

CAPITOLO 3

LA NATURA ONDULATORIA DELLA MATERIA

3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.1 L'ipotesi di de Broglie

Maurice de Broglie era un fisico sperimentale francese che, fin dall'inizio, aveva sostenuto la visione di Compton sulla natura particellare della radiazione.

I suoi esperimenti e le sue discussioni impressionarono così tanto suo fratello Louis per i problemi filosofici della fisica dell'epoca che Louis cambiò la sua carriera dalla storia alla fisica.

Nella sua tesi di dottorato, presentata nel 1924 alla Facoltà di Scienze dell'Università di Parigi, Louis de Broglie propose l'esistenza delle **onde di materia**. La completezza e l'originalità della sua tesi furono subito riconosciute ma, a causa della mancanza di prove sperimentali, le idee di de Broglie non furono considerate dotate di alcuna realtà fisica.

Fu Albert Einstein a riconoscerne l'importanza e la validità e a richiamarli all'attenzione degli altri fisici. Cinque anni dopo de Broglie vinse il Premio Nobel per la fisica, poiché le sue idee furono confermate da un esperimento.

L'ipotesi di de Broglie era che il comportamento duale, cioè onda-corpuscolo, della radiazione si applicasse altrettanto bene alla materia.

Proprio come a un fotone è associata un'onda luminosa che ne governa la sua propagazione, così ad una particella (ad esempio un elettrone) va associata un'onda di materia che governa il suo movimento.

3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.1 L'ipotesi di de Broglie

Poiché l'universo è composto interamente da materia e radiazione, il suggerimento di de Broglie è essenzialmente un'affermazione su una grande simmetria della natura. Infatti, egli propose che gli aspetti ondulatori della materia siano legati ai suoi aspetti particellari esattamente nello stesso modo quantitativo visti per la radiazione nell'ipotesi di Planck.

Secondo de Broglie, sia per la materia che per la radiazione, l'energia E di un'entità è legata alla frequenza ν dell'onda associata al suo movimento dall'equazione:

$$E = h\nu$$

e la quantità di moto p dell'entità è correlata alla lunghezza d'onda λ dell'onda associata dalla relazione:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Qui i concetti di particella, energia E e quantità di moto p , sono collegati tramite la costante di Planck h ai concetti di onda, frequenza ν e lunghezza d'onda λ .

L'equazione riscritta nella seguente forma è chiamata **relazione di de Broglie**:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.1 L'ipotesi di de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

λ è la lunghezza d'onda di De Broglie di un'onda di materia associata al movimento di una particella materiale avente una quantità di moto p .

La natura ondulatoria della propagazione della luce non viene rivelata dagli esperimenti di ottica geometrica, poiché le dimensioni degli strumenti utilizzati sono molto grandi rispetto alla lunghezza d'onda della luce.

Se a rappresenta una dimensione caratteristica di uno strumento ottico (ad esempio, la larghezza di una lente, di uno specchio o di una fenditura) e λ è la lunghezza d'onda della luce che attraversa lo strumento, siamo nel dominio dell'ottica geometrica quando $\frac{\lambda}{a} \rightarrow 0$.

La ragione è che gli effetti di diffrazione in qualsiasi apparecchio sono sempre limitati ad angoli di circa $\theta = \frac{\lambda}{a}$, e sono completamente trascurabile quando $\frac{\lambda}{a} \rightarrow 0$.

D'altronde è da notare che l'ottica geometrica coinvolge la propagazione dei raggi, che è simile al movimento della traiettoria delle particelle classiche.

3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.1 L'ipotesi di de Broglie

Quando però la dimensione caratteristica a di uno strumento ottico diventa paragonabile o inferiore alla lunghezza d'onda λ della luce che lo attraversa, siamo nel dominio dell'ottica fisica. In questo caso, dove $\frac{\lambda}{a} \geq 1$, l'angolo di diffrazione $\theta = \frac{\lambda}{a}$ è abbastanza grande da consentire di osservare facilmente gli effetti di diffrazione e di rendere evidente la natura ondulatoria della propagazione della luce.

In analogia, per osservare aspetti ondulatori nel moto della materia, quindi, occorrono sistemi dotati di aperture o ostacoli di dimensioni opportunamente piccole.

I sistemi con aperture più piccole possibili a disposizione degli sperimentali al tempo di de Broglie facevano uso della spaziatura tra piani adiacenti di atomi $\sim 1\text{\AA}$.

Questo vuol dire che occorre trovare l'entità fisica giusta a cui associare una lunghezza d'onda di de Broglie dello stesso ordine di grandezza.

Utilizzando la relazione di de Broglie, vuol dire che la particella deve avere una massa molto piccola in modo da ridurre la quantità di moto p e quindi aumentare sufficientemente la lunghezza d'onda di de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$ tale da osservare gli effetti di diffrazione.

