^2 + 2 \mu_d m g s - m v_d^2 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = \mu_d^2 m^2 g^2 + k m v_d^2 = (0,17)^2 (4,5)^2 \text{ kg}^2 (9,8)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^4} + 111 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} 4,5 \text{ kg} (0,6)^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 37059 \text{ kg}^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^4}$

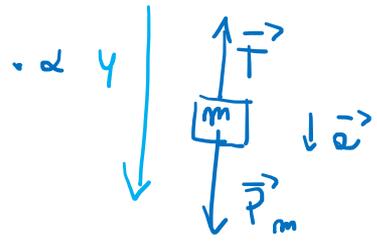
$s_{1/2} = \frac{-\mu_d m g \mp \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{k} = \begin{cases} - \dots - \text{NON ACCETTABILE} \\ - \dots + \dots = 1,67 \text{ m} \checkmark \end{cases}$

P3

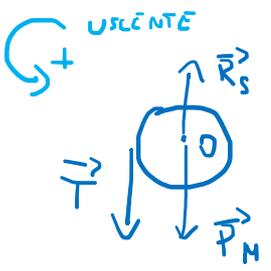


$m = 2,8 \text{ kg}$ $v_i = 0$
 $M = 23 \text{ kg}$ $h = 2,9 \text{ m}$
 $R = 0,4 \text{ m}$ $\omega_f = ?$

$\omega_f = \alpha t$



$\sum_i \vec{F}_i = m \vec{a}$
 $-T + P_m = m a \Rightarrow -T + m g = m a$



$[\vec{R}_S : \text{REAZIONE VINCOLARE SUPPORTI}]$
 $\sum \vec{M}_O^{(L)} = I_O \vec{\alpha} \quad (1) \quad M_O(\vec{P}_H) = 0, \quad M_O(\vec{R}_S) = 0$

poiché pto di applicazione forze = 0

$M_O(\vec{T}) \neq 0 \quad |M_O(\vec{T})| = RT$

$\vec{R} \perp \vec{T}$

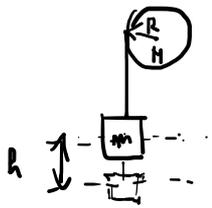
verso USCENTE (> 0)

rotazione: $\curvearrowright \Rightarrow \alpha > 0$

$\Rightarrow (1): RT = I_O \alpha, \quad I_O = \frac{1}{2} M R^2$

$$\begin{cases} -T + mg = ma \\ RT = \frac{1}{2} M R^2 \alpha \\ a = \alpha R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} M R \alpha + mg = m \alpha R \\ T = \frac{1}{2} M R \alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{mg}{(\frac{1}{2} M + m) R} = \frac{2,8 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{(\frac{1}{2} \cdot 23 \text{ kg} + 2,8 \text{ kg}) \cdot 0,4 \text{ m}} = 4,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

P3



$$m = 2,8 \text{ kg}$$

$$v_0 = 0$$

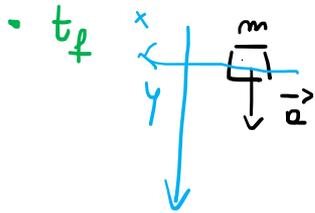
$$H = 23 \text{ kg}$$

$$h = 2,9 \text{ m}$$

$$R = 0,4 \text{ m}$$

$$\omega_f = ?$$

$$\omega_f = \alpha t_f$$



$$y(t) = y_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$y_0 = 0, t_0 = 0, v_0 = 0, a = \alpha R$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} \alpha R t^2$$

$$y(t_f) = h \Rightarrow h = \frac{1}{2} \alpha R t_f^2 \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2h}{\alpha R}}$$

$$\Rightarrow \omega_f = \alpha t_f = \alpha \sqrt{\frac{2h}{\alpha R}} = \sqrt{\frac{2h\alpha^2}{\alpha R}} = \sqrt{\frac{2h\alpha}{R}} = 8,34 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Q 1

 $E_k \dots$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

 m_1

$$m_2 = 2 m_1$$

 v_1

$$v_2 = v_1$$

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} 2 m_1 v_1^2} = \frac{1}{2}$$

Q 2

$$L_i = L_f$$

$$L = I \omega$$

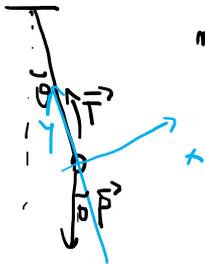
$$I = \int dm R^2$$

$$I_i < I_f \text{ (perché } R \dots \text{)}$$

$$L_i = L_f \Leftrightarrow I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

$$I_i < I_f \Rightarrow \omega_f < \omega_i$$

Q 3



$$m \vec{g} + \vec{T} = m \vec{a} \quad \vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T \quad a_N = \frac{v^2}{L} \quad a_T = \dot{\omega} L = \frac{d^2 \theta}{dt^2} L$$

$$x: \int -m g \sin \theta = a_T \Rightarrow -m g \sin \theta = m \frac{d^2 \theta}{dt^2} L \rightarrow \sin \theta \approx \theta \quad \frac{d^2 \theta}{dt^2} L = -g \theta \Rightarrow$$

$$y: \begin{cases} T - m g \cos \theta = m \frac{v^2}{L} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0 \quad \omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0 \Rightarrow \theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{L}}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$