



CAPITOLO 4

RIVELATORI INFRAROSSI

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.1 L'effetto fotovoltaico

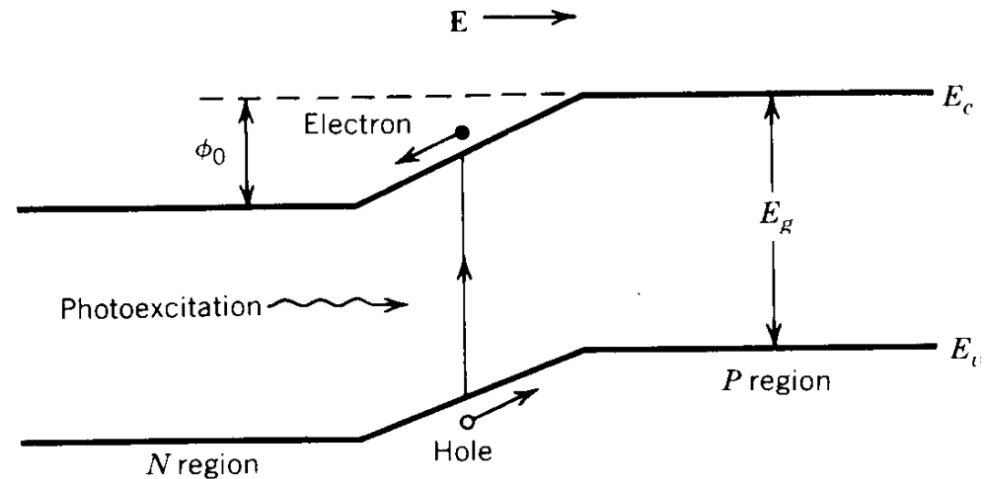
L'effetto fotovoltaico per la rivelazione di radiazione può essere ottenuto, nella sua configurazione più semplice da giunzione p-n di un semiconduttore.

Un fotone incidente con energia uguale o superiore al gap energetico E_g può creare una coppia elettrone-lacuna.

Il campo elettrico della giunzione impedisce alla coppia elettrone-lacuna di ricombinarsi.

Di conseguenza, i fotoelettroni generati sono disponibili per generare una corrente attraverso un circuito esterno.

I due requisiti fondamentali per il funzionamento fotovoltaico sono che i fotoni incidenti abbiano un'energia sufficiente per eccitare i fotoelettroni attraverso il gap energetico e che la temperatura del rivelatore sia sufficientemente bassa per evitare che gli elettroni siano eccitati termicamente.



4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.1 L'effetto fotovoltaico

La prima condizione impone una restrizione sulla frequenza ν dei fotoni incidenti.

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} \geq E_g$$

che possiamo tradurre in un limite superiore alla lunghezza d'onda alla quale l'effetto fotovoltaico opera:

$$\lambda_{max}(\mu m) = \frac{1.24}{E_g(eV)}$$

La seconda condizione impone una restrizione sulla temperatura T di funzionamento:

$$\frac{kT}{q} \ll E_g$$

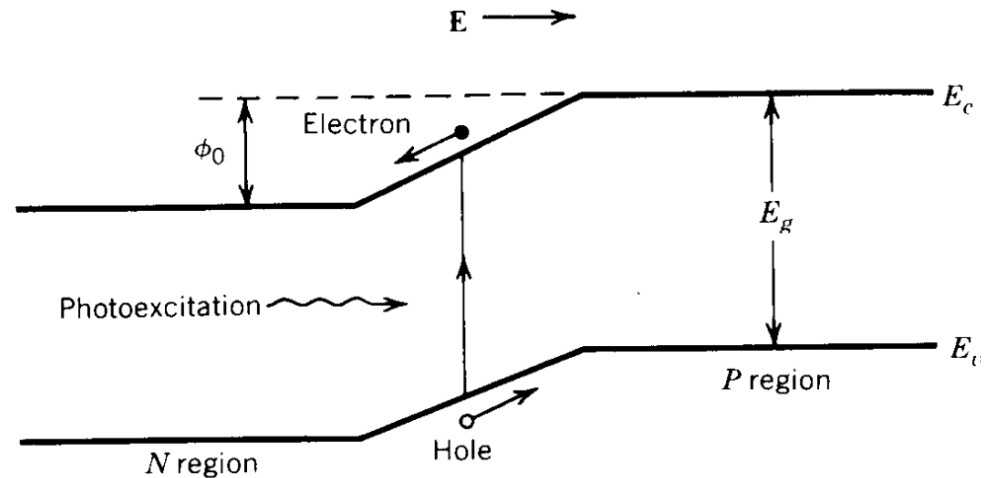
La Tabella elenca i valori di E_g , λ_{max} e T di funzionamento per i più comuni dispositivi fotovoltaici.

Detector	E_g (eV)	T (typical operation) (K)	λ_{max} (10^{-4} cm)
InSb	0.22	77	5.5
PbS	0.42	193	3
Ge	0.67	193	1.9
Si	1.12	300	1.1
CdSe	1.8	300	0.69
CdS	2.4	300	0.52

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.1 L'effetto fotovoltaico

L'assorbimento di fotoni per la produzione di coppie elettrone-lacuna avviene solo nell'area della giunzione p-n, con il potenziale di built-in che costituisce a tutti gli effetti una barriera di potenziale.



$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A^- N_D^+}{n_i^2} \right)$$

Poiché la concentrazione intrinseca dei portatori varia con il cubo della temperatura assoluta, una diminuzione della temperatura della giunzione porta ad un aumento della barriera di potenziale così come della larghezza della regione di svuotamento.

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.2 Generazione della fotocorrente

L'equazione di continuità per una giunzione p-n determina la corrente attraverso la giunzione.

Partendo dall'espressione determinata per le buche nel CAPITOLO 1

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = p_n \mu_p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \mu_p \mathcal{E} \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

in assenza di campo elettrico $\mathcal{E} = 0$ possiamo riscriverla come:

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \left[D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p \right] - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

dove abbiamo introdotto $\Delta p = p_n - p_{n0}$ che rappresenta il numero di lacune per cm^3 al di sopra del valore all'equilibrio termico.

Un'espressione simile è stata ricavata anche per gli elettroni.

In condizioni stazionarie $\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0$ e in assenza di fotocorrente $G_p = 0$, abbiamo risolto l'equazione di continuità per le lacune e per gli elettroni e ottenuto le espressioni della corrente di buche e di elettroni in funzione della tensione applicata.

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.2 Generazione della fotocorrente

Sommando i due contributi otteniamo la corrente totale di buio in funzione della tensione applicata:

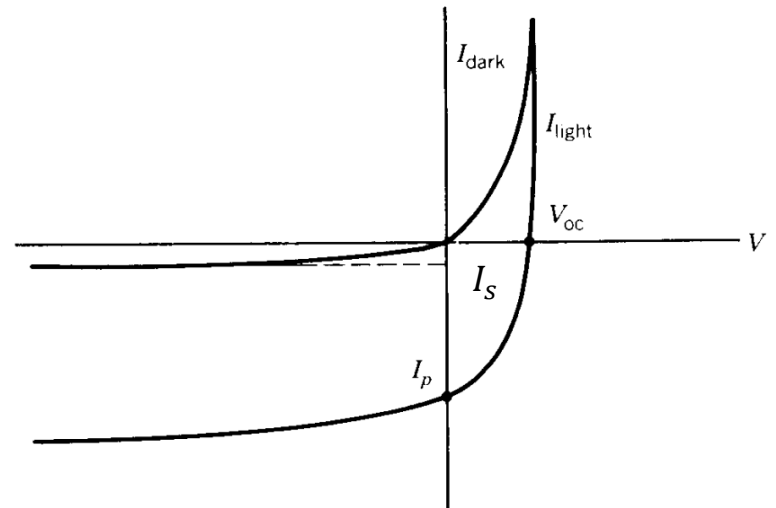
$$I_{dark} = I_p + I_n = I_s \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

I_s è nota come corrente di saturazione caratteristica del diodo e dipende fortemente dalla temperatura.

$$J_s = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n}$$

Esponendo la giunzione p-n ad un campo di radiazione ottica (G_p e $G_n > 0$ nell'equazione di continuità) uno shift verso il basso della caratteristica I giunzione p-n è in polarizzazione inversa è nota come fotocorrente.

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \left[D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p \right] - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$



4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

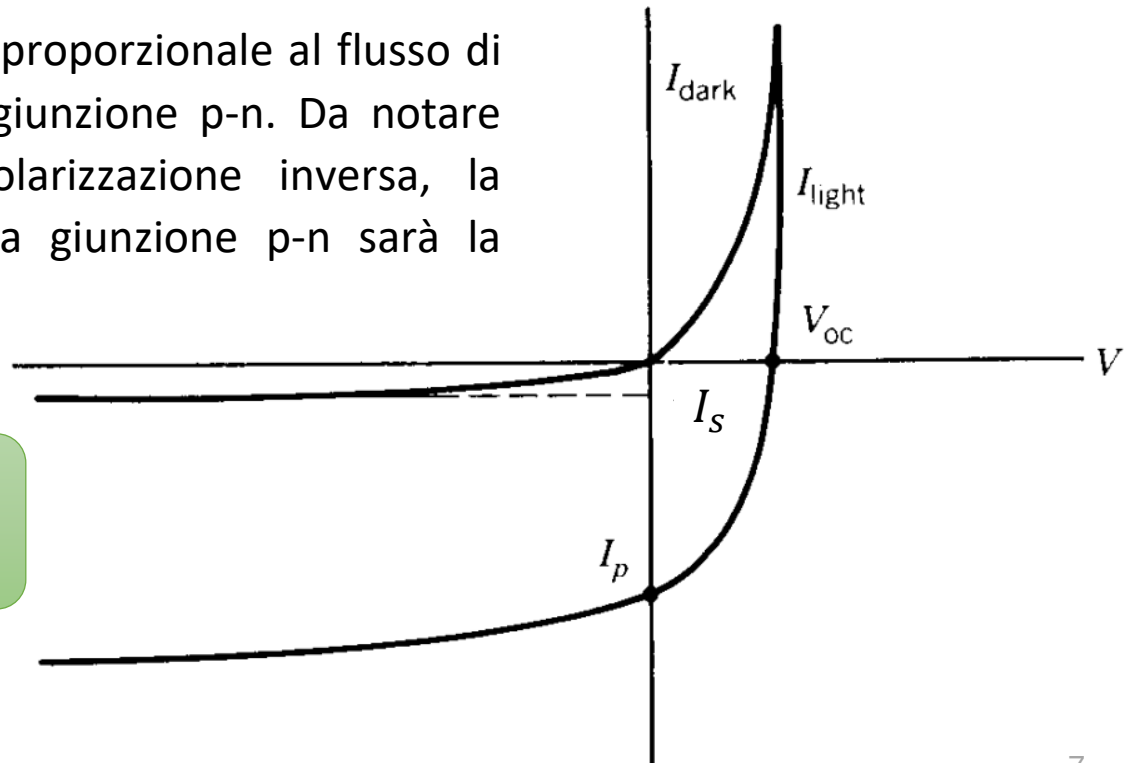
4.1.2 Generazione della fotocorrente

Un rivelatore fotovoltaico opera quindi sempre in condizione di tensione nulla, in quanto non si hanno vantaggi concreti nell'applicare una polarizzazione inversa.

La fotocorrente generata I_p sarà proporzionale al flusso di fotoni incidenti e all'area della giunzione p-n. Da notare che, fissata la tensione di polarizzazione inversa, la corrente totale che circola nella giunzione p-n sarà la somma $I_s + I_p$

$$I_{dark} = I_p + I_n = I_s \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

$$I_s = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n}$$



4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.3 Responsività ed efficienza quantica

I rivelatori fotovoltaici sono comunemente usati come generatori di corrente. La responsività in corrente $\mathfrak{R}_i$ si esprime come il rapporto tra la fotocorrente generata I_p e la potenza ottica incidente P :

$$\mathfrak{R}_i = \frac{I_p}{P} \left[\frac{A}{W} \right]$$

Se analizziamo l'andamento della responsività al variare della lunghezza d'onda dei fotoni incidenti, per quanto detto prima, la responsività rimane costante fino al raggiungimento della lunghezza d'onda massima.

$$\lambda_{max}(\mu m) = \frac{1.24}{E_g(eV)}$$

In pratica, si osserva un calo della responsività sia nelle regioni a lunghezza d'onda lunga che corta.

Il calo alle lunghezze d'onda corte è dovuto principalmente all'assorbimento dei fotoni sulla superficie del rivelatore, principalmente a causa di difetti superficiali che creano trappole per i fotoni incidenti, e alle perdite per riflessione ottica che impediscono ai fotoni di raggiungere la giunzione p-n.

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.3 Responsività ed efficienza quantica

In definitiva, la dipendenza spettrale della responsività presenta sempre una banda passante, con due lunghezze d'onda di cut-off. Similarmente, la responsività in tensione è definita come:

$$\mathcal{R}_v = \mathcal{R}_i R_d$$

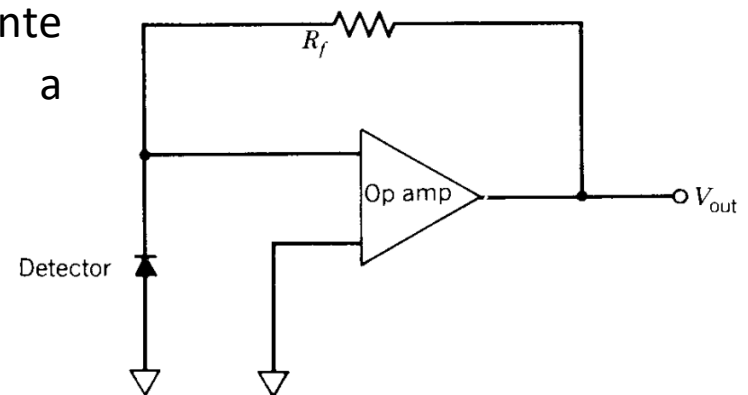
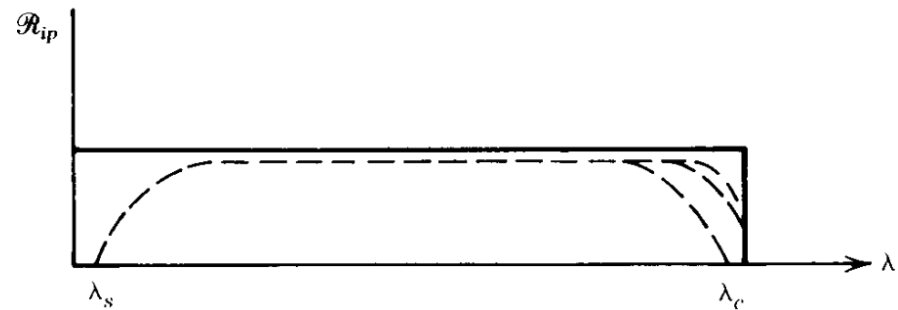
dove R_d è la resistenza del rivelatore.