Le particelle più veloci e meno massive di quel tempo erano gli elettroni. ⁵

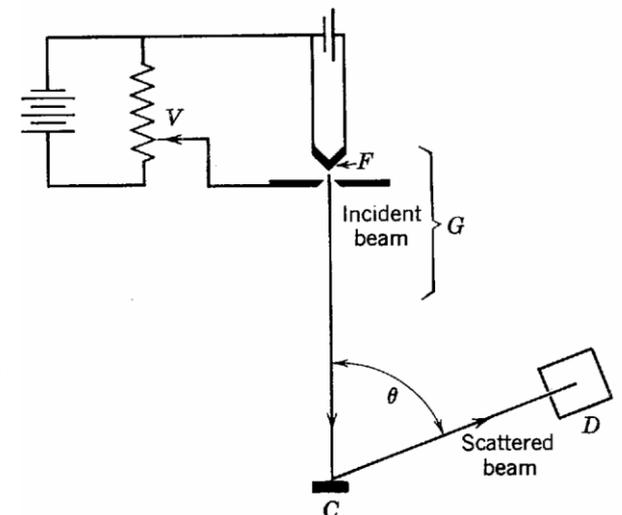
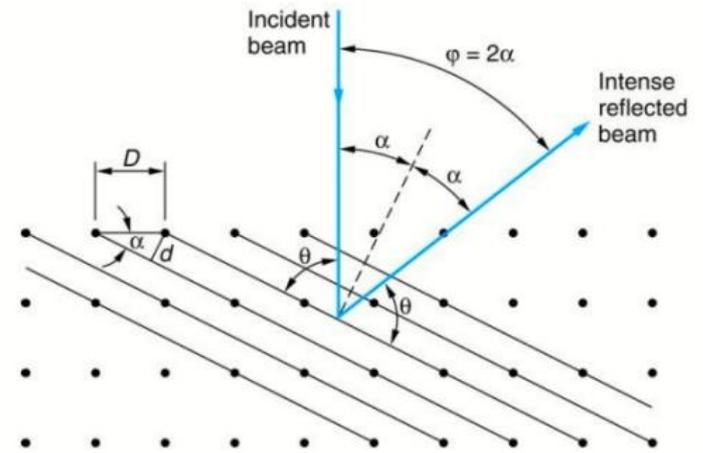
3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.2 L'esperimento di Davisson and Germer

Nel 1926, Walter Elsasser fece notare che la natura ondulatoria della materia poteva essere testata nello stesso modo in cui fu per la prima volta testata la natura ondulatoria dei raggi X, cioè facendo incidere un fascio di elettroni di energia adeguata su un solido cristallino.

Gli atomi del cristallo fungono da schiera tridimensionale di centri di diffrazione per l'onda elettronica, che quindi dovrebbero disperdere gli elettroni in certe direzioni caratteristiche, proprio come per la diffrazione dei raggi X.

Questa idea è stata confermata negli esperimenti di Davisson e Germer negli Stati Uniti prima e di Thomson in Scozia poi. La Figura mostra schematicamente l'apparato di Davisson e Germer.



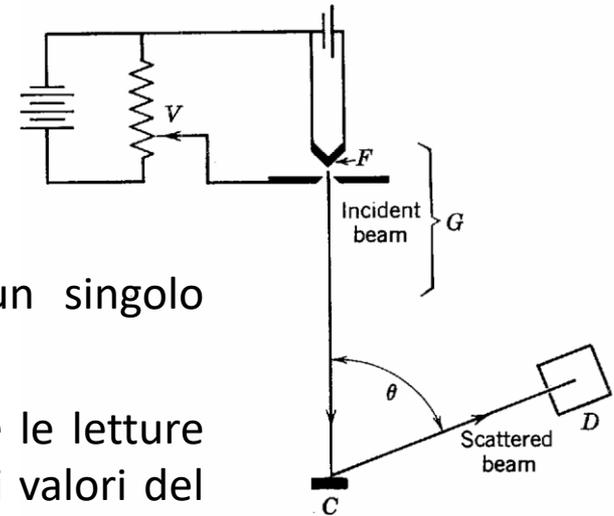
3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.2 L'esperimento di Davisson and Germer

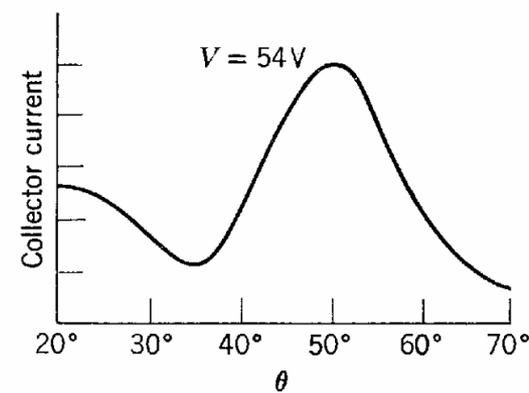
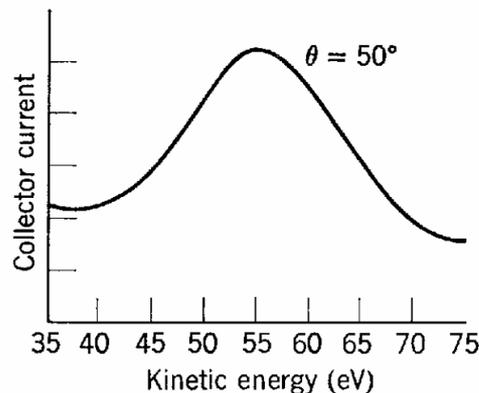
Gli elettroni provenienti da un filamento riscaldato vengono accelerati attraverso una differenza di potenziale V ed escono dal "cannone elettronico" G con energia cinetica eV .

Questo fascio di elettroni incide ortogonalmente su un singolo cristallo di nichel posto in C.