La definizione di responsività in corrente assume implicitamente che la giunzione stia operando in condizione di corto circuito, ovvero senza polarizzazione applicata.

L'amplificazione della fotocorrente è tipicamente realizzata mediante un amplificatore a transimpedenza con resistenza di feedback R_f .

Poiché il rivelatore non è polarizzato, la tensione in uscita dall'amplificatore a transimpedenza sarà data da:

$$V_{out} = I_p R_f$$

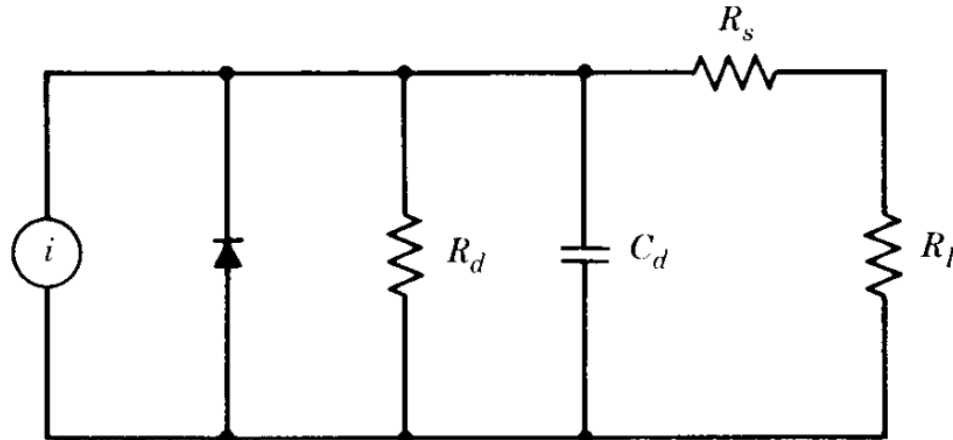


4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.4 Risposta in frequenza

Un dispositivo fotovoltaico a giunzione p-n ha una risposta in frequenza determinata dalle caratteristiche del dispositivo stesso e dal circuito in cui opera.

Un circuito equivalente di un rivelatore e del suo carico elettronico R_L è mostrato in Figura.



La resistenza complessiva sarà:
$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_s + R_L}}$$

e la frequenza di taglio diventa:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_T C_D}$$

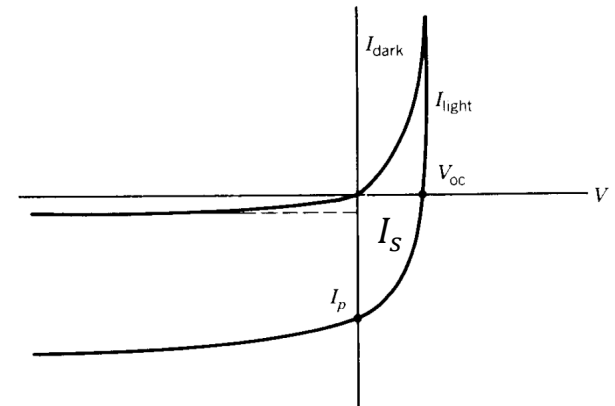
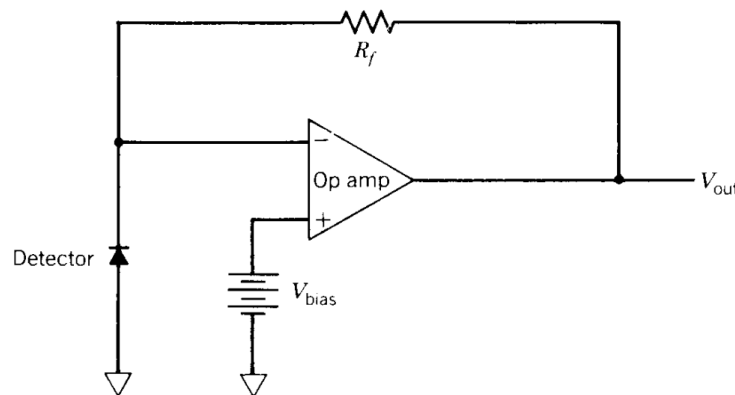
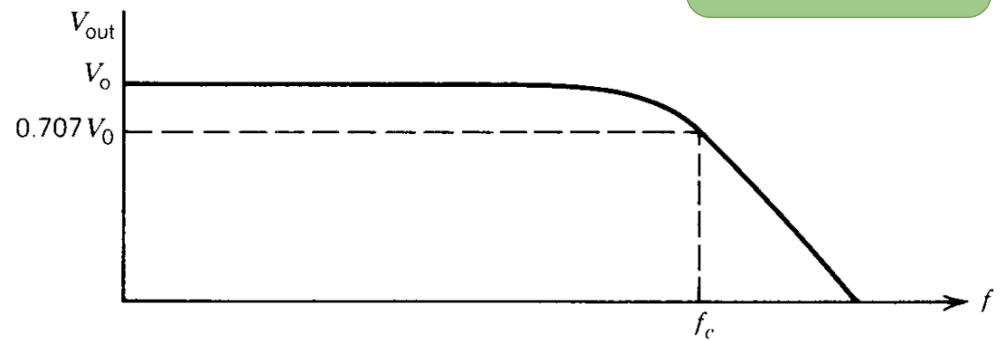
4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.4 Risposta in frequenza

che corrisponde alla frequenza a cui il segnale diminuisce di 3 decibel:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_T C_D}$$

L'applicazione di una polarizzazione inversa invece di una corrente di corto circuito causa un aumento dello spessore della regione di svuotamento che riduce la capacità della giunzione e aumenta f_c .



Tuttavia, ciò aumenta anche il rumore elettrico del rivelatore, rendendo necessaria una compensazione tra rumore e risposta in frequenza.

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore

Il rumore rappresenta una fluttuazione casuale del segnale elettrico (tensione, corrente o potenza).

Esistono tre tipi di rumore da considerare per i rivelatori fotovoltaici: il **rumore Johnson**, il **rumore $1/f$** e il **rumore ottico**, a cui si aggiunge il rumore introdotto dall'elettronica di preamplificazione.

Il **rumore Johnson** (o Nyquist) è causato dal moto termico delle particelle cariche in un resistore e la sua potenza media per unità di banda è:

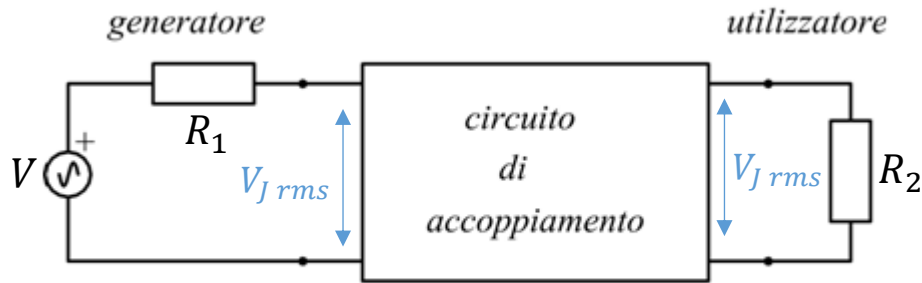
$$P_{J\,rms} = \frac{kT}{\Delta t} = kT\Delta f$$

Il valore di rms $V_{J\,rms}$ della tensione di rumore Johnson deve essere la tensione che farà sì che la potenza di rumore P_{rms} venga trasferita dal resistore che genera il rumore a un altro resistore connesso in parallelo.

Occorre quindi considerare una resistenza R_1 che generi potenza elettrica e che sia accoppiato in parallelo con una resistenza R_2 , in modo che sia possibile il trasferimento di energia da R_1 a R_2 :

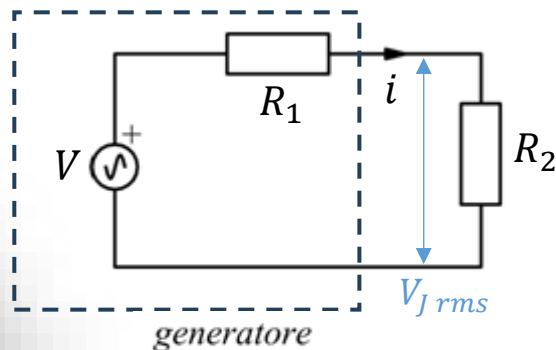
4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore



La potenza generata da R_1 la rappresentiamo con un generatore di tensione connesso in serie a R_1 ed è tale per cui la caduta di tensione tra V e R_1 sia la stessa vista da R_2 .

Il circuito seguente rappresenta il più semplice accoppiamento tra generatore e utilizzatore.



La potenza assorbita dal carico R_2 sarà:

$$P = R_2 i^2$$

La corrente i , per la legge di Ohm, sarà:

$$i = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Sostituendo, abbiamo la potenza trasferita sul carico R_2 :

$$P = P_{12} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} V_{J\text{ rms}}^2$$

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore

$$P_{12} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)^2} V_{J rms}^2$$

La condizione che massimizza il trasferimento di potenza è $R_1 = R_2 = R$, ottenibile imponendo nulla la derivata prima di P_{12} rispetto ad R_2 :

$$P_{12} = \frac{R}{(2R)^2} V_{J rms}^2 = P_{J rms}$$

$$P_{J rms} = \frac{kT}{\Delta t} = kT \Delta f$$

Sostituendo otteniamo un'espressione per il rumore Johnson di tensione

$$V_{J rms} = \sqrt{4kTR\Delta f}$$

Similarmente è possibile ricavare l'espressione del rumore Johnson associato alla corrente:

$$i_{J rms} = \sqrt{\frac{4kT\Delta f}{R}}$$

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore

Esiste inoltre un tipo di rumore che decresce con la frequenza come $1/f$. Forse è la sorgente di rumore più studiata ma meno compresa ed è chiamata semplicemente come "**rumore $1/f$** ", perché il suo spettro di potenza diminuisce rapidamente con la frequenza.

Spesso si afferma che la causa sia dovuta a una mancanza di contatto ohmico agli elettrodi del rivelatore con trappole di stato di superficie o dislocazioni, ma manca una descrizione completa. È noto che la mancanza di contatto ohmico aumenta l'ampiezza del rumore, che è diversa per ogni singolo rivelatore.

L'espressione empirica per la corrente di rumore di tipo $1/f$ è:

$$i_{1/f \text{ rms}} \propto I_{DC} \sqrt{\frac{1}{f}}$$

La formula indica semplicemente il comportamento generalmente osservato dal rumore di tipo $1/f$ che non è ben compreso.

Questo rumore è sempre presente nei fotoconduttori e nei bolometri che richiedono una polarizzazione di corrente per funzionare.

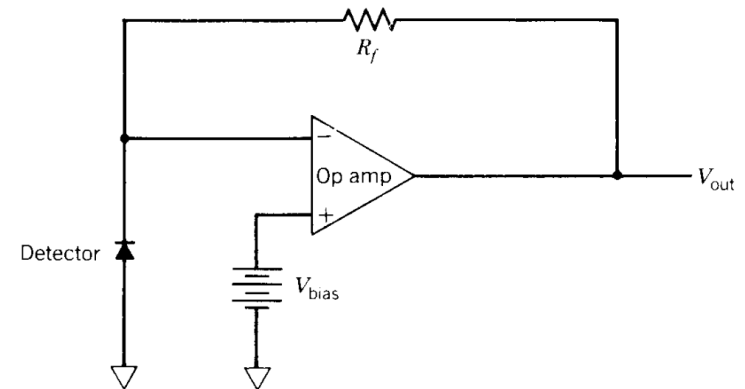
4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore

Poiché questo rumore è una funzione solo della componente in corrente continua della corrente del rivelatore, è possibile eliminarlo sostanzialmente nei rivelatori fotovoltaici.

Sostituendo l'alimentazione a polarizzazione fissa con una polarizzazione variabile, è possibile regolare $I_{DC} = 0$.

La corrente alternata prodotta dalla maggior parte dei segnali di interesse non contribuirà al rumore $1/f$.



Un limite fondamentale delle prestazioni di un sistema di rilevazione è il rumore presente nella radiazione ottica incidente, chiamato rumore ottico, o **shot noise**.

La distribuzione dei fotoni che arrivano sul rivelatore segue la statistica di Poisson con la probabilità:

$$P(N) = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!}$$

con $\bar{N}$ numero medio di fotoni.

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore

Per un grande numero di fotoni, la distribuzione di Poisson tende verso una distribuzione Gaussiana normalizzata. La deviazione standard è pari a:

$$P(N) = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!}$$

$$\sigma = \sqrt{\bar{N}}$$

Questa incertezza nella frequenza di arrivo dei fotoni porta a un rapporto segnale-rumore $\frac{Signal}{Noise}$ pari a:

$$\frac{Signal}{Noise} = \frac{\bar{N}}{\sigma} = \frac{\bar{N}}{\sqrt{\bar{N}}} = \sqrt{\bar{N}}$$

Occorre adesso esprimere lo shot noise in termini di corrente. La corrente media che fluisce su un rivelatore quando un numero medio di fotoni $\bar{N}$ incide sull'elemento sensibile in un intervallo di tempo τ è pari a:

$$\bar{i} = \frac{\bar{N}q}{\tau}$$

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.5 Fonti di rumore

Possiamo esprimere la varianza di questa corrente media rispetto alla corrente istantanea i come:

$$i_{sn\ rms}^2 = \overline{(i - \bar{i})^2} = \overline{\left(\frac{Nq}{\tau} - \frac{\bar{N}q}{\tau}\right)^2} = \frac{q^2}{\tau^2} \overline{(N - \bar{N})^2}$$

$$\bar{i} = \frac{\bar{N}q}{\tau}$$

Dalla statistica di Poisson è facile verificare che $\overline{(N - \bar{N})^2}$ è pari proprio al valor medio $\bar{N}$.

Usando la nota relazione di Fourier tra banda spettrale Δf e tempo di acquisizione T :

$$\Delta f = \frac{1}{2T}$$

abbiamo che:
$$i_{sn\ rms}^2 = \frac{q^2}{\tau^2} \bar{N} = \frac{q\bar{i}}{\tau} = 2q\bar{i}\Delta f$$

Poiché le fonti di rumore sono tutte indipendenti tra di loro, il rumore totale del rivelatore è la somma in quadratura di tutte le componenti:

$$i_{T\ rms} = \sqrt{\sum_{j=1}^N i_{j\ rms}^2}$$

dove il pedice j identifica i diversi contributi del rumore (shot noise, rumore $1/f$, rumore Johnson...)

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.6 Figure di merito

Un parametro fondamentale per i rivelatori fotovoltaici è la responsività, definita come:

$$\mathfrak{R}_i(\lambda, f) = \frac{I_p}{P(\lambda, f)} \left[\frac{A}{W} \right]$$

dove, più in generale rispetto alla definizione data precedentemente, $P(\lambda, f)$ è la potenza monocromatica alla lunghezza d'onda λ modulata alla frequenza f .