Il rivelatore D è impostato ad un particolare angolo θ e le letture dell'intensità del fascio diffuso vengono effettuate a vari valori del potenziale di accelerazione V .

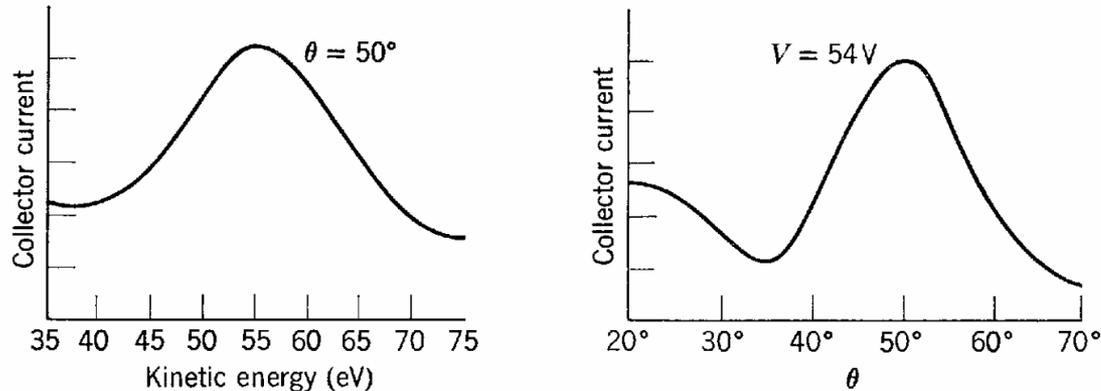


Il grafico mostra che la più alta intensità del fascio diffuso è rilevato a $\theta = 50^\circ$ per $V = 54 V$.



3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.2 L'esperimento di Davisson and Germer



L'esistenza di questo picco nel modello di diffusione degli elettroni dimostra qualitativamente la validità del postulato di de Broglie perché può essere spiegato solo come un'interferenza costruttiva di onde diffuse dalla disposizione periodica degli atomi nei piani del cristallo.

Il fenomeno è proprio analogo alle famose "riflessioni di Bragg" che si verificano nella diffusione dei raggi X provenienti dai piani atomici di un cristallo. Non può essere compreso sulla base del moto classico delle particelle, ma solo sulla base di un moto ondulatorio.

Le particelle classiche non possono presentare interferenze, ma le onde sì!

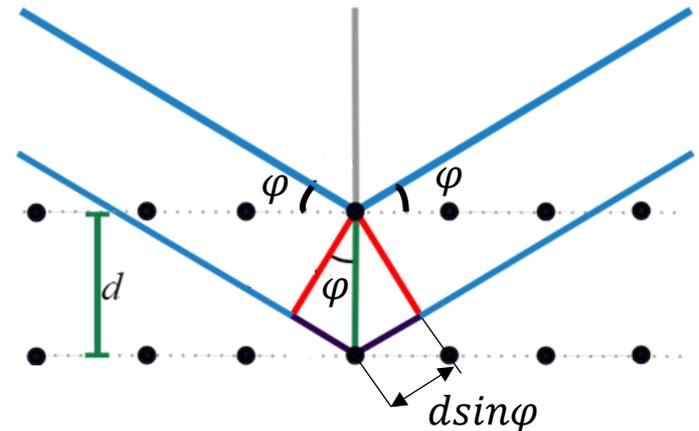
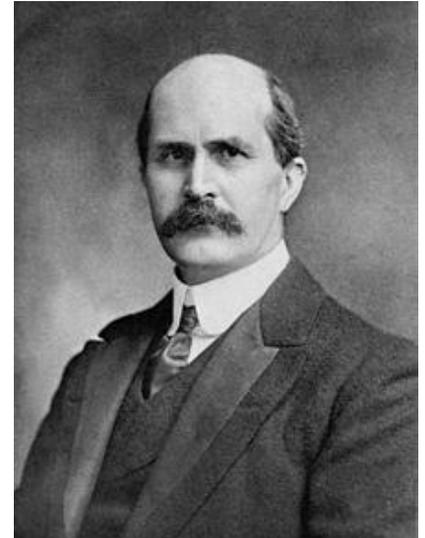
3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.3 Analogia con la legge di diffrazione di Bragg per i raggi X

W. L. Bragg ha fornito una spiegazione semplice dei fasci diffratti da un cristallo. La derivazione fornita da Bragg è semplice, ma convincente nella misura in cui riproduce i risultati corretti.

Supponiamo che le onde incidenti siano riflesse specularmente da piani paralleli di atomi del cristallo, dove ciascun piano riflette solo una frazione molto piccola della radiazione. Nella riflessione speculare l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione. Si osservano fasci diffratti quando le riflessioni da piani paralleli di atomi interferiscono costruttivamente.

Consideriamo piani reticolari paralleli separati dalla medesima distanza d . La differenza di cammino per raggi riflessi da piani adiacenti è $2d\sin\varphi$, dove φ è l'angolo di incidenza.