Un'altra figura di merito importante è la NEP (**Noise Equivalent Power**), che rappresenta la minima potenza del segnale incidente che fornisce un rapporto segnale-rumore $\frac{S}{N}$ pari a 1:

$$\frac{S}{N} = \frac{I_p}{i_{rms}} = 1$$

Nota la relazione tra fotocorrente I_p generata da una potenza ottica incidente P ($I_p = aP$), l'equazione può essere risolta ponendo $P = NEP$ ovvero imponendo che sul rivelatore incida la potenza ottica tale per cui la fotocorrente generata sia pari a i_{rms} :

4.1 RIVELATORI FOTOVOLTAICI

4.1.6 Figure di merito

$$NEP = a^{-1} i_{rms}$$

$$P = NEP$$

$$I_p = aP$$

Per confrontare rivelatori differenti, si usa un'altra figura di merito nota come **detettività** e tiene conto sia dell'area A del rivelatore che della banda spettrale di rivelazione Δf :

$$D^* = \frac{\sqrt{A\Delta f}}{NEP}$$

La detettività è spesso chiamata anche come D star. Sostituendo l'espressione trovata prima per il NEP, possiamo esprimerla come:

$$D^* = \frac{\sqrt{A\Delta f}}{P} S/N$$

Questa permette di dare una definizione e interpretazione più chiara della D^* : esso rappresenta il rapporto segnale-rumore misurato quando 1 W di potenza incide su un rivelatore di area pari a 1 cm² misurato in una banda spettrale di 1 Hz.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

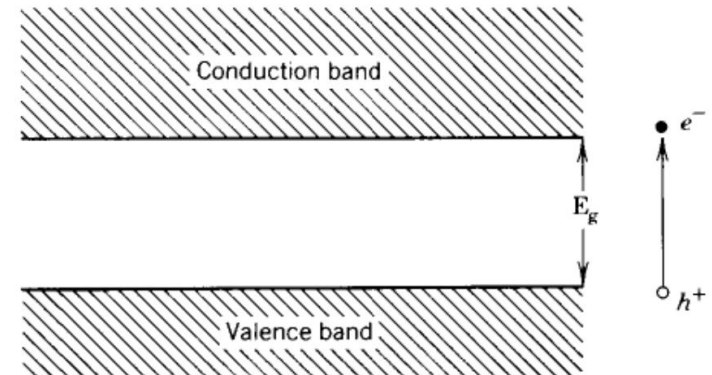
Un fotoconduttore mostra una variazione di conducibilità (resistenza) quando viene colpito da energia radiante (fotoni).

L'energia radiante aumenta la conducibilità producendo un maggior numero di portatori.

Un fotoconduttore viene utilizzato in una modalità in cui un campo elettrico applicato genera una corrente che viene modificata dai portatori aggiuntivi prodotti dall'eccitazione dei fotoni.

In altre parole, i fotoni vengono assorbiti e vengono generati portatori di carica liberi nel semiconduttore. Questi portatori aggiuntivi determinano un aumento della conducibilità del semiconduttore. Questo fenomeno è noto come **fotoconduzione**.

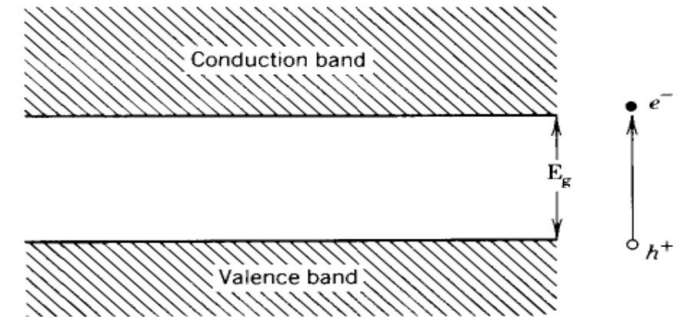
Il meccanismo della fotorivelazione nei semiconduttori può essere spiegato attraverso una discussione sulla teoria delle bande di energia nei semiconduttori e sull'interazione della radiazione con i portatori all'interno del rivelatore.



4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

Il semiconduttore intrinseco presenta una banda di valenza completamente occupata e una banda di conduzione vuota, separate da un'interdizione energetica pari all'energia necessaria per rimuovere un elettrone dal suo legame covalente.



L'energia necessaria per causare una transizione elettronica attraverso la banda proibita (E_g) può essere fornita per via termica ($kT > E_g$) o tramite radiazione ($h\nu > E_g$).

La Tabella elenca alcuni esempi di semiconduttori intrinseci che sono fotoconduttori, insieme ai rispettivi gap energetici.

Per ridurre al minimo il rumore e quindi massimizzare la sensibilità del semiconduttore come rivelatore di radiazione, il numero di portatori liberi prodotti dall'eccitazione termica deve essere il più piccolo possibile.

	E_g (eV)
PbSe	0.23
PbS	0.42
Ge	0.67
Si	1.12
CdSe	1.8
CdS	2.4

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

Questo può essere ottenuto raffreddando il materiale a una temperatura T tale che $kT \ll E_g$.

In questa condizione, i portatori liberi verranno generati solo quando i fotoni della radiazione hanno energia sufficiente per far attraversare agli elettroni la banda proibita. Di conseguenza, esiste un limite nella risposta in lunghezza d'onda oltre il quale un determinato semiconduttore non è più in grado di rivelare la radiazione.

La frequenza ottica minima ν di un fotone che può liberare un elettrone dal legame covalente è data da $\nu = \frac{E_g}{h}$. Riscrivendo questa condizione limite in termini di lunghezza d'onda, si ottiene:

$$\lambda_c(\mu m) = \frac{1.24}{E_g(eV)}$$

Ne segue che i rivelatori utilizzati per grandi lunghezze d'onda maggiori richiedono gap energetici più piccoli.

La risposta in lunghezza d'onda di un materiale semiconduttore può essere controllata attraverso il drogaggio del semiconduttore intrinseco.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

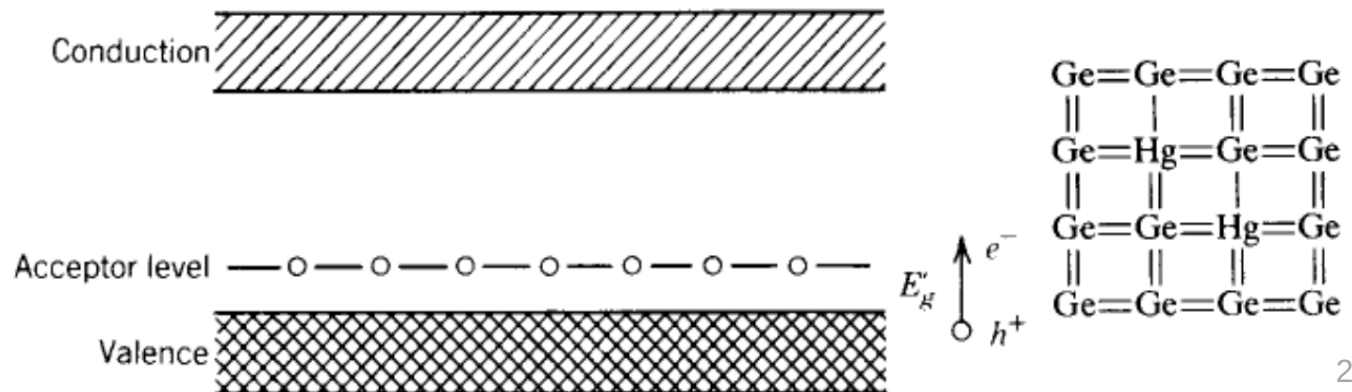
4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

In altre parole, introducendo intenzionalmente impurità nel materiale semiconduttore, è possibile modificare la banda proibita.

Il materiale diventa così un semiconduttore estrinseco, di tipo p se il portatore di maggioranza è positivo (lacune) o di tipo n se il portatore di maggioranza è negativo (elettroni).

A differenza dei semiconduttori intrinseci, in cui sia gli elettroni che le lacune contribuiscono alla conduzione, nei semiconduttori estrinseci solo i portatori di maggioranza influenzano la conduzione.

La struttura a bande di un semiconduttore di tipo p è illustrata in Figura.



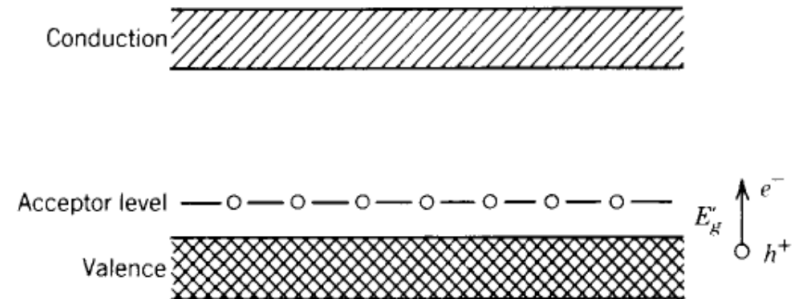
4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

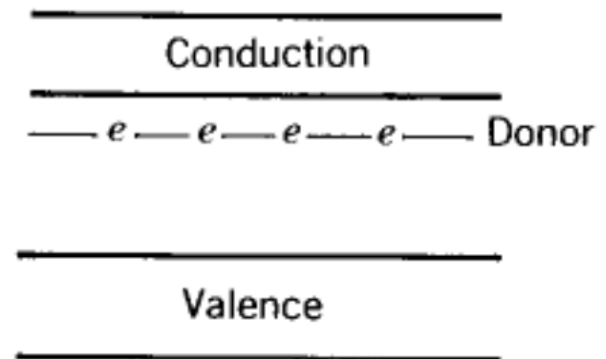
L'effetto del drogaggio (aggiunta di atomi di impurità) è che l'energia necessaria per il salto di un elettrone dalla banda di valenza al livello accettore risulta ridotta.

Di conseguenza, il limite di lunghezza d'onda massima rilevabile si estende verso valori maggiori.

Gli elettroni rimangono intrappolati nel livello accettore, mentre le lacune (portatori di maggioranza) sono mobili e determinano variazioni nella conduzione.



Similarmente, in un semiconduttore di tipo n , un fotone può far saltare un elettrone dal livello donatore alla banda di conduzione, generando così conduzione tramite elettroni (portatori di maggioranza).



La lacuna corrispondente rimane intrappolata nel livello donore.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

Poiché la banda proibita di un semiconduttore estrinseco è più piccola, gli effetti della generazione termica di portatori sono più significativi.

Di conseguenza, la temperatura di funzionamento necessaria per eliminare i portatori generati termicamente deve essere più bassa.

Examples of Extrinsic Photoconductive Detectors

	E_g (eV)	Conductor Type
Ge:Hg	0.09	<i>P</i>
Ge:Cu	0.041	<i>P</i>
Ge:Cd	0.06	<i>P</i>
Si:As	0.0537	<i>N</i>
Si:Bi	0.0706	<i>P</i>
Si:P	0.045	<i>N</i>
Si:In	0.165	<i>P</i>
Si:Mg	0.087	<i>P</i>

Per fornire una base matematica più solida alla precedente discussione sulla rivelazione fotoconduttiva, costruiamo un modello matematico a partir dalla definizione di conducibilità elettrica di un dispositivo semiconduttore fotoelettrico non illuminato:

$$\sigma_0 = n_0\mu_e q + p_0\mu_h q$$

dove: n_0 e p_0 sono le concentrazioni di portatori liberi di elettroni e lacune
 μ_e e μ_h sono le mobilità degli elettroni e delle lacune
 q è la carica dell'elettrone.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

Se indichiamo con Δn e Δp rappresentano la concentrazione di elettroni e lacune in eccesso generati dall'assorbimento di fotoni, l'espressione della conducibilità diventa:

$$\sigma_0 = n_0 \mu_e q + p_0 \mu_h q$$

$$\sigma = q[\mu_e(n_0 + \Delta n) + \mu_h(p_0 + \Delta p)]$$

L'effetto di questa concentrazione aggiuntiva di portatori è l'aumento della conducibilità, rendendo così possibile la rivelazione della radiazione assorbita. Concettualmente, possiamo distinguere un termine di conducibilità costante e un termine di conducibilità variabile:

$$\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$$

con $\Delta\sigma = q(\mu_e \Delta n + \mu_h \Delta p)$.

Poiché Δn e Δp rappresentano la variazione delle concentrazioni di portatori dovuta all'assorbimento dei fotoni, il numero di elettroni è uguale al numero di lacune, ovvero $\Delta n = \Delta p$.

Quindi, senza perdere generalità, possiamo riscrivere $\Delta\sigma$ come:

$$\Delta\sigma = q(\mu_e + \mu_h)\Delta n$$

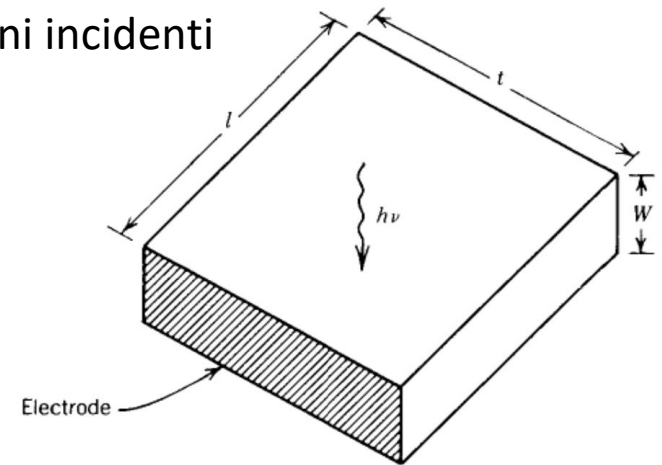
4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

La variazione della concentrazione di portatori può essere fenomenologicamente alla variazione del numero di fotoni incidenti per unità di tempo $\Delta\Phi_p$:

$$\Delta n = \frac{\eta \Delta\Phi_p \tau}{Aw}$$

dove $A = t \cdot l$ è l'area del fotoconduttore, w è il suo spessore e τ è il tempo di vita media dei portatori.



η è un'efficienza e su una scala da 1 a 0 rappresenta la probabilità che un fotone ecciti una coppia elettrone-lacuna.

Possiamo esprimere la variazione relativa della conducibilità come:

$$\Delta\sigma = q(\mu_e + \mu_h)\Delta n$$

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{q(\mu_e + \mu_h)}{\sigma} \Delta n = \frac{q(\mu_e + \mu_h)}{\sigma} \frac{\eta \Delta\Phi_p \tau}{Aw}$$

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{q(\mu_e + \mu_h)}{\sigma} \Delta n = \frac{q(\mu_e + \mu_h)}{\sigma} \frac{\eta \Delta \Phi_p \tau}{Aw}$$

È più conveniente riscriverla introducendo la resistenza R_d del detector definita come:

$$R_d = \frac{l}{\sigma w t}$$

Differenziamo l'espressione precedente:

$$dR_d = -\frac{l d\sigma}{\sigma^2 w t} = -R_d \frac{d\sigma}{\sigma}$$

Questo può essere interpretato come la variazione relativa della resistenza, che ha una pendenza opposta rispetto alla variazione relativa della conducibilità, da cui il segno negativo nell'espressione.