3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.3 Analogia con la legge di diffrazione di Bragg per i raggi X

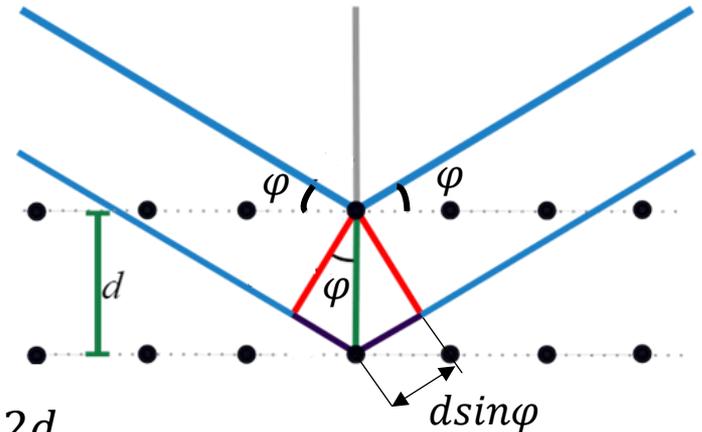
Si ha interferenza costruttiva della radiazione riflessa da piani successivi ogniqualvolta la differenza di cammino è un numero intero n di lunghezze d'onda λ , che porta alla formulazione della Legge di Bragg:

$$2d \sin \varphi = n\lambda$$

La Legge di Bragg può essere soddisfatta solo per $\lambda < 2d$.

Sebbene la riflessione da parte di ciascun piano sia speculare, solo per alcuni valori di θ le riflessioni da tutti i piani paralleli si sommeranno con uguale fase per dare un fascio riflesso intenso.

Se invece ciascun piano riflettesse perfettamente, allora solo il primo piano di un insieme di piani paralleli vedrebbe la radiazione e ogni lunghezza d'onda sarebbe riflessa. La legge di Bragg è una conseguenza della periodicità del reticolo. Si deve notare che la legge non tiene conto della composizione della base di atomi associata a ciascun punto reticolare.



3.1 LE ONDE DI MATERIA

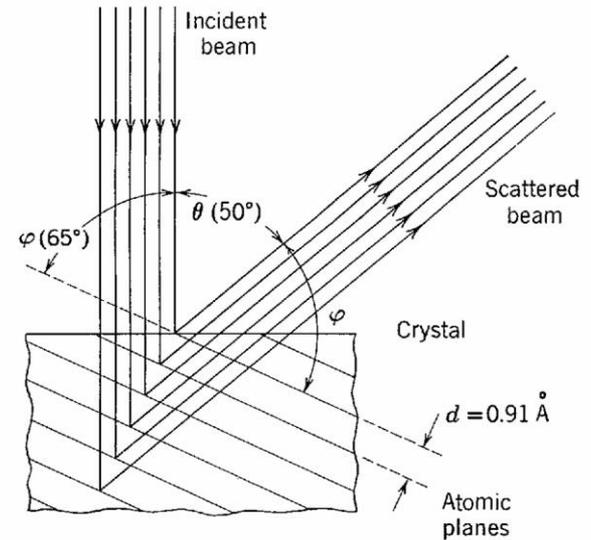
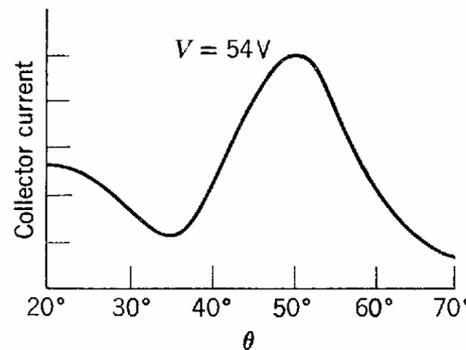
3.1.3 Analogia con la legge di diffrazione di Bragg per i raggi X

Facciamo un confronto con l'esperimento di Bragg

$$2d\sin\varphi = n\lambda$$

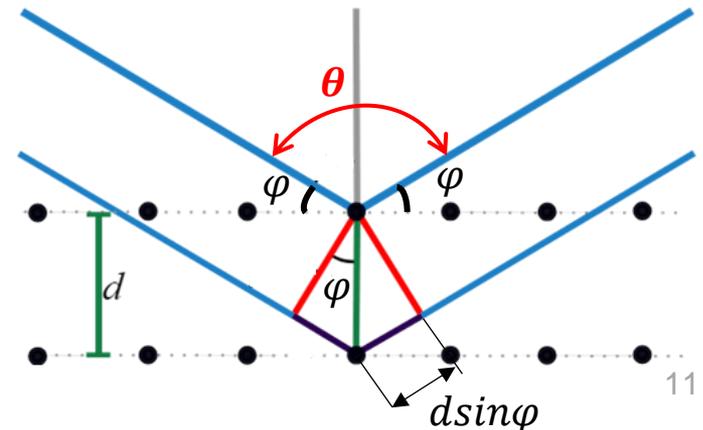
Sappiamo che la distanza tra due piani è $a = d = 0.91 \text{ \AA}$.