Sostituendo $\frac{d\sigma}{\sigma}$, la variazione di resistenza dovuta al flusso di fotoni incidenti è:

$$dR_d = -R_d \frac{q(\mu_e + \mu_h)}{\sigma} \frac{\eta \Delta \Phi_p \tau}{Aw}$$

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

Per rilevare questa variazione di resistenza, il dispositivo deve essere polarizzato. Un circuito di interfaccia standard consiste in una polarizzazione DC e una resistenza di carico, come mostrato in Figura.

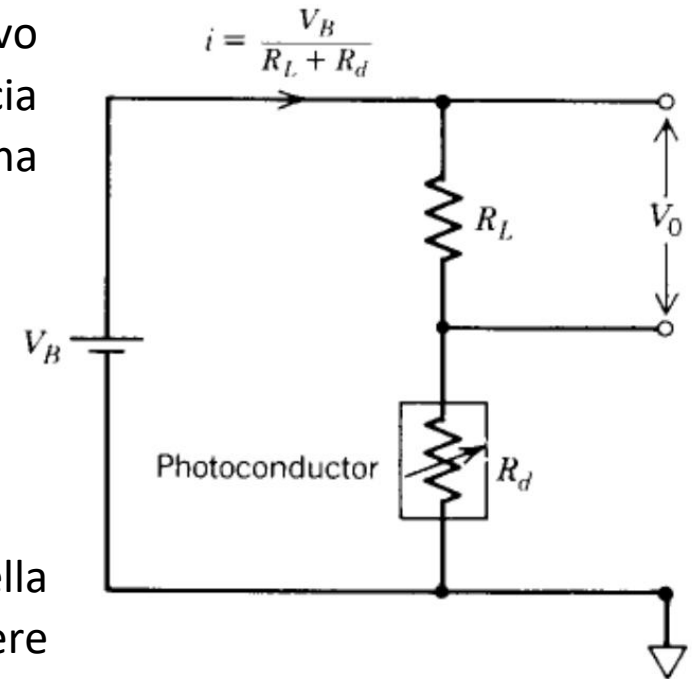
La tensione V_0 in DC in uscita sarà, utilizzando la regola del partitore:

$$V_0 = \frac{R_L}{R_d + R_L} V_B$$

La variazione della tensione in uscita a seguito della variazione della resistenza del detector può essere ottenuta differenziando V_0 :

$$dV_0 = -\frac{V_B R_L}{(R_d + R_L)^2} dR_d$$

dove dV_0 è il segnale di tensione AC, causato dai fotoni segnale, sovrapposto al livello DC V_0 .



4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

$$dR_d = -R_d \frac{q(\mu_e + \mu_h) \eta \Delta\Phi_p \tau}{\sigma Aw}$$

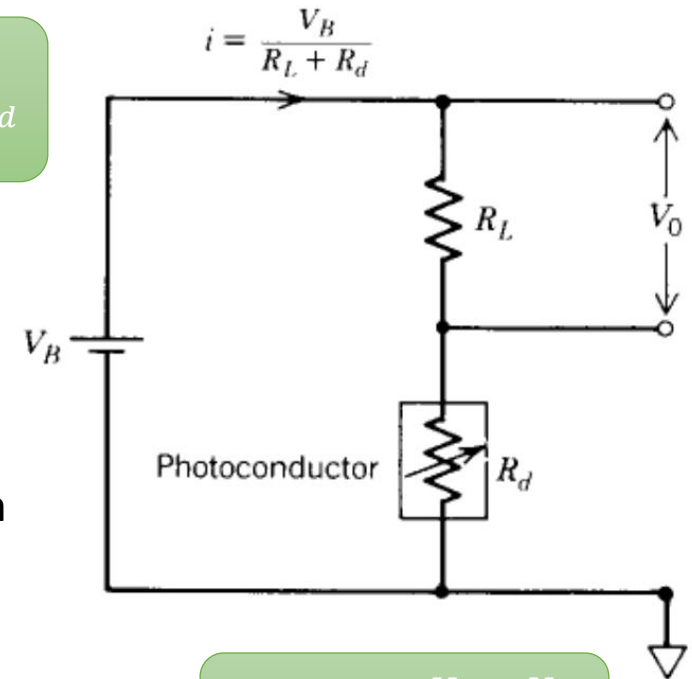
$$dV_0 = -\frac{V_B R_L}{(R_d + R_L)^2} dR_d$$

Sostituendo l'espressione dR_d trovata prima:

$$dV_0 = \frac{V_B R_L R_d}{(R_d + R_L)^2} \frac{q(\mu_e + \mu_h) \eta \tau}{\sigma Aw} \Delta\Phi_p$$

Da questa è facile determinare la responsività in tensione. Partiamo da:

$$\frac{dV_0}{\Delta\Phi_p} = \frac{V_B R_L R_d}{(R_d + R_L)^2} \frac{q(\mu_e + \mu_h) \eta \tau}{\sigma Aw}$$



$$\mathfrak{R}_v(\lambda) = \frac{V}{P(\lambda)} \left[\frac{V}{W} \right]$$

Occorre esprimere il flusso di fotoni come potenza ottica, mediante la relazione:

$$\Delta\Phi_p = \frac{P}{h\nu} = \frac{P}{h \frac{c}{\lambda}}$$

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

$$\frac{dV_0}{\Delta\Phi_p} = \frac{V_B R_L R_d}{(R_d + R_L)^2} \frac{q(\mu_e + \mu_h)}{\sigma} \frac{\eta\tau}{Aw}$$

$$\Delta\Phi_p = \frac{P}{hv} = \frac{P}{h \frac{c}{\lambda}}$$

$$\mathfrak{R}_v(\lambda) = \frac{V}{P(\lambda)} \left[\frac{V}{W} \right]$$

$$\mathfrak{R}_v = \frac{dV_0}{P} = \frac{iq\lambda(\mu_e + \mu_h)}{\sigma hc} \frac{\eta\tau}{Aw} \frac{R_L R_d}{R_d + R_L}$$

L'espressione della responsività in tensione assume la presenza di entrambi i portatori, elettroni e lacune, in un fotoconduttore intrinseco.

Per un semiconduttore estrinseco, è presente un solo tipo di portatore, quindi l'espressione precedente deve essere modificata eliminando il termine di mobilità non appropriato.

Inoltre, la responsività ideale è una funzione lineare della lunghezza d'onda. Tuttavia, nei dispositivi reali, se si traccia il grafico della responsività in funzione della lunghezza d'onda, si ottiene un andamento del tipo quello rappresentato in Figura.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

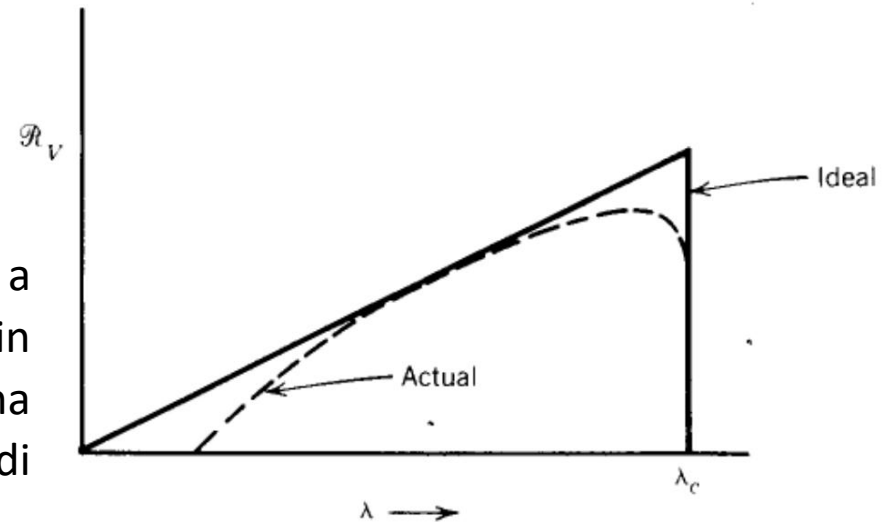
4.2.1 Teoria della rivelazione nei fotoconduttori

Ci sono diverse ragioni per questa deviazione dalla responsività ideale.

Nella regione delle lunghezze d'onda corte, la perdita per riflessione di Fresnel $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, dovuta alla dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda, provoca una riduzione dei fotoni incidenti che vengono assorbiti.

Inoltre, l'assorbimento dei fotoni a lunghezze d'onda corte avviene più in prossimità della superficie, dove vi è una maggiore densità di trappole negli stati di superficie.

$$\mathcal{R}_v = \frac{dV_0}{P} = \frac{iq\lambda(\mu_e + \mu_h)}{\sigma hc} \frac{\eta\tau}{Aw} \frac{R_L R_d}{R_d + R_L}$$



Il taglio alle lunghezze d'onda più lunghe della responsività è dovuto principalmente alla trasmissione del materiale dipendente dalla lunghezza d'onda, che diventa sempre più dominante alle grandi lunghezze d'onda.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.2 Risposta in frequenza

L'espressione della responsività è valida per il funzionamento in DC, o al più per le basse frequenze temporali.

Se si considera un impulso di radiazione che si attiva al tempo zero, allora l'equazione di continuità implica la seguente equazione differenziale:

$$\frac{d(\Delta p)}{dt} = g - \frac{\Delta p}{\tau}$$

dove g è la rate di generazione dei portatori in eccesso Δp per assorbimento ottico, mentre $\frac{\Delta p}{\tau}$ è la rate di perdita dovuta al tempo di vita media τ finita.

Imponendo la condizione iniziale che $\Delta p = 0$ per $t = 0$, che vuol dire sostanzialmente che l'impulso di luce impatta sul rivelatore al tempo $t = 0$ e che per $t > 0$ il rivelatore non è illuminato, si ottiene la soluzione:

$$\Delta p(t) = \tau g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Il rivelatore mostra un aumento e una diminuzione esponenziali in risposta a variazioni istantanee dell'irradianza.

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.2 Risposta in frequenza

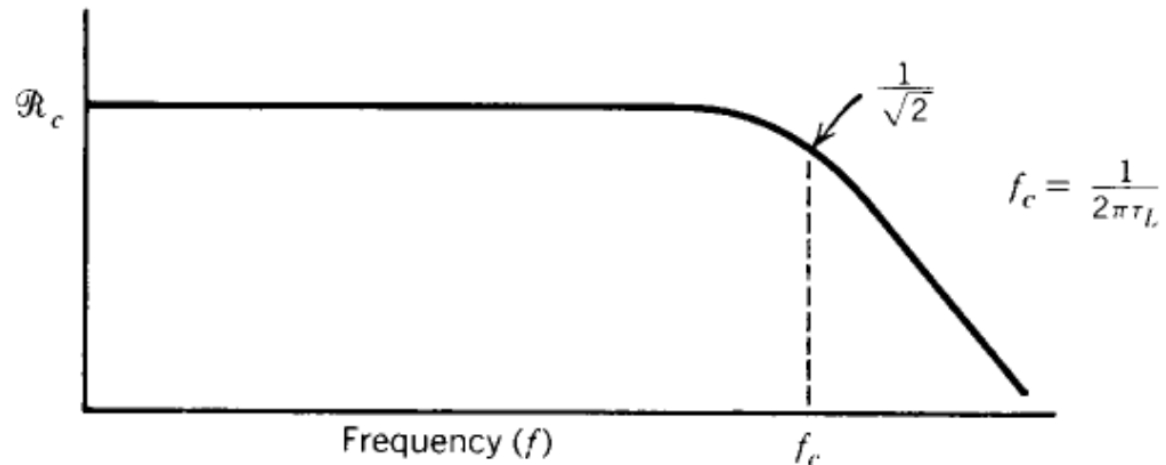
La risposta in frequenza può essere determinata attraverso la trasformata di Fourier di un impulso temporale istantaneo:

$$\Delta p(t) = \tau g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\Delta p(f) = \frac{2\tau g}{\sqrt{1 + (2\pi f\tau)^2}}$$

L'espressione ottenuta mostra il classico decadimento di 3 dB per ottava di un filtro a polo singolo, in cui la durata di vita dei portatori di carica determina la frequenza di taglio.

Questa espressione della responsività in funzione della frequenza è rappresentata graficamente in Figura.



4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

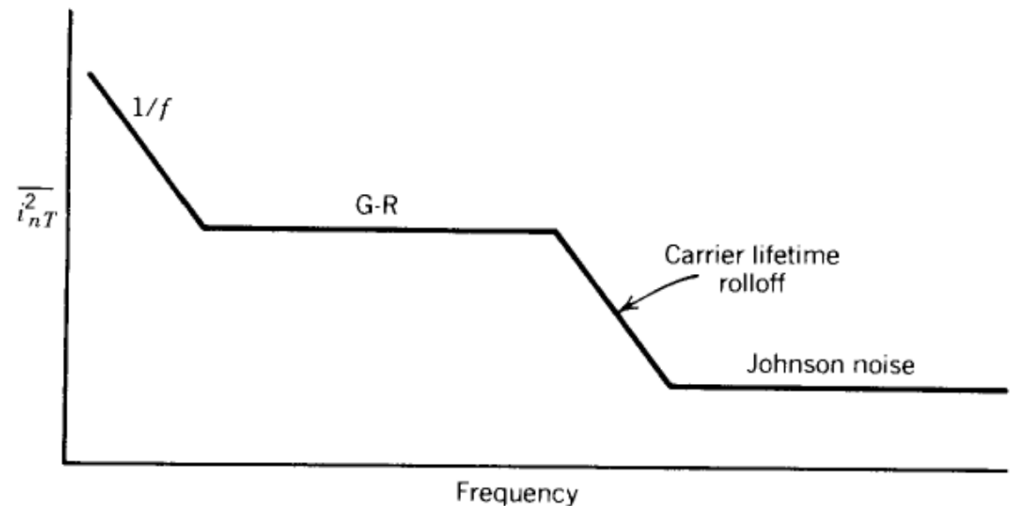
4.2.3 Fonti di rumore

Il livello di rumore del rivelatore determina il limite di sensibilità ed è un fattore fondamentale per stabilire la potenza minima incidente rilevabile. I principali tipi di rumore presenti nelle applicazioni fotoconduttive sono il rumore $1/f$, il rumore Johnson e il rumore ottico (generazione-ricombinazione dei fotoni).

La Figura mostra uno spettro classico di rumore per un rivelatore fotoconduttivo:

Il rumore $1/f$ è dominante alle basse frequenze $i_{1/f rms}^2 \propto I_{DC}^2 \frac{1}{f}$

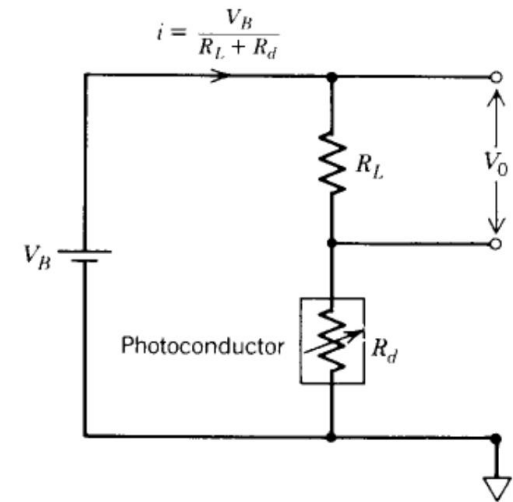
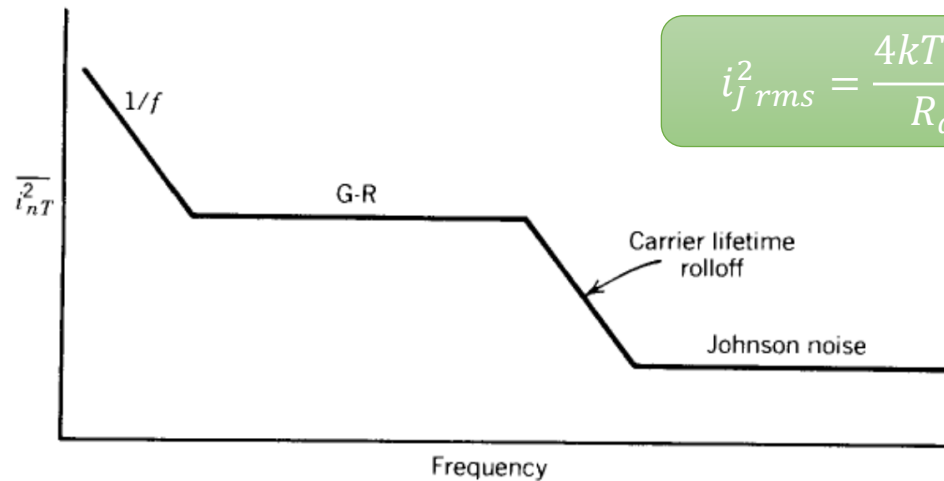
Il rumore ottico legato alla generazione-ricombinazione (G-R) prevale nella banda intermedia



Il rumore di Johnson domina alle alte frequenze, $i_{J rms}^2 = \frac{4kT\Delta f}{R_d}$

4.2 RIVELATORI FOTOCONDUTTIVI

4.2.3 Fonti di rumore



Per la tipica configurazione di polarizzazione mostrata in Figura, la corrente quadratica media totale del rumore di Johnson è:

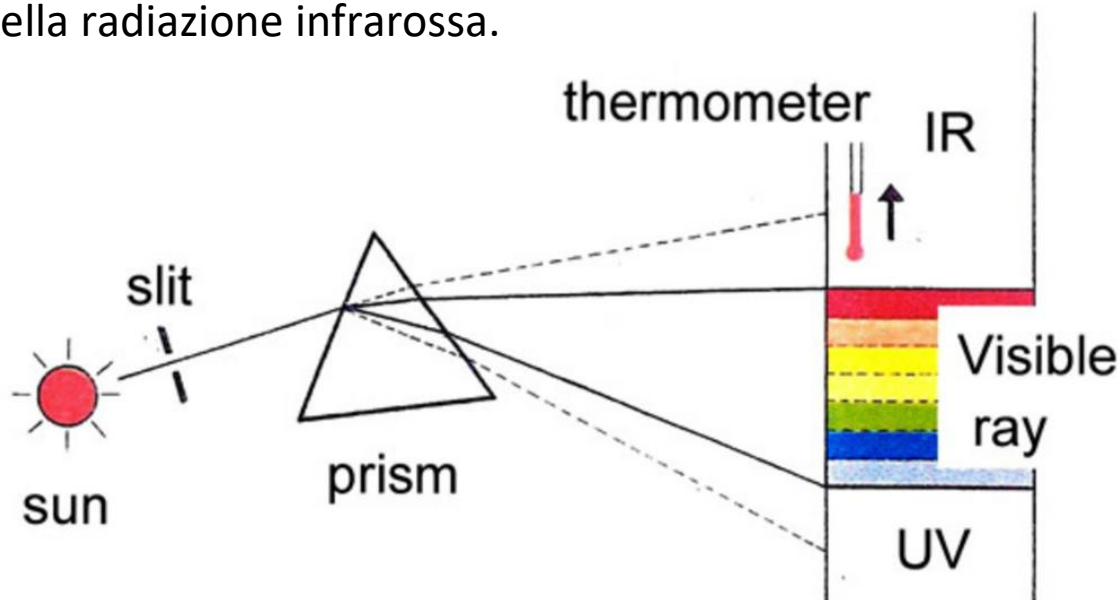
$$i_{J rms}^2 = 4k\Delta f \left(\frac{T_d}{R_d} + \frac{T_L}{R_L} \right) \quad \text{dove } T_d \text{ e } T_L \text{ sono le temperature del rivelatore e del carico}$$

Le frequenze di transizione tra un tipo di rumore e l'altro variano in base al materiale del rivelatore. Il punto di interruzione dovuto alla durata di vita dei portatori si trova tipicamente intorno a 1 MHz, ma può variare a seconda del tipo di rivelatore.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.1 Principio di funzionamento

I rivelatori termici sono i più antichi rivelatori artificiali per la rilevazione di radiazione. Il primo rivelatore termico può probabilmente essere attribuito a Sir William Herschel, che nel 1800 utilizzò un termometro oltre l'estremità rossa dello spettro prodotto da un prisma per verificare la presenza della radiazione infrarossa.



Tuttavia, più o meno nello stesso periodo, nel 1825, Seebeck scoprì la termocoppia. Nobili utilizzò la termocoppia per realizzare una termopila nel 1829.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.1 Principio di funzionamento

La maggior parte dei rivelatori termici opera a temperatura ambiente ed opera in una larga banda spettrale.

Il loro principio di funzionamento è tecnicamente semplice: i rivelatori termici assorbono la radiazione, che provoca una variazione di temperatura e, di conseguenza, una modifica di una proprietà fisica o elettrica del rivelatore.

Poiché avviene un cambiamento di temperatura, i rivelatori termici rispondono intrinsecamente in modo lento e hanno una sensibilità relativamente bassa rispetto ad altri tipi di rivelatori.

Alcuni confronti possono essere fatti tra i rivelatori termici e i fotorivelatori, come mostrato in Tabella.

General Properties of Thermal and Photodetectors

Parameter	Thermal	Photodetector
Frequency response	Low	High
Spectral responsivity	Wide—constant	Limited— λ dependent
Sensitivity	Low	High
Operating temperature	Room	Cryogenic
Cost	Economical	Relatively expensive

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.1 Principio di funzionamento

General Properties of Thermal and Photodetectors

Parameter	Thermal	Photodetector
Frequency response	Low	High
Spectral responsivity	Wide—constant	Limited— λ dependent
Sensitivity	Low	High
Operating temperature	Room	Cryogenic
Cost	Economical	Relatively expensive

Nelle sezioni precedenti, abbiamo discusso dei fotorivelatori, in cui la risposta spettrale dipende dal gap energetico del semiconduttore utilizzato come rivelatore.

Per i rivelatori termici, la variazione di temperatura nel rivelatore è causata dalla quantità di potenza assorbita. Di conseguenza, l'assorbanza spettrale del rivelatore determina la risposta spettrale. L'assorbanza è spesso una funzione della lunghezza d'onda.

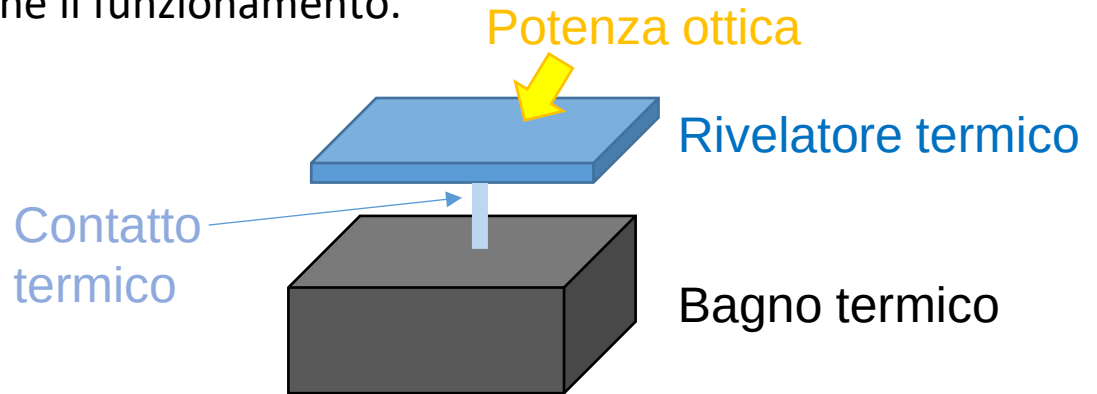
Inoltre, poiché la capacità termica o la massa termica influenzano l'entità della variazione di temperatura, i rivelatori sono caratteristicamente di piccolo volume per avere una bassa capacità termica e una risposta temporale più rapida.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

Tecnicamente, il funzionamento di un rivelatore termico si basa sul riscaldamento del chip del rivelatore a seguito della radiazione assorbita; pertanto, è necessario introdurre un modello termico per descriverne il funzionamento.

Consideriamo un elemento di rivelatore collegato ad un bagno termico che si trova a una certa temperatura ambiente T_0 .



Il rivelatore è connesso mediante un debole contatto termico la cui conduttanza termica è G [W/K] ad un bagno termico (*heat sink*) alla temperatura T_0 . Supponiamo che non ci sono canali per cui il calore possa disperdersi.

Se il rivelatore assorbe una potenza costante P_0 che gli fa aumentare di T_1 la temperatura rispetto a quella del bagno termico, allora la conduttanza sarà:

$$G = \frac{P_0}{T_1}$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

Supponiamo che l'elemento sensibile subisca un aumento della potenza $P_v(t)$ legata alla radiazione assorbita.

La temperatura dell'elemento sensibile cambierà seguendo la dipendenza temporale di $P_v(t)$, in relazione alla sua capacità termica C :

$$\eta P_v(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dT_1}{dt}$$

dove η è la frazione di potenza assorbita dall'elemento sensibile (nota come efficienza quantica, *quantum efficiency*) e la capacità termica definita a partire dalla sua definizione: $dQ = CdT_1$.

La potenza totale $P_T(t)$ assorbita dall'elemento sensibile sarà quindi:

$$P_T(t) = P_0 + \eta P_v(t) = GT_1 + C \frac{dT_1}{dt}$$

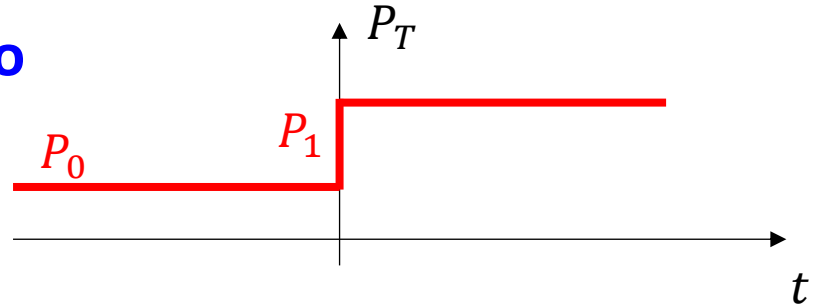
Supponiamo di valutare la risposta del sistema ad un gradino, assumendo quindi che:

$$P_T(t) = \begin{cases} P_0 & t < 0 \\ P_1 & t \geq 0 \end{cases}$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

$$P_T(t) = \begin{cases} P_0 & t < 0 \\ P_1 & t \geq 0 \end{cases}$$



P_0 rappresenta la radiazione incidente sull'elemento sensibile (quindi la luce esterna), non dovuta a quella che si vuole misurare (P_1).

Per $t < 0$, $P_v(t) = 0$ che vuole dire che T_1 è indipendente dal tempo ($\frac{dT_1}{dt} = 0$) e la soluzione è banalmente $T_1 = \frac{P_0}{G}$.

$$P_0 + \eta P_1 = GT_1 + C \frac{dT_1}{dt}$$

Per $t \geq 0$, l'equazione differenziale diventa:

$$P_0 + \eta P_1 = GT_1 + C \frac{dT_1}{dt}$$

la cui soluzione può essere determinata imponendo la condizione di continuità che per $t = 0$, $T_1 = \frac{P_0}{G}$.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

La soluzione completa sarà:

$$T_1(t) = \begin{cases} \frac{P_0}{G} & t < 0 \\ \frac{P_0}{G} + \frac{\eta P_1}{G} (1 - e^{-\frac{G}{C}t}) & t \geq 0 \end{cases}$$

consentendo di definire la costante termica di tempo per l'elemento sensibile:

$$\tau_T = \frac{C}{G}$$

Per tempi $t \gg \tau_T$, $T_1 \rightarrow P_0 + \eta P_1$.

Quindi, dalla misura di T_1 si può risalire alla potenza incidente sull'elemento sensibile.

Per avere tempi di risposta rapidi, l'elemento rivelatore deve avere una capacità termica bassa e una conduttanza grande con il bagno termico, in altre parole deve sbarazzarsi il più velocemente possibile dell'eccesso di calore accumulato.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

Supponiamo adesso di valutare la risposta del sistema quando è esposto ad un fascio di radiazione contenente una componente modulata alla frequenza angolare ω di ampiezza P_ω e una componente continua P_{DC} :

$$P_v(t) = P_{DC} + P_\omega e^{i\omega t}$$

Inserendola nell'equazione differenziale trovata precedentemente:

$$P_0 + \eta P_v(t) = GT_1 + C \frac{dT_1}{dt}$$

è possibile determinare l'ampiezza della componente T_ω alla frequenza angolare ω dell'eccesso di temperatura:

$$T_\omega = \frac{\eta P_\omega}{\sqrt{G^2 + \omega^2 C^2}} = \frac{\eta P_\omega}{G \sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

$$\tau_T = \frac{C}{G}$$

e lo sfasamento tra le oscillazioni del campo di radiazione incidente e quelle di temperatura

$$\phi = \arctag\left(\frac{\omega C}{G}\right) = \arctag(\omega \tau_T)$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

Se il contatto termico ha un'elevata conducibilità termica (sezione trasversale ampia, materiale con buona conduzione termica), il rivelatore risponderà molto rapidamente. Tuttavia, se il rivelatore ha una grande capacità termica, la sua risposta temporale sarà lenta.