Nell'esperimento, Davisson e Germer determinarono che il picco di diffrazione era in corrispondenza di $\theta = 50^\circ$



Da ovvie considerazioni geometriche, riportando l'angolo tra il fascio incidente e quello riflesso nello sketch dell'esperimento di Bragg, si ottiene che

$$\varphi = 90 - \frac{\theta}{2} = 65^\circ$$



3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.3 Analogia con la legge di diffrazione di Bragg per i raggi X

Usiamo la relazione di Bragg per calcolare la lunghezza d'onda al primo ordine ($n = 1$):

$$\lambda = 2d \sin \varphi = 2 \cdot 0.91 \text{ \AA} \cdot \sin 65^\circ = 1.65 \text{ \AA}$$

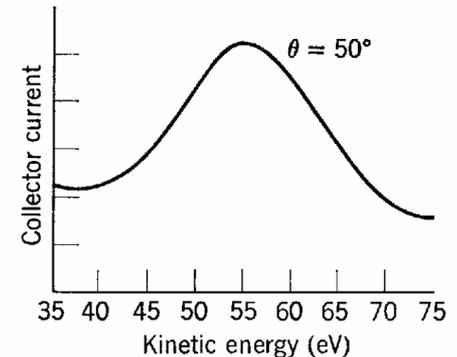
$$2d \sin \varphi = n \lambda$$

$$\varphi = 65^\circ$$

$$d = 0.91 \text{ \AA}$$

Calcoliamo la quantità di moto per gli elettroni aventi un'energia $E = 54 \text{ eV}$ ($1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$):

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2m_e E} = \sqrt{2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 54 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \\ &= 4 \cdot 10^{-24} \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$



Adesso possiamo calcolare la lunghezza d'onda di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{4 \cdot 10^{-24} \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}} = 1,65 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-1} = 1.65 \text{ \AA}$$

3.1 LE ONDE DI MATERIA

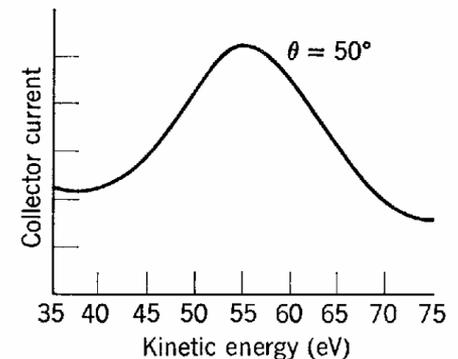
3.1.3 Analogia con la legge di diffrazione di Bragg per i raggi X

Relazione di Bragg $\lambda = 2d \sin \varphi = 1.65 \text{ \AA}$

Relazione di de Broglie $\lambda = \frac{h}{p} = 1.65 \text{ \AA}$

Questo impressionante accordo fornisce una conferma quantitativa della relazione di de Broglie tra λ , p e h .

L'ampiezza del picco osservato nella Figura è inoltre facilmente comprensibile, poiché gli elettroni a bassa energia non possono penetrare in profondità nel cristallo, quindi solo un piccolo numero di piani atomici contribuisce all'onda diffratta. Quindi, il massimo di diffrazione non è netto.



In effetti, tutti i risultati sperimentali erano in eccellente accordo qualitativo e quantitativo con la previsione di de Broglie e fornivano prove convincenti che le particelle materiali si muovono seguendo una natura ondulatoria.

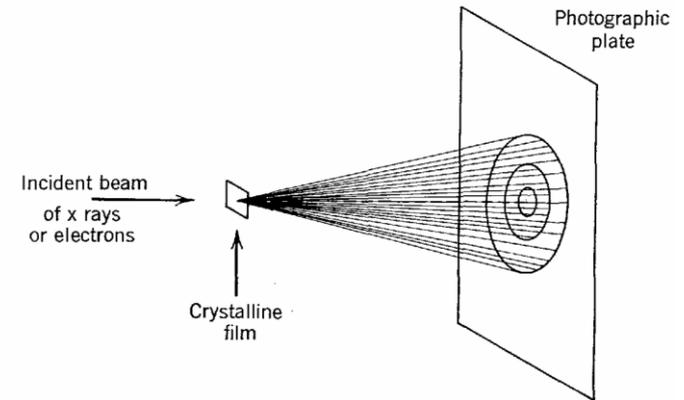
3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.4 L' Esperimento di Thomson

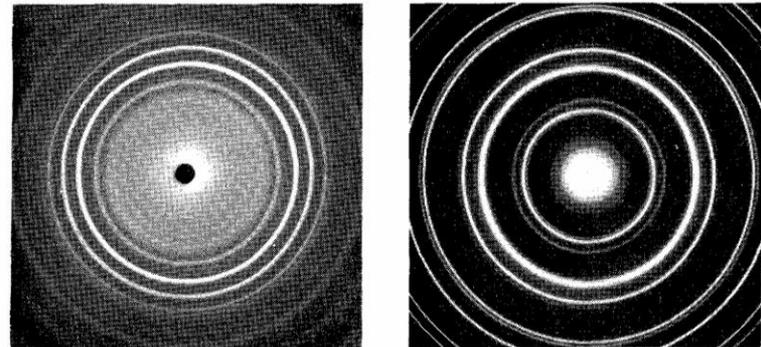
Nel 1927, G. P. Thomson mostrò la diffrazione dei fasci di elettroni che attraversano pellicole sottili e confermò in modo indipendente e dettagliato la relazione di de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$.

Thomson utilizzò elettroni ad alta energia: essendo molto più penetranti, centinaia di piani atomici contribuiscono all'onda diffratta. Il modello di diffrazione risulta quindi avere una struttura netta.

In Figura viene mostrato, per confronto, uno schema di diffrazione dei raggi X e uno schema di diffrazione degli elettroni da sostanze policristalline (sostanze in cui un gran numero di cristalli microscopici sono orientati in modo casuale).