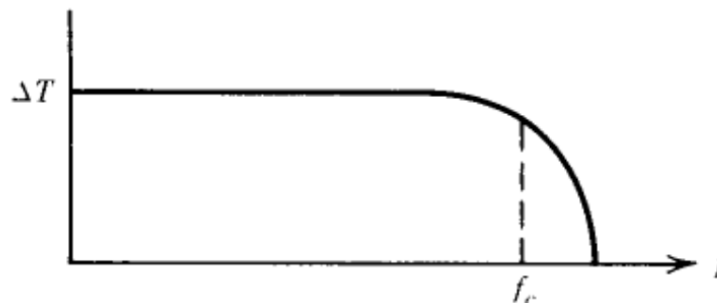
$$\tau_T = \frac{C}{G}$$

$$T_\omega = \frac{\eta P_\omega}{G \sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

I valori tipici delle costanti di tempo termiche sono nell'ordine dei millisecondi.

Esiste un compromesso tra sensibilità, ΔT e risposta in frequenza. Se si desidera un'elevata sensibilità, allora la risposta in frequenza del rivelatore sarà necessariamente bassa. Di conseguenza, non è possibile avere contemporaneamente un rivelatore altamente sensibile e con una risposta veloce.

La risposta in frequenza di questa variazione di temperatura è mostrata in Figura.

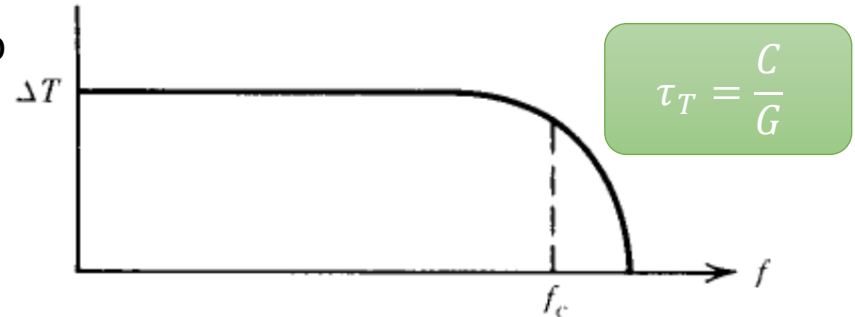


4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.2 Equazione di bilancio termico

Il punto di interruzione a -3 dB è determinato dalla costante di tempo termica:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau_T}$$



La variazione di temperatura del rivelatore ΔT è prodotta dalla radiazione incidente. Se nessuna radiazione incidesse sul rivelatore, la sua temperatura dovrebbe essere uguale a quella del bagno termico. Tuttavia, essa presenterà alcune fluttuazioni intorno a questo valore medio, note come rumore termico. Questo rumore termico stabilisce il limite della sensibilità e determina la minima potenza radiante che può essere rilevata.

Affinché la radiazione incidente venga rilevata, essa deve produrre una variazione di temperatura almeno comparabile al rumore termico.

Pertanto, in un rivelatore termico, la capacità termica e la conduttanza termica verso il dissipatore di calore dovrebbero essere il più piccole possibile. Ciò significa che è preferibile avere una massa ridotta del rivelatore e ottimo isolamento dall'heat sink.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

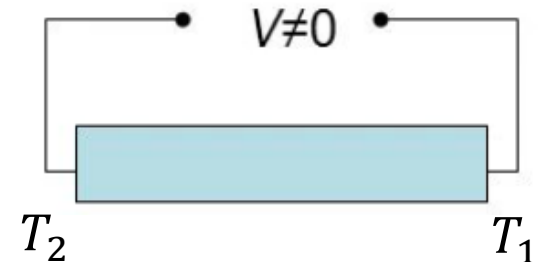
L'effetto Seebeck è un effetto termoelettrico che consiste nella comparsa di una differenza di potenziale ai capi di una barra metallica sottoposta a un gradiente di temperatura.

L'effetto venne scoperto nel 1787 da Alessandro Volta e studiato nel 1821 da Thomas Johann Seebeck.



Supponiamo di prendere un conduttore e di immergere un'estremità in un bagno termico a temperatura T_1 e l'altra estremità in un bagno termico a temperatura T_2 (con $T_2 > T_1$). Si originerà un flusso di calore dall'estremo più caldo a quello più freddo del conduttore, proporzionale alla sua conduttività termica.

Per effetto Seebeck, il gradiente termico causa la comparsa di un campo elettrico all'interno del conduttore, nonché di una differenza di potenziale ai capi del conduttore.



4.3 RIVELATORI TERMICI

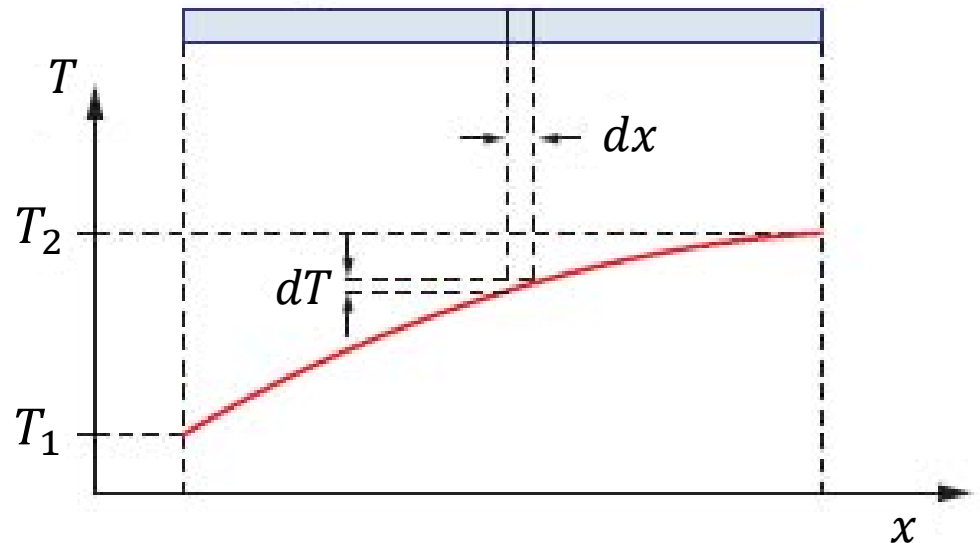
4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

Se indichiamo con dT il gradiente di temperatura lungo un elemento infinitesimo dx , detto α_a il coefficiente di Seebeck assoluto del materiale a , la differenza di potenziale dV_a a capi del tratto infinitesimo sarà:

$$dV_a = \alpha_a \frac{dT}{dx} dx$$

Se il materiale è omogeneo e quindi α_A non è funzione della lunghezza, allora l'equazione precedente si riduce a:

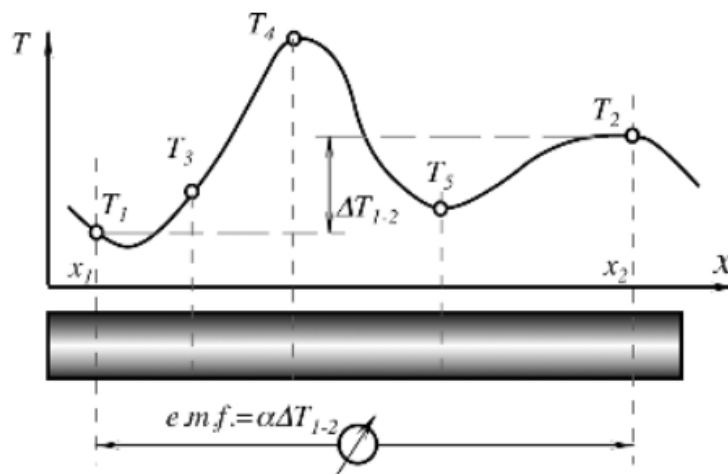
$$dV_a = \alpha_a dT$$



4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

La figura che segue mostra un conduttore con una distribuzione di temperatura non uniforme lungo l'asse x .



Un gradiente di temperatura tra due punti arbitrari definisce una forza elettromotrice (fem) tra questi due punti.

Quindi la fem tra i due estremi del conduttore può essere calcolata come la somma delle fem tra punti intermedi.

Questa comporta che se punti all'interno del conduttore hanno temperature diverse tra loro (ad esempio le temperature T_3, T_4 e T_5) non hanno alcun effetto sul valore di forza elettromotrice tra i punti 1 e 2.

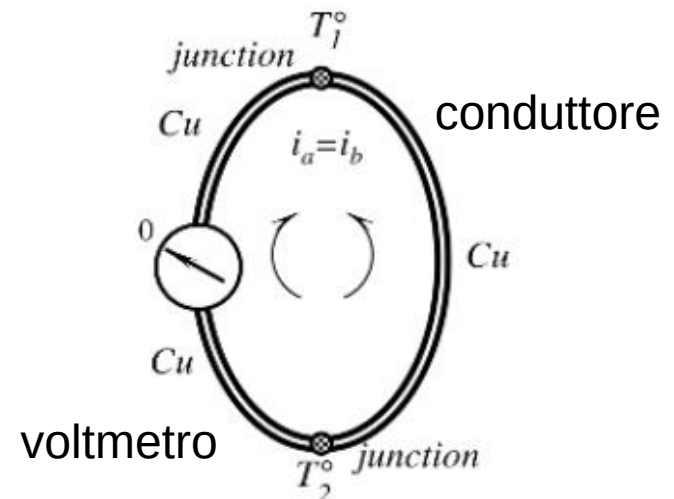
4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

Per misurare la forza elettromotrice, è possibile connettere un voltmetro ai capi del conduttore. Questo in realtà non è così immediato.

Consideriamo un circuito elettrico semplice per la misura della *fem*: le sonde del voltmetro creano un circuito in cui circola corrente. Se le sonde del voltmetro sono fatte dello stesso materiale del conduttore, non si misurerà corrente anche se la temperatura lungo il conduttore è non uniforme.

Infatti, i campi elettrici nelle due parti del circuito producono egual corrente $i_a = i_b$ ma con versi opposti, che come risultato danno una corrente totale nulla.



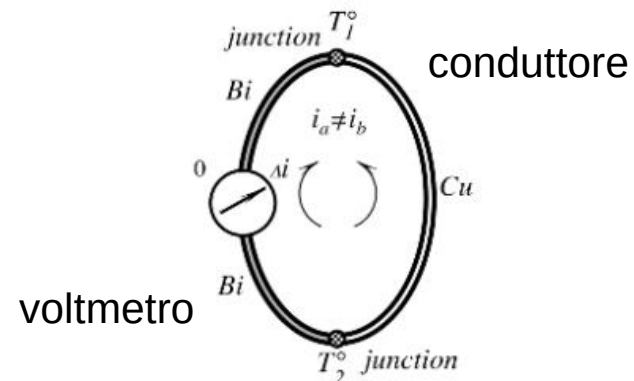
4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

Per osservare il fenomeno, è necessario avere un circuito composto da due materiali differenti (a e b), in modo da misurare la differenza netta tra le proprietà termoelettriche.

Considerando la stessa configurazione di prima, ma con due materiali diversi, nel circuito scorrerà una corrente netta

$$\Delta i = i_a - i_b$$



La corrente netta dipenderà da molti fattori (forma e dimensione dei conduttori).

D'altro canto, se invece di misurare la corrente si misura la tensione netta ai capi del conduttore, il potenziale dipenderà solo dai materiali e dalla differenza di temperatura.

Usando la relazione $dV_i = \alpha_i dT$, la differenza di potenziale netta V_N sarà:

$$V_N = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_a dT + \int_{T_2}^{T_1} \alpha_b dT = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_a - \alpha_b) dT$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

Quando si usano due materiali dissimili (a e b), il potenziale di Seebeck è determinato quindi dal coefficiente di Seebeck differenziale:

$$\alpha_{ab} = \alpha_a - \alpha_b$$

con una differenza di potenziale netta alla giunzione:

$$dV_{AB} = \alpha_{AB} dT$$

$$V_N = \int_{T_1}^{T_2} (\alpha_a - \alpha_b) dT$$

e questa equazione può essere usata per determinare il coefficiente di Seebeck differenziale:

$$\alpha_{AB} = \frac{dV_{AB}}{dT}$$

α_{AB} a volte è chiamata sensitività di una giunzione perché non dipende dalla natura della giunzione: i metalli possono essere premuti insieme, saldati, fusi e così via. Ciò che conta è la temperatura della giunzione e i materiali utilizzati. L'effetto Seebeck quindi è una conversione diretta dell'energia termica in energia elettrica.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

La termocoppia è costituita da due metalli diversi collegati in serie. Quando la temperatura di questa giunzione varia, la forza elettromotrice sviluppata ai terminali di uscita cambia.

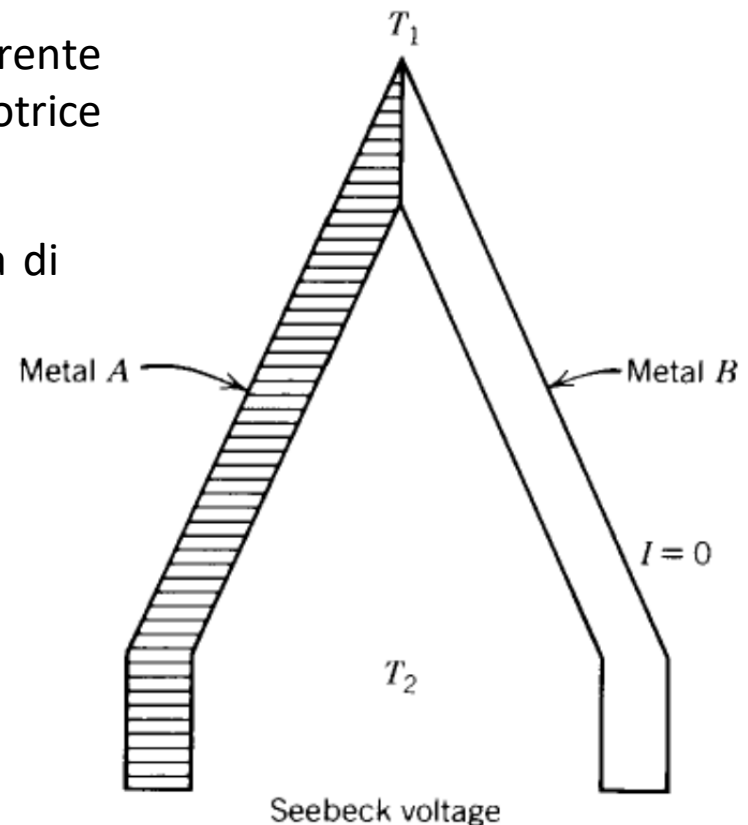
La tensione necessaria per fermare il flusso di corrente alla giunzione 2 corrisponde alla forza elettromotrice sviluppata dalla termocoppia.

La tensione prodotta è proporzionale alla differenza di temperatura:

$$\Delta V_{AB} = \alpha_{AB} \Delta T$$

dove α_{AB} è il coefficiente di Seebeck.

Il funzionamento di una termocoppia può essere parzialmente spiegato analizzando e quantificando la fisica dello stato solido di un metallo.