Non solo gli elettroni ma tutti gli oggetti materiali, elettricamente carichi o no, mostrano caratteristiche ondulatorie nel loro moto.



3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.4 L'Esperimento di Thomson

Ad esempio, Estermann, Stern e Frisch eseguirono esperimenti quantitativi sulla diffrazione di fasci molecolari di idrogeno e fasci atomici di elio da un cristallo di fluoruro di litio.

Fermi, Marshall e Zinn mostrarono fenomeni di diffrazione per i neutroni lenti.

L'esistenza delle onde di materia così fu ben stabilita.

È istruttivo notare che abbiamo dovuto ricorrere a lunghezze d'onda di de Broglie relativamente lunghe per trovare prove sperimentali della natura ondulatoria della materia.

Sia per le lunghezze d'onda grandi che per quelle piccole, sia la materia che la radiazione hanno sia aspetti corpuscolari che ondulatori.

Gli aspetti particellari vengono enfatizzati quando se ne studia l'emissione o l'assorbimento, ovvero l'interazione con la materia; gli aspetti ondulatori vengono enfatizzati quando si studia il loro comportamento nel propagarsi attraverso un mezzo.

Ma gli aspetti ondulatori diventano più difficili da osservare man mano che la loro lunghezza d'onda si accorcia.

Ancora una volta vediamo il ruolo centrale giocato dalla costante di Planck h .

Se h fosse zero allora in $\lambda = \frac{h}{p}$ otterremmo $\lambda = 0$ in tutte le circostanze.

3.1 LE ONDE DI MATERIA

3.1.4 L'Esperimento di Thomson

Tutte le particelle materiali avrebbero quindi sempre una lunghezza d'onda inferiore a qualsiasi dimensione caratteristica e gli effetti di diffrazione non potrebbero mai essere osservati.

Sebbene il valore di h non sia sicuramente zero, è piccolo. È la piccolezza di h che oscura l'esistenza delle onde di materia nel mondo macroscopico, poiché dobbiamo avere quantità di moto molto piccole per ottenere lunghezze d'onda misurabili.

Per le particelle macroscopiche ordinarie la massa è così grande che la quantità di moto è sempre sufficientemente grande da rendere la lunghezza d'onda di De Broglie abbastanza piccola da essere osservata sperimentalmente, e la meccanica classica regna sovrana.

Nel mondo microscopico le masse delle particelle materiali sono così piccole che la loro quantità di moto è piccola anche quando le loro velocità sono piuttosto elevate. Pertanto, le loro lunghezze d'onda di De Broglie sono sufficientemente grandi da essere paragonabili alle dimensioni caratteristiche dei sistemi di interesse, come gli atomi, e le proprietà ondulatorie sono osservabili sperimentalmente nel loro moto.

Ma non dovremmo dimenticare che nell'interazione radiazione-materia, le loro proprietà corpuscolare prevalgono anche quando per grandi lunghezze d'onda.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.1 Il principio di complementarità di Bohr

Nella fisica classica l'energia viene trasportata o da onde o da particelle. I fisici classici osservarono le onde dell'acqua che trasportavano energia sulla superficie dell'acqua o i proiettili che trasferivano energia dalla pistola al bersaglio.

Da tali esperienze hanno costruito un modello ondulatorio per alcuni fenomeni macroscopici e un modello particellare per altri fenomeni macroscopici, e in modo del tutto naturale estesero questi modelli a regioni visivamente meno accessibili.

I loro successi li hanno condizionati ad aspettarsi che tutte le entità siano particelle o onde. In effetti, questi successi si estesero fino agli inizi del XX secolo con l'applicazione della teoria ondulatoria di Maxwell alla radiazione e con la scoperta delle particelle elementari della materia, come il neutrone e il positrone.

Quindi, i fisici classici erano del tutto impreparati a scoprire che per comprendere la radiazione avevano bisogno di invocare un modello corpuscolare in alcune situazioni, come nell'effetto Compton, e un modello ondulatorio in altre situazioni, come nella diffrazione dei raggi X.

Forse ancora più sorprendente è il fatto che questa stessa dualità onda-corpuscolo si applica sia alla materia che alla radiazione.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.1 Il principio di complementarità di Bohr

Il rapporto carica/massa dell'elettrone e la sua traccia di ionizzazione nella materia (una sequenza di collisioni localizzate) suggeriscono un modello particellare, ma la diffrazione elettronica suggerisce un modello ondulatorio.

I fisici ora sanno che sono costretti a utilizzare entrambi i modelli per la stessa entità.

È molto importante notare, tuttavia, che a ogni misurazione si applica un solo modello: entrambi i modelli non vengono utilizzati nelle stesse circostanze.

Quando l'entità viene rilevata da qualche tipo di interazione, agisce come una particella nel senso che è localizzata; quando è in moto si comporta come un'onda, nel senso che si osservano fenomeni di interferenza e, ovviamente, un'onda è estesa, non localizzata.

Neils Bohr ha riassunto la situazione nel suo **principio di complementarità**.

I modelli di onde e particelle sono complementari; se una misurazione dimostra il carattere ondulatorio della radiazione o della materia, allora è impossibile dimostrare il carattere particellare nella stessa misurazione, e viceversa.