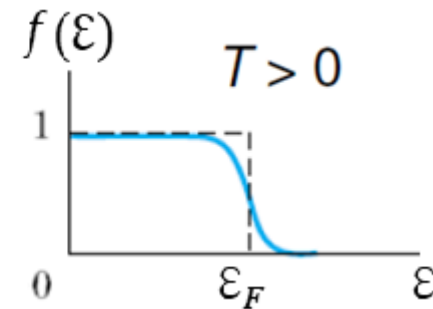
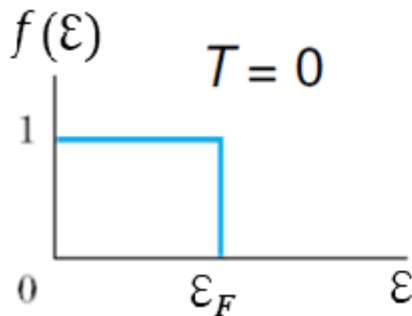
4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

Ricordiamo che la distribuzione dell'energia di Fermi prevede la probabilità che un livello energetico sia occupato da un elettrone a una data temperatura. Maggiore è l'energia di un elettrone, maggiore è la probabilità che entri nella banda di conduzione.

$$f_{\vec{k}}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_{\vec{k}} - \mu}{kT}} + 1}$$

Se si esamina l'occupazione elettronica intorno al livello di Fermi E_F per una distanza energetica di kT su entrambi i lati di una giunzione, solo gli elettroni in una ristretta banda energetica ($E_F \pm kT$) possono essere considerati disponibili.



In termini di energia frazionaria, gli elettroni disponibili rappresentano una frazione $\frac{2kT}{E_F}$ dell'intera popolazione.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

L'energia totale del sistema è quindi data dal numero di elettroni moltiplicato per l'energia per elettrone (kT):

$$E_{TOT} = NkT$$

Solo una frazione di elettroni può essere attivata termicamente, cosicché l'energia interna prodotta in un solido da questi elettroni sarà:

$$U_{el} \approx \left(\frac{2kT}{E_F} \right) NkT = \frac{2Nk^2T^2}{E_F}$$

Il contributo degli elettroni alla capacità termica sarà:

$$C_{el} = \frac{\partial U}{\partial T} \approx \frac{4Nk^2T}{E_F}$$

Se sfruttiamo il parallelismo tra capacità termica di un materiale con la capacità di immagazzinare elettroni e quindi introduciamo la capacità di un condensatore C_D , l'energia immagazzinata da un condensatore è:

$$E = \frac{1}{2} C_D (\Delta V)^2$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

$$U_{el} = \frac{2Nk^2T^2}{E_F}$$

$$E = \frac{1}{2} C_D (\Delta V)^2$$

Sostituendo per analogia $E = U_{el}$:

$$\left(\frac{2Nk^2T^2}{E_F} \right) = C_D (\Delta V)^2$$

da cui la proporzionalità tra la temperatura e la tensione.

La dipendenza da E_F spiega la dipendenza del coefficiente di Seebeck dalla temperatura; la dipendenza da C_D spiega la dipendenza dalla geometria del sistema di conduttori.

Dall'equazione del bilancio termico abbiamo visto che la variazione della temperatura del rivelatore a seguito di radiazione modulata è regolata dalla costante di tempo:

$$\tau_T = \frac{C}{G}$$

$$T_\omega = \frac{\eta P_\omega}{G \sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.3 Effetto Seebeck e termocoppia

Per una termocoppia con un coefficiente di Seebeck α_{AB} , l'uscita in tensione in funzione della frequenza è:

$$\Delta V = \alpha_{AB} \Delta T_{\omega} = \frac{\alpha_{AB} \eta P_{\omega}}{G \sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

$$T_{\omega} = \frac{\eta P_{\omega}}{G \sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

$$dV_{AB} = \alpha_{AB} dT$$

Ora è possibile determinare la responsività in tensione:

$$\mathfrak{R}_v = \frac{\alpha_{AB} \eta}{G \sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

$$\mathfrak{R}_v(\lambda) = \frac{V}{P(\lambda)} \left[\frac{V}{W} \right]$$

A frequenze molto basse, quando $\omega \tau_T \ll 1$, la responsività in tensione è: $\mathfrak{R}_v = \frac{\alpha_{AB} \eta}{G}$

Di conseguenza, una bassa conduttanza termica, un alto coefficiente di Seebeck e un'elevata emissività generano una grande responsività.

Tuttavia, una limitazione pratica di questo rilevatore è la sua risposta molto lenta: in genere, non si possono utilizzare frequenze di modulazione superiori a 20 Hz.

Sebbene la responsività sia un parametro importante, quello ancora più significativo è la potenza equivalente di rumore (NEP). I rumori associati a una termocoppia sono il rumore di Johnson e il rumore termico, entrambi indipendenti dall'area di raccolta del rilevatore.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.4 Termopila

Le termocoppie singole non sono molto pratiche come rilevatori.

La responsività può essere aumentata disponendo n termocoppie in serie; in questo caso, la responsività aumenta di un fattore n :

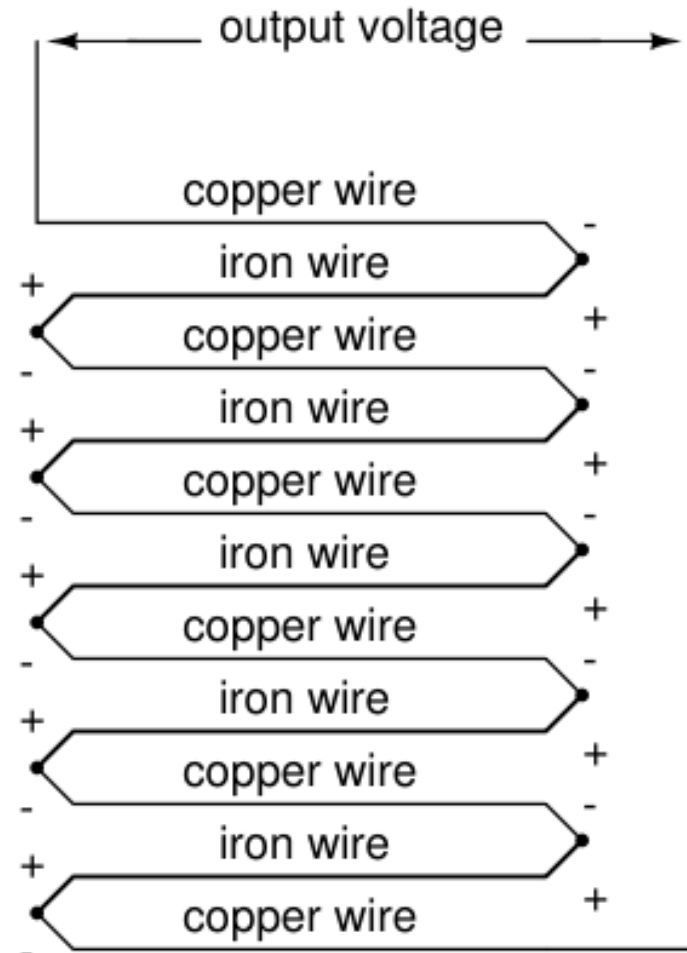
$$\mathcal{R}_v = \frac{n\alpha_{AB}\eta}{G}$$

$$\mathcal{R}_v = \frac{\alpha_{AB}\eta}{G}$$

Un dispositivo di questo tipo è chiamato **termopila**.

Essa è quindi costituita da una serie di fili, come suggerito in Figura.

Solitamente, il dispositivo è collocato in un contenitore ermeticamente sigillato e riempito con gas argon o azoto.



4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

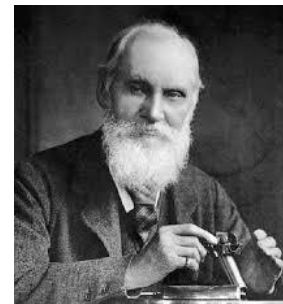
I materiali piroelettrici sono sostanze cristalline capaci di generare carica elettrica in risposta ad un flusso di calore. In particolare un cristallo viene considerato piroelettrico se dimostra una polarizzazione spontanea dipendente dalla temperatura.

Louis Lemery, nel 1717, descrisse per primo tale fenomeno senza però dargli il nome oggi utilizzato. Nel 1747 Linneaus finalmente correlò tale fenomeno all'elettricità ma solo nel 1756 tale asserzione venne supportata da osservazioni scientifiche e quindi da prove scientifiche condotte da Franz Ulrich Theodor Aepinus.

La Ricerca si occupò con interesse del fenomeno piroelettrico sono nel XIX secolo quando nel 1814 Sir David Brewster diede il nome che oggi conosciamo a tale fenomeno.



Il fenomeno venne studiato dal punto di vista analitico e delle relazioni costitutive solo con gli studi di William Thomson nel 1878 e di Woldermar Voigt nel 1897.



4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Dal punto di vista costitutivo il materiale piroelettrico deve essere immaginato come una composizione di tantissimi e piccolissimi cristalliti ognuno caratterizzato da un dipolo.

Solitamente i cristalliti, ovvero i minuscoli cristalli che formano un materiale policristallino, sono considerati come dipoli che, in alcuni materiali, sono naturalmente orientati lungo gli assi di simmetria del cristallo stesso come nel caso del quarzo. In altri materiali questa orientazione deve essere forzata per mezzo dell'applicazione di un potente campo elettrico in maniera tale da polarizzare il materiale.

Esistono differenti tecniche per polarizzare un materiale, quella maggiormente diffusa è la **polarizzazione termica** che avviene secondo le seguenti fasi:

1. Il materiale cristallino che possiede dipoli orientati casualmente è riscaldato fino ad un valore inferiore alla propria temperatura di Curie T_C . L'incremento di temperatura consente una maggiore agitazione molecolare e tale mobilità consente una più facile orientazione dei dipoli.

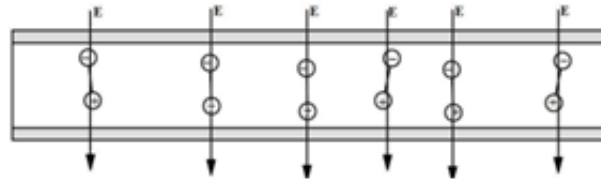


Fase di riscaldamento, $T < T_C$

4.3 RIVELATORI TERMICI

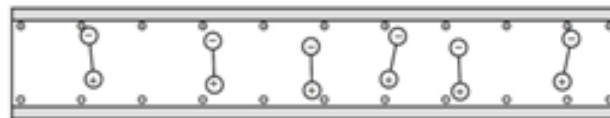
4.3.5 Rivelatori piroelettrici

2. Il materiale riscaldato viene sottoposto all'azione di un campo elettrico consentendo ai dipoli di orientarsi lungo le linee di campo. Tale orientamento è totale, ma ci possono essere delle minime devianze dalla direzione di applicazione del campo elettrico, ovvero i dipoli saranno allineati al campo elettrico con un range di tolleranza in termini di inclinazione.



Fase di applicazione del campo elettrico E

3. Il materiale viene raffreddato mentre il campo elettrico viene tenuto applicato.
4. Viene rimosso il campo elettrico e la polarizzazione si considera completata. Fin quando $T < T_c$ la polarizzazione si può considerare permanente in quanto i dipoli rimangono nella posizione assunta durante il processo



Materiale piroelettrico ultimato

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Variando la temperatura del materiale piroelettrico varia la polarizzazione e si ottiene così una carica elettrica.

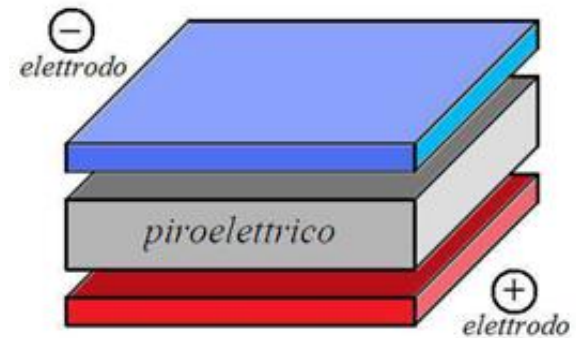
Supponiamo di prendere in considerazione un elemento piroelettrico planare dove lo spessore sia molto inferiore rispetto alle dimensioni nel piano, il momento di dipolo M del componente piroelettrico inteso nella sua totalità si può scrivere come:

$$M = \mu Ah$$

dove μ è il momento di dipolo per unità di volume, A è l'area della sezione trasversale del componente ed h è lo spessore del componente.

Esprimendo con Q_a la carica generata, rilevabile sulle armature disposte sulle facce estremali del componente piroelettrico, possiamo scrivere che:

$$M = Q_a h$$



4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Eguagliando le due espressioni:

$$Q_a = \mu A$$

$$M = \mu A h$$

$$M = Q_a h$$

Variando la temperatura del corpo varia conseguentemente il momento di dipolo μ originando così una carica indotta.

L'assorbimento termico può essere così legato al cambiamento del dipolo per cui si può affermare che μ è considerabile come una funzione della temperatura T_a e dell'energia termica interna ΔW assorbita dal materiale.

In formule si avrà che:

$$\Delta Q_a = A \mu(T_a, \Delta W)$$

In altre parole, quando il materiale piroelettrico assorbe potenza ottica, si genera una variazione della carica che è strettamente legata alle dimensioni del piroelettrico e alla dipendenza del momento di dipolo dalla temperatura.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Come definiamo il coefficiente piroelettrico?

Definiamo la polarizzazione in funzione del campo elettrico come:

$$P_i = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E_i$$

ove ε_r è la costante dielettrica relativa del materiale e ε_0 è la costante dielettrica del vuoto.

In questa maniera è possibile definire in maniera univoca il coefficiente piroelettrico nel caso di campo elettrico e stress costante come:

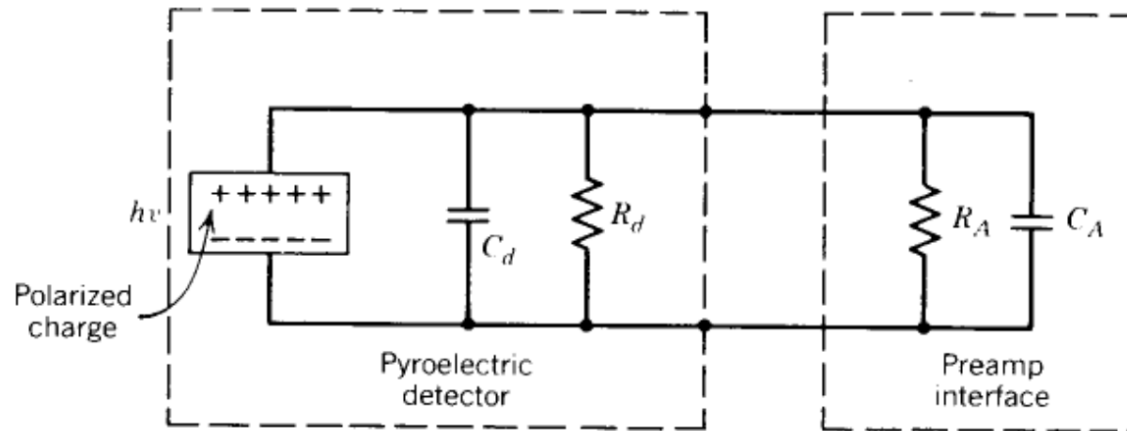
$$p_i = \left(\frac{\partial P_i}{\partial T} \right)_{E_i, T_i}$$

Questo è il coefficiente tipicamente utilizzato per paragonare diversi materiali piroelettrici tra di loro. Più alto è il coefficiente piroelettrico, più alta è la risposta attesa a parità di condizioni di lavoro.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Il circuito equivalente di un rivelatore piroelettrico è mostrato in Figura.



Consideriamo una variazione della carica di polarizzazione σ ad una certa frequenza angolare ω .

Questa produrrà una variazione della polarizzazione P alla stessa frequenza che genererà una variazione di temperatura ΔT data da:

$$p_i = \left(\frac{\partial P_i}{\partial T} \right)_{E_i, T_i}$$

$$\Delta P(\omega) = p \Delta T(\omega)$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

$$\Delta P(\omega) = p\Delta T(\omega)$$

Questa variazione locale di carica produrrà una densità di corrente J_D (per via del carico applicato, ovvero del preamplificatore) che possiamo esprimere come:

$$J_D = \frac{\partial \Delta P(\omega)}{\partial t} = p \frac{\partial \Delta T(\omega)}{\partial t} = \omega p \Delta T(\omega)$$

dove una dipendenza dalla frequenza è stata estratta ed esplicitata come fattore moltiplicativo per tener conto che $\Delta T(\omega)$ è una sinusoide (analisi a singola componente spettrale).

Ne segue che la corrente che fluirà nel circuito sarà:

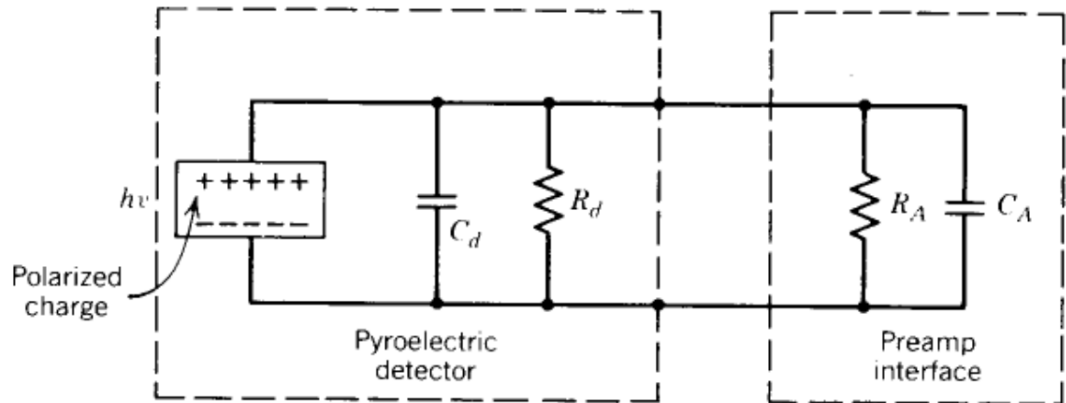
$$i_D = J_D A_D = \omega p A_D \Delta T$$

con A_D area del rivelatore.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Per determinare la responsività, determiniamo la tensione V_o ai capi del rivelatore, introducendo un'impedenza $Z_c = \frac{1}{j\omega C_D}$ per il capacitore e $Z_R = R_D$ per il resistore:



$$V_o = i_D \frac{Z_R Z_c}{Z_R + Z_c} = i_D \frac{R_D \cdot \frac{1}{j\omega C_D}}{R_D + \frac{1}{j\omega C_D}} = i_D \frac{R_D}{1 + j\omega C_D R_D}$$

da cui ricaviamo la parte reale:

$$V_o = \frac{R_D i_D}{\sqrt{1 + \omega^2 C_D^2 R_D^2}}$$

Sostituendo l'espressione per i_D :

$$V_o = \frac{\omega p R_D A_D \Delta T}{\sqrt{1 + \omega^2 C_D^2 R_D^2}}$$

$$i_D = \omega p A_D \Delta T$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

$$V_o = \frac{\omega p R_D A_D \Delta T}{\sqrt{1 + \omega^2 C_D^2 R_D^2}}$$

dove $R_D C_D$ è la costante di tempo elettrica:

$$\tau_E = R_D C_D$$

Per esplicitare ΔT possiamo riproporre lo stesso modello utilizzato nel modello del bilancio termico:

$$\eta P_v(t) = \frac{dQ}{dt} = C_T \frac{d\Delta T}{dt} + \frac{\Delta T}{R_T}$$

aggiungendo un termine dissipativo sulla resistenza.

La soluzione è simile a quella già vista precedentemente:

$$\Delta T = \frac{\eta P R_T}{\sqrt{1 + \omega^2 R_T^2 C_T^2}}$$

$$\Delta T_\omega = \frac{\eta P_\omega}{\sqrt{G^2 + \omega^2 C^2}}$$

con la costante di tempo termica che può essere espressa come:

$$\tau_T = R_T C_T$$

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

$$V_o = \frac{\omega p R_D A_D \Delta T}{\sqrt{1 + \omega^2 C_D^2 R_D^2}}$$

$$\Delta T = \frac{\eta P R_T}{\sqrt{1 + \omega^2 R_T^2 C_T^2}}$$

$$\begin{aligned}\tau_T &= R_T C_T \\ \tau_E &= R_D C_D\end{aligned}$$

Sostituendo nella V_o :

$$V_o = \frac{\omega p R_D A_D}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_E^2}} \frac{\eta P R_T}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

E la responsività in tensione sarà:

$$\mathfrak{R}_v = \frac{\omega p R_D A_D}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_E^2}} \frac{\eta R_T}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

$$\mathfrak{R}_v(\lambda) = \frac{V}{P(\lambda)} \left[\frac{V}{W} \right]$$

La responsività è una combinazione delle caratteristiche termiche ed elettriche.

Considerando che i tempi termici sono sempre più lunghi dei tempi elettrici, è sempre verificata la disuguaglianza $\tau_T \gg \tau_E$.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

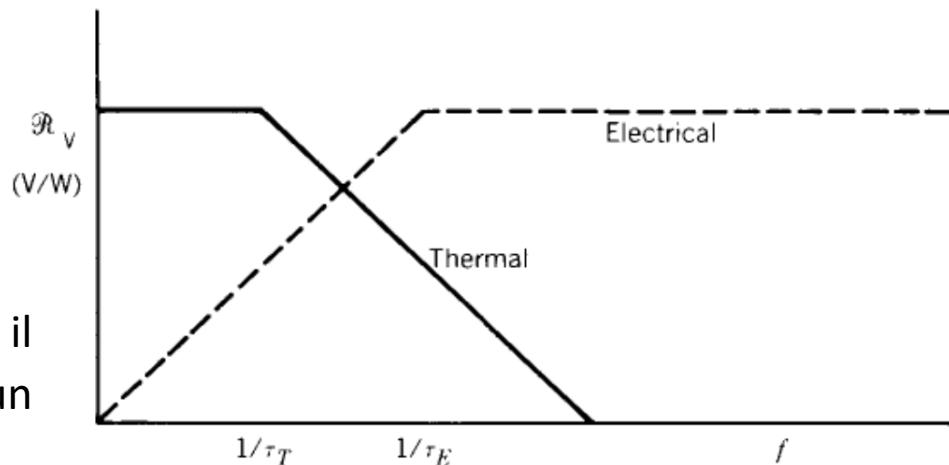
Pertanto, un grafico della responsività in tensione in funzione della frequenza può essere suddiviso nelle risposte elettrica e termica, come mostrato in Figura.

$$\mathcal{R}_v = \frac{\omega p R_D A_D}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_E^2}} \frac{\eta R_T}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$

Le curve sono qui disegnate a scopo pedagogico e non devono essere interpretate letteralmente.

Se si traccia la parte termica dell'equazione si ottiene la curva continua con un punto a -3 dB a $f = \frac{1}{\tau_T}$.

Al di là di questo punto, il decadimento segue un andamento di $1/f$.

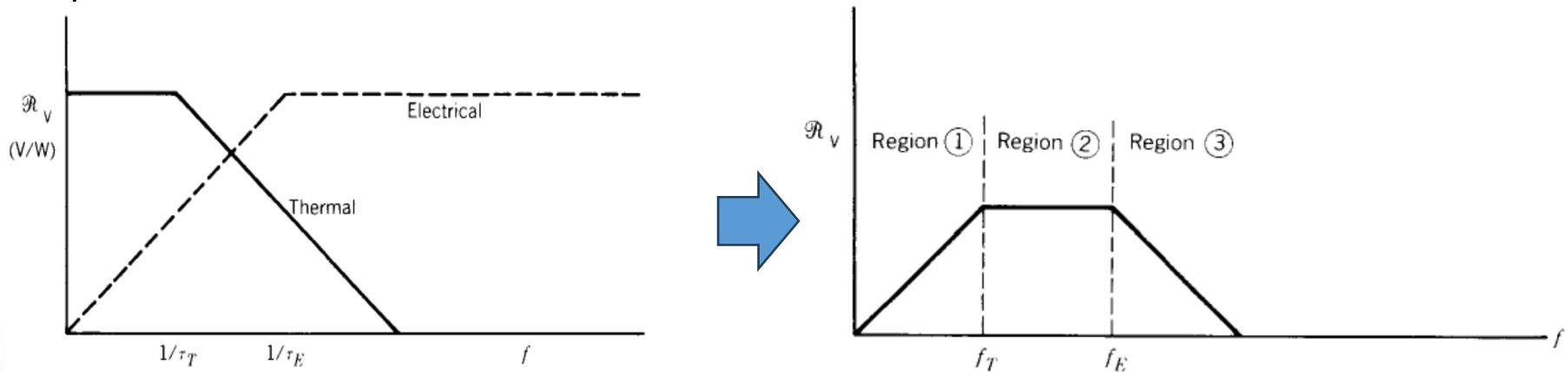


La parte elettrica dell'equazione è rappresentata con una linea tratteggiata in Figura e cresce fino a raggiungere la frequenza corrispondente alla costante di tempo elettrica, per poi rimanere costante (indipendente da f) oltre questa frequenza.

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Di conseguenza, la responsività può essere ottenuta moltiplicando punto per punto le componenti elettrica e termica.



Questo porta all'individuazione di tre regioni di interesse:

Frequency Regions for the Pyroelectric Detector

Region	Responsivity
$f < \frac{1}{\tau_T}$	Proportional to frequency
$\frac{1}{\tau_T} < f < \frac{1}{\tau_E}$	Compensating rolloff from thermal and electrical causes a constant response
$f > \frac{1}{\tau_E}$	Inversely proportional to frequency

4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

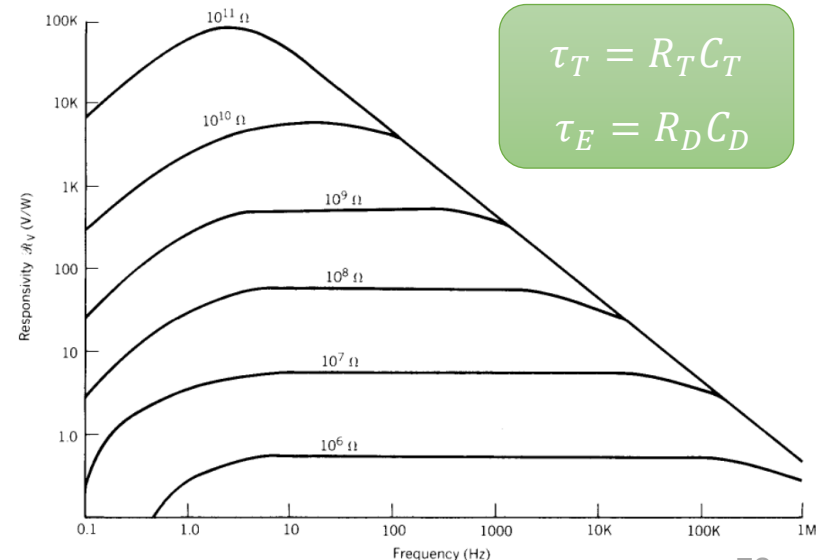
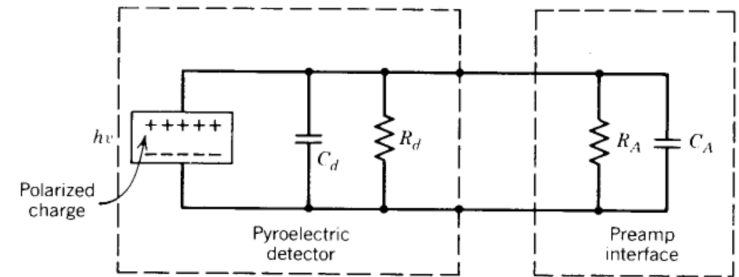
La resistenza del rivelatore R_D compare nell'espressione trovata per $\mathfrak{R}_v$.

Poiché la resistenza di carico R_L è molto maggiore della resistenza del rivelatore R_D , R_L andrebbe sostituita a posto di R_D nell'espressione per $\mathfrak{R}_v$.

Un grafico della responsività in funzione della frequenza può essere tracciato per diversi valori della resistenza di carico, come mostrato in Figura.

All'aumentare della resistenza di carico, la responsività in tensione aumenta, ma la risposta in frequenza diminuisce.

$$\mathfrak{R}_v = \frac{\omega p R_D A_D}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_E^2}} \frac{\eta R_T}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_T^2}}$$



4.3 RIVELATORI TERMICI

4.3.5 Rivelatori piroelettrici

Ci sono quattro sorgenti di rumore associate a un rivelatore piroelettrico: il **rumore di temperatura**, il rumore Johnson del rivelatore, il rumore della resistenza di carico e il rumore del preamplificatore.

Nei sistemi di rilevazione termica, qualsiasi fluttuazione della temperatura dell'elemento del rivelatore che non sia dovuta a una variazione del segnale produrrà un rumore indesiderato nell'uscita elettrica. Questa sorgente di rumore è chiamata **rumore di temperatura** per distinguerla dal rumore termico (Johnson).

Il rumore associato alle fluttuazioni di temperatura raramente rappresenta il rumore limitante per un rivelatore piroelettrico. Se un rivelatore è collegato a un dissipatore termico tramite una conduttanza termica G a una temperatura T , raggiungerà l'equilibrio termico con un flusso di potenza medio nullo.

Tuttavia, il rivelatore presenterà fluttuazioni di temperatura con una potenza di rumore termico equivalente ΔP , che può essere relazionato con le fluttuazioni in tensione mediante la responsività:

$$\Delta V = \mathfrak{R}_v \Delta P$$

Il rumore dominante è il rumore Johnson.