Il modello che utilizziamo è determinato dalla natura della misurazione.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.1 Il principio di complementarità di Bohr

Inoltre, la nostra comprensione della radiazione, o della materia, è incompleta se non prendiamo in considerazione le misurazioni che rivelano gli aspetti ondulatori e anche quelle che rivelano gli aspetti corpuscolari.

Quindi, la radiazione e la materia non sono semplicemente onde né semplicemente particelle.

Per descrivere il loro comportamento è necessario un modello più generale e, per la mentalità classica, più complicato, anche se in situazioni estreme può applicarsi un semplice modello ondulatorio o un semplice modello particellare.

Il collegamento tra modello ondulatorio e modello corpuscolare è fornito da un'interpretazione probabilistica della dualità onda-particella.

Nel caso della radiazione fu Einstein a unire la teoria delle onde e quella delle particelle (**Interpretazione di Einstein del dualismo per la radiazione**)

Successivamente Max Born applicò un argomento simile per unire le teorie ondulatorie e corpuscolari della materia (**Interpretazione di Born del dualismo per la materia**).

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.2 Interpretazione di Einstein del dualismo per la radiazione

Considerando la sua natura ondulatoria, l'intensità della radiazione I è proporzionale a

$$I \propto \overline{\mathcal{E}^2}$$

dove $\overline{\mathcal{E}^2}$ è il valore medio su un ciclo di oscillazione del modulo quadro dell'intensità del campo elettrico dell'onda.

Se consideriamo la natura ondulatoria, l'intensità della radiazione è scritta come

$$I = N h \nu$$

dove N è il numero medio di fotoni per unità di tempo che attraversano l'unità di area perpendicolarmente alla direzione di propagazione.

Fu Einstein a suggerire che $\overline{\mathcal{E}^2}$, che nella teoria elettromagnetica è proporzionale all'energia radiante di un'onda elettromagnetica in un'unità di volume, potesse essere interpretato come una misura del numero medio di fotoni per unità di volume.

Ciò porta ad una visione statistica del concetto di intensità.

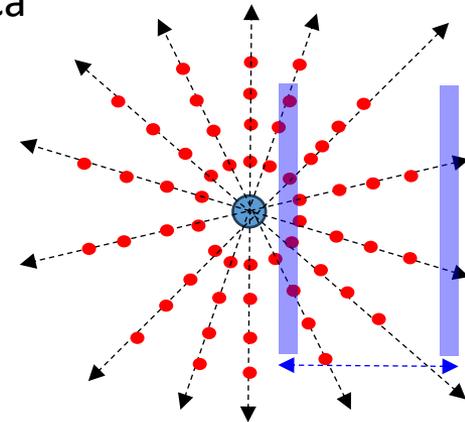
3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.2 Interpretazione di Einstein del dualismo per la radiazione

Consideriamo una sorgente puntiforme di radiazione che emette fotoni in modo casuale in tutte le direzioni.

Possiamo quindi immaginare un'emissione di fotoni isotropica

- Sorgente puntiforme
- Singolo fotone emesso
- Traiettoria del singolo fotone



Il numero medio di fotoni che attraversano l'unità di area diminuirà con l'aumentare della distanza dalla sorgente all'area.

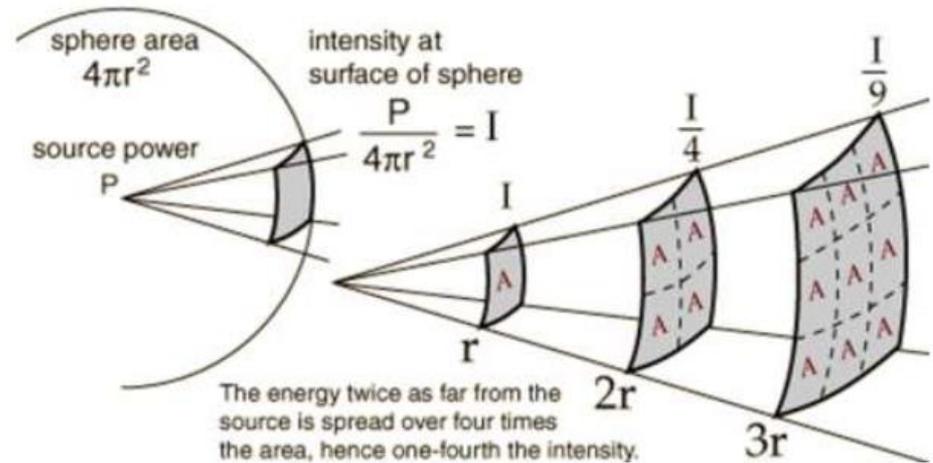
Ciò è dovuto al fatto che i fotoni si diffondono su una sfera di area tanto più grande quanto più sono lontani dalla sorgente.

Poiché l'area di una sfera è proporzionale al quadrato del suo raggio, otteniamo, in media, una legge dell'intensità proporzionale all'inverso del quadrato della distanza.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.2 Interpretazione di Einstein del dualismo per la radiazione

Supponendo una natura ondulatoria, immaginiamo che le onde sferiche si diffondano dalla sorgente che emette una potenza P con un'intensità che diminuisce in maniera inversamente proporzionale al quadrato della distanza dalla sorgente.



Qui queste onde, la cui intensità è proporzionale a $\overline{\mathcal{E}^2}$, possono essere considerate come onde guida per i fotoni; le onde stesse non hanno energia – ci sono solo fotoni – ma sono una entità la cui intensità misura il numero medio di fotoni per unità di volume.

Non specifichiamo esattamente quanti fotoni attraversano l'unità di area nell'unità di tempo, solo il loro numero medio; il numero esatto può fluttuare nel tempo e nello spazio, proprio come nella teoria cinetica dei gas ci sono fluttuazioni attorno a un valore medio di molte quantità.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.2 Interpretazione di Einstein del dualismo per la radiazione

Possiamo dire con assoluta certezza, tuttavia, che la probabilità che un fotone attraversi un'area unitaria a 3 m dalla sorgente è esattamente un nono della probabilità che un fotone attraversi un'area unitaria a 1 m dalla sorgente.

Nella formula $I = N h \nu$, quindi, N è un valore medio ed è una misura della probabilità di trovare un fotone che attraversa l'unità di area nell'unità di tempo.

Se equipariamo le due espressioni si ha che:

$$I = \frac{1}{\mu_0 c} \overline{\mathcal{E}^2} = N h \nu$$

$$I \propto \overline{\mathcal{E}^2}$$

$$I = N h \nu$$

L'interpretazione di Einstein di $\overline{\mathcal{E}^2}$ come misura probabilistica della densità fotonica diventa allora chiara.

Ci aspettiamo che, come nella teoria cinetica, le fluttuazioni attorno ad una media diventino più evidenti a basse intensità che ad alte intensità: è in questo limite che i fenomeni quantistici contraddicono la visione classica del continuo in modo più significativo.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.3 Interpretazione di Born del dualismo per la materia

In analogia all'interpretazione per la radiazione di Einstein, Max Born propose un'unione simile della dualità onda-corpuscolo per la materia. Ciò avvenne diversi anni dopo che Schroedinger aveva sviluppato la sua generalizzazione del postulato di de Broglie.

Oltre che una semplice lunghezza d'onda e frequenza, associamo alle onde di materia una funzione che rappresenta l'onda di De Broglie, chiamata funzione d'onda Ψ .

Per le particelle che si muovono nella direzione x con una quantità di moto ed un'energia ben definita, la funzione d'onda associata all'onda di materia può essere scritta come una semplice funzione sinusoidale di ampiezza A :

$$\Psi(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)$$

che è analoga a:

$$\mathcal{E}(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)$$

per il campo elettrico di un'onda elettromagnetica sinusoidale di lunghezza d'onda λ e frequenza ν , che si muove nella direzione x positiva.

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.3 Interpretazione di Born del dualismo per la materia

$$\Psi(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - vt \right)$$

$$\mathcal{E}(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - vt \right)$$

La quantità $\overline{\Psi^2}$ svolgerà per le onde di materia un ruolo analogo a quello svolto da $\overline{\mathcal{E}^2}$ per le onde di radiazione. Tale quantità, il valor medio del quadrato della funzione d'onda delle onde di materia, è una misura della probabilità di trovare una particella nell'unità di volume in un dato luogo e tempo.

Proprio come $\mathcal{E}(x, t)$ è una funzione dello spazio e del tempo, così lo è $\Psi(x, t)$; e, come vedremo più avanti, proprio come \mathcal{E} soddisfa un'equazione d'onda, così fa Ψ (equazione di Schroedinger).

La quantità \mathcal{E} è un'onda (di radiazione) associata a un fotone e Ψ è un'onda (di materia) associata a una particella.

As Born says: "According to this view, the whole course of events is determined by the laws of probability; to a state in space there corresponds a definite probability, which is given by the de Broglie wave associated with the state. A mechanical process is therefore accompanied by a wave process, the guiding wave, described by Schroedinger's equation, the significance of which is that it gives the probability of a definite course of the mechanical process. If, for example, the amplitude of the guiding wave is zero at a certain point in space, this means that the probability of finding the electron at this point is vanishingly small."

3.2 DUALISMO ONDA-CORPUSCOLO

3.2.3 Interpretazione di Born del dualismo per la materia

Proprio come nella visione della radiazione di Einstein non specificiamo la posizione esatta di un fotone in un dato momento, ma specificiamo invece con $\overline{\mathcal{E}^2}$ la probabilità di trovare un fotone in una certa posizione in un dato momento, così qui nella visione di Born non specificiamo la posizione esatta di una particella in un dato momento, ma specificare invece con $\overline{\Psi^2}$ la probabilità di trovare una particella in una certa posizione in un dato momento.

Come siamo abituati a sommare le funzioni d'onda ($\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$) per due onde elettromagnetiche sovrapposte la cui intensità risultante è \mathcal{E}^2 , allo stesso modo sommiamo le funzioni d'onda per due onde di materia sovrapposte ($\Psi_1 + \Psi_2 = \Psi$) la cui intensità risultante è data da Ψ^2 .

In altri termini, il principio di sovrapposizione si applica sia alla materia che alla radiazione. Ciò è in accordo con il sorprendente fatto sperimentale che la materia presenta proprietà di interferenza e diffrazione, un fatto che semplicemente non può essere compreso sulla base delle idee della meccanica classica.

Poiché le onde possono essere sovrapposte in modo costruttivo o distruttivo, due onde possono combinarsi per produrre un'onda risultante di grande intensità o per annullarsi, ma due particelle classiche di materia non possono combinarsi in modo tale annullarsi